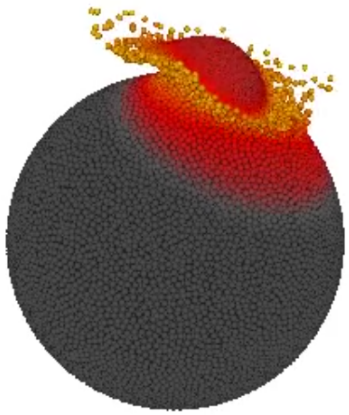
Hydrodynamické a N-částicové simulace srážek asteroidů

Pavel Ševeček, Miroslav Brož

Astronomický ústav, Univerzita Karlova v Praze

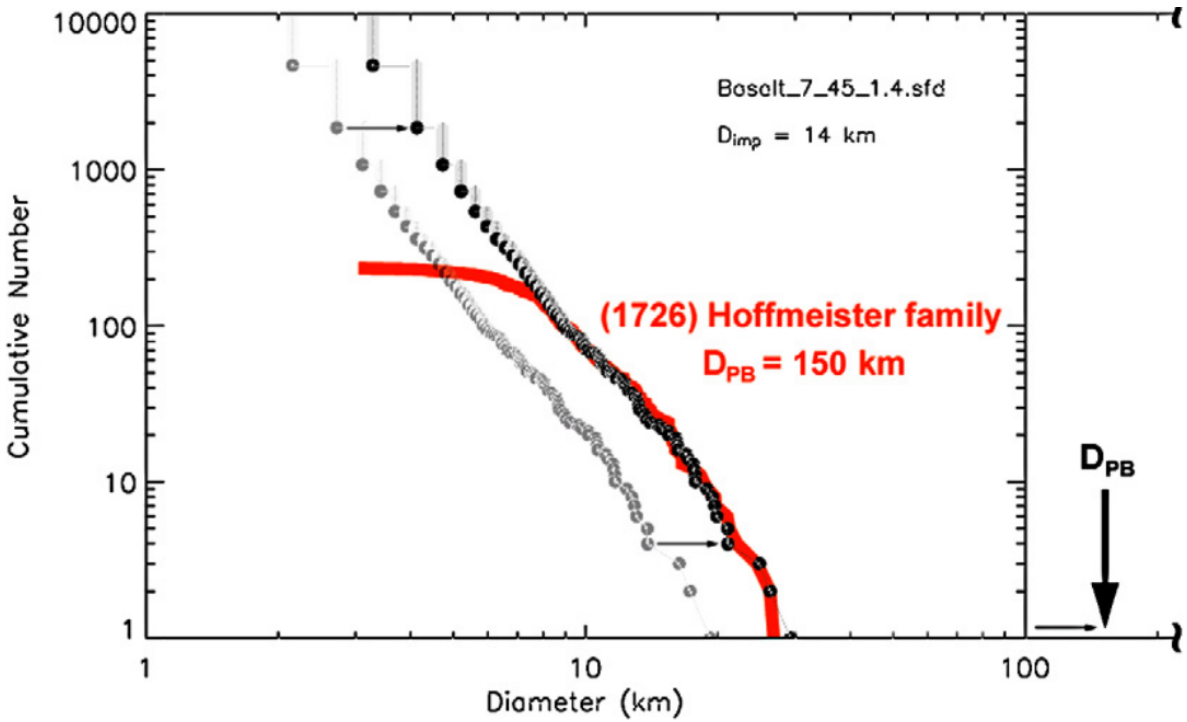


Dynamika hlavního pásu

- srážky asteroidů hrají důležitou roli v evoluci hlavního pásu
- rozpad asteroidu $\longrightarrow$ asteroidální rodina
- observační data:
  - rozdělení velikostí (SFD)
  - rychlostní pole
- hmotnost mateřského tělesa $\neq$ součet hmotností členů
  observační neúplnost
- SFD se mění s časem (kolizní evoluce, Jarkovského drift)
  pro studium rozpadu potřebujeme mladé rodiny $< 10\,\mathrm{Myr}$
- laboratorní experimenty není možné porovnat $\longrightarrow$
  numerické modely
- výsledky numerických modelů: určení velikosti mateřského tělesa, parametrické relace do Monte Carlo modelů evoluce hlavního pásu, ...

Určení velikosti mateřského tělesa

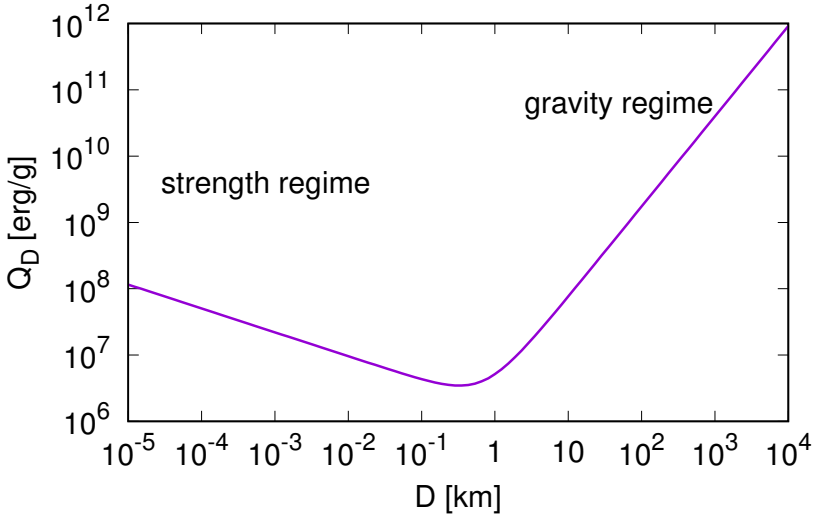
- Durda et al. (2007) — sada simulací se 100km tělesy
- nejlepší fit pozorovaného SFD
- uvážení observační neúplnosti
- posun SFD $\longrightarrow$ předpoklad lineárního škálování
- ale existují rodiny s $D_{\mathrm{pb}} \sim 10\,\mathrm{km}$, např. Datura (Nesvorný et al. 2015)



Durda et al. (2007)

Rozdíl mezi 10km a 100km mateřskými tělesy

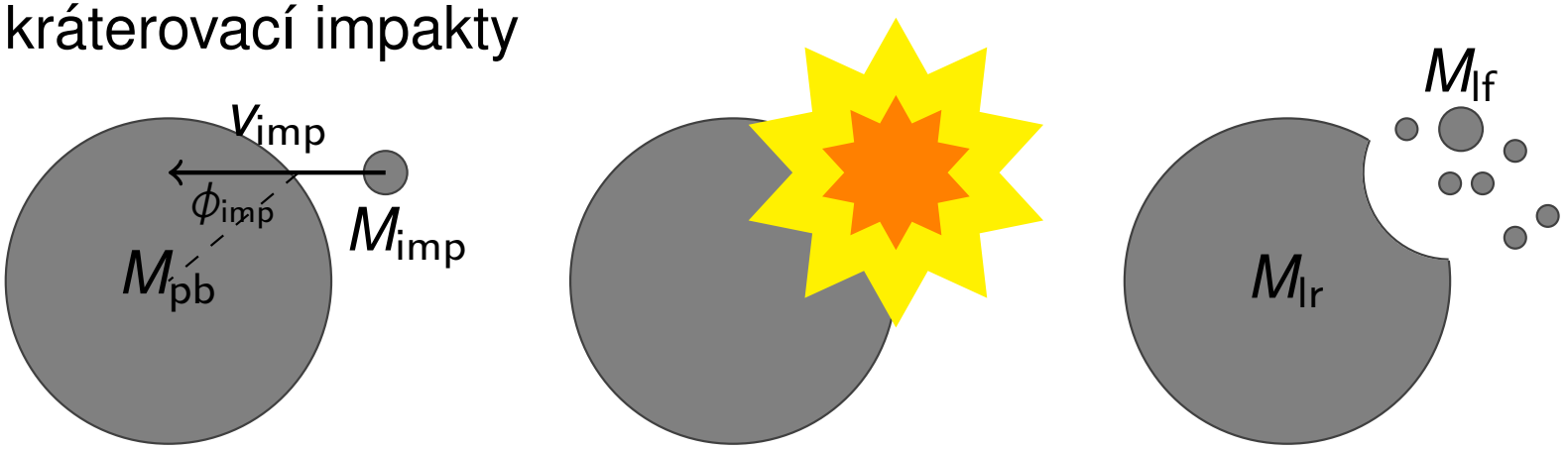
- škálování zákon $\longrightarrow$ 10km tělesa jsou méně pevná
  Benz & Asphaug (1999)
- kinetická energie $Q \equiv \frac{\frac{1}{2} m_{\text{project}} v_{\text{imp}}^2}{M_{\text{tot}}}$
- stejné $Q/Q_{\text{D}}^{\star} \longrightarrow$ relativně menší projektily



- pro malé rodiny lze škálovat výsledky 10km tělesa nahoru a 100km tělesa dolů

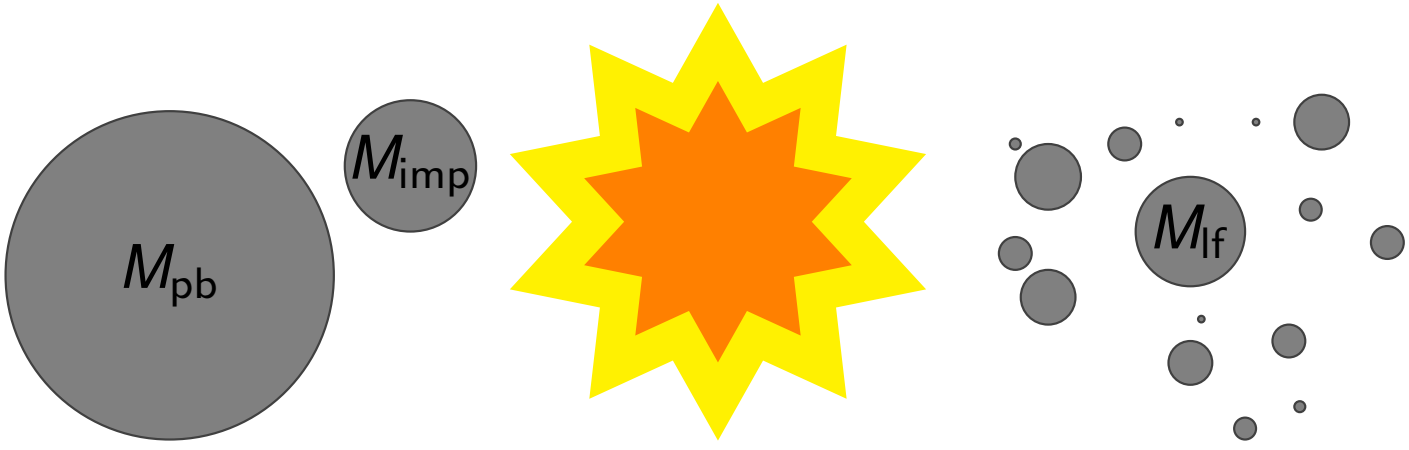
Parametry impaktu

- kráterovací impakty



Největší zbytek — průměr druhého největšího tělesa nepřesahuje $0.8D_{lr}$

- katastrofické impakty



Numerický model vzniku asteroidálních rodin

- složitá fyzika — nelineární stavová rovnice, šíření prasklin v tělese, self-gravitace, ...
- potřebný časový krok: Courantovo kriterium

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c_s} \simeq 10^{-3}\,\mathrm{s}$$

- čas potřebný na reakumulaci ~ 10 dnů
- celkový čas simulace: 10^9 kroků $\sim 10^5$ dnů

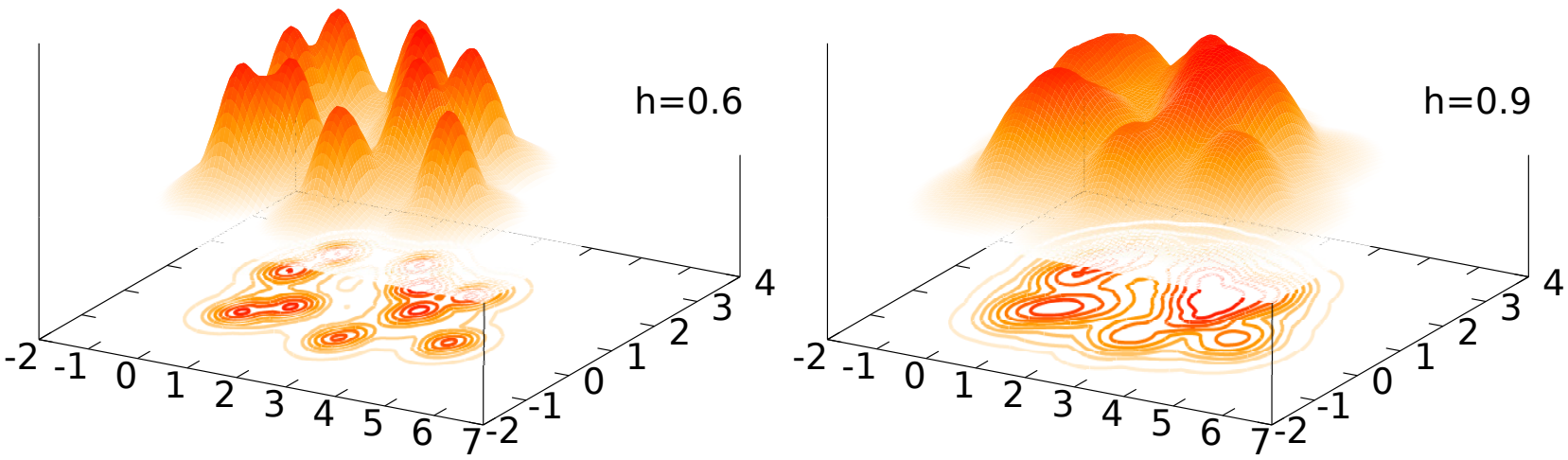
$\longrightarrow$ hybridní řešení – SPH + N-částicový integrátor

$$\tau_{\mathrm{fragmentace}} \equiv \frac{D_{\mathrm{pb}}}{c_s} \ll \tau_{\mathrm{reakumulace}} \equiv \sqrt{\frac{1}{G\rho}}$$

Metoda shlazených částic (SPH)

- hustota dána shlazením bodových částic (Cossins 2010)

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \sum_{j=1}^{N} m_j W(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_j, h)$$



- gradient veličiny $\nabla A(\boldsymbol{r})$:

$$\nabla A(\boldsymbol{r}) = \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} A_j \nabla W(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_j, h)$$

Hydrodynamické rovnice

- rovnice kontinuity

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -\rho \nabla \cdot \boldsymbol{v}$$

- pohybová rovnice

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

- energetická rovnice

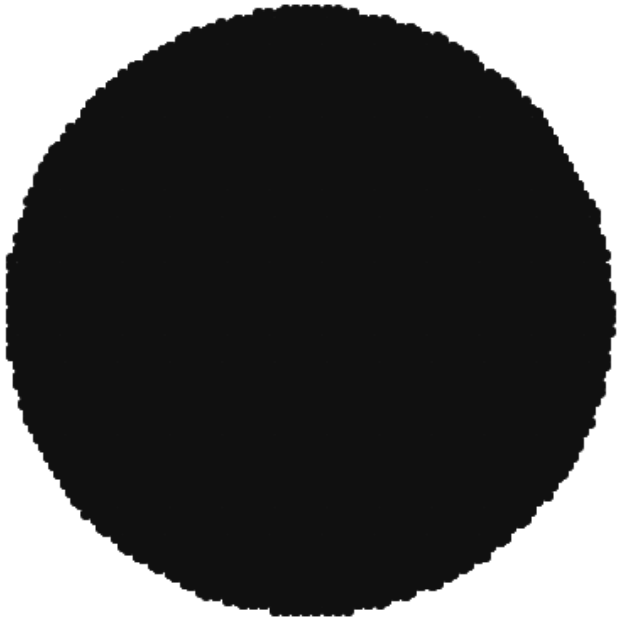
$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -\frac{P}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{v} + \frac{1}{\rho} \boldsymbol{S} : \dot{\epsilon}$$

- konstituční rovnice — Hookův zákon

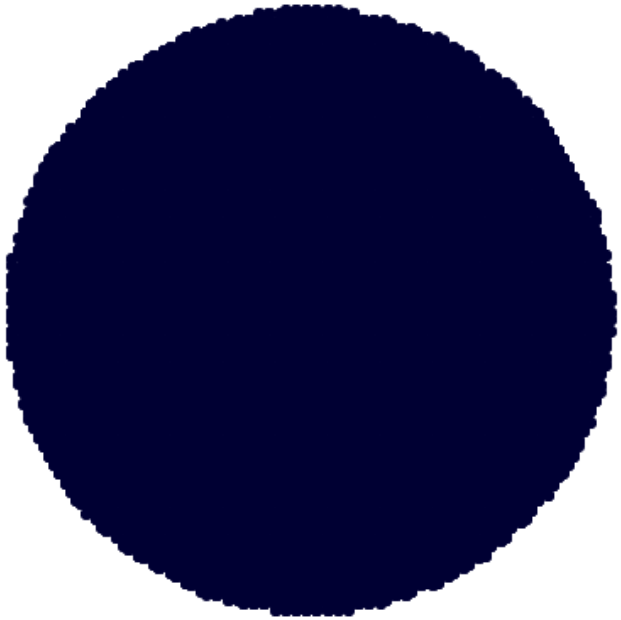
$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}t} = 2\mu \left(\dot{\epsilon} - \frac{\mathbf{1}}{3} \nabla \cdot \boldsymbol{v} \right)$$

Kráterovací impakty

poškození D

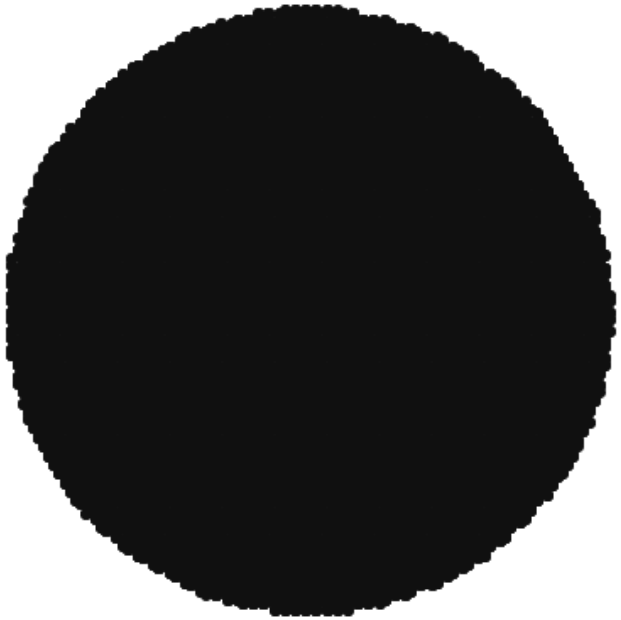


rychlost částic v

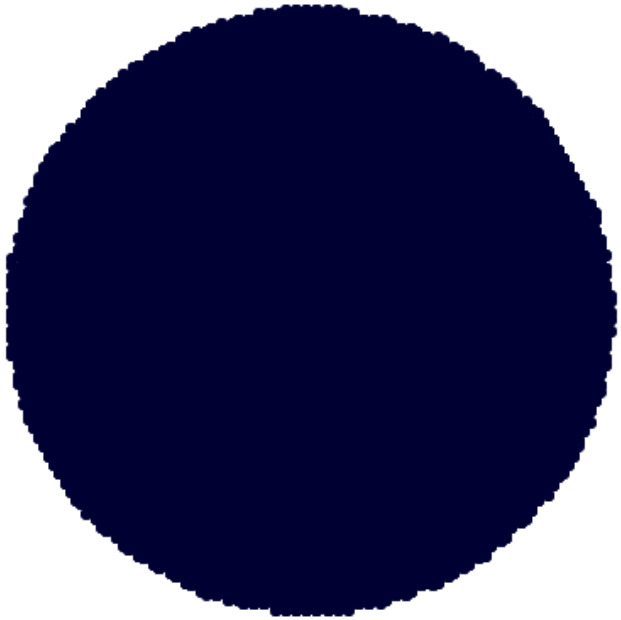


Katastrofické impakty

poškození D



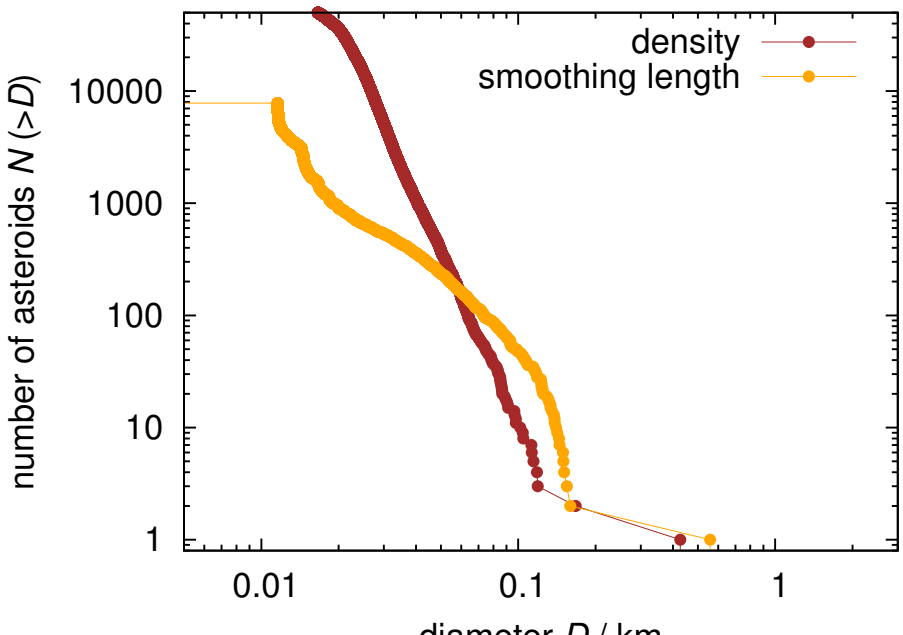
rychlost částic v



Předání N-částicovému integrátoru

- je třeba převést SPH částice na koule
- shlazovací délka $h \xrightarrow{?}$ poloměr koule R
- Durda et al. (2007) – $R \equiv h/3$
  — příliš velká reakumulace na středních velikostech kvůli částicím v expandované fázi
- Nesvorný et al. (2006) – konstantní hustota $\rho = 2700\,\mathrm{kg/m^3}$
- Michel et al. (2002) – R podle místní hustoty:

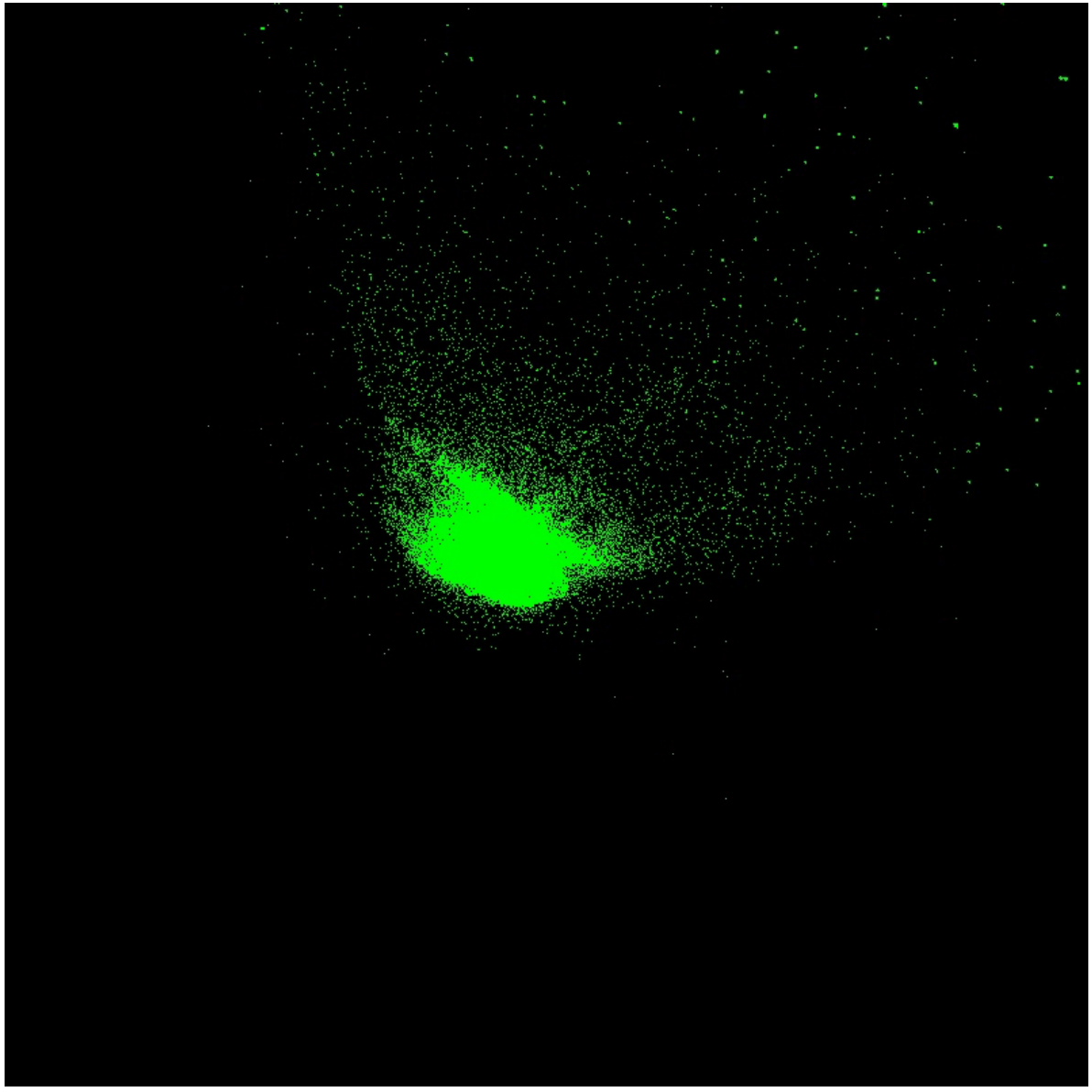
$$R \equiv \left(\frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{\frac{1}{3}}$$



N-částicový integrátor

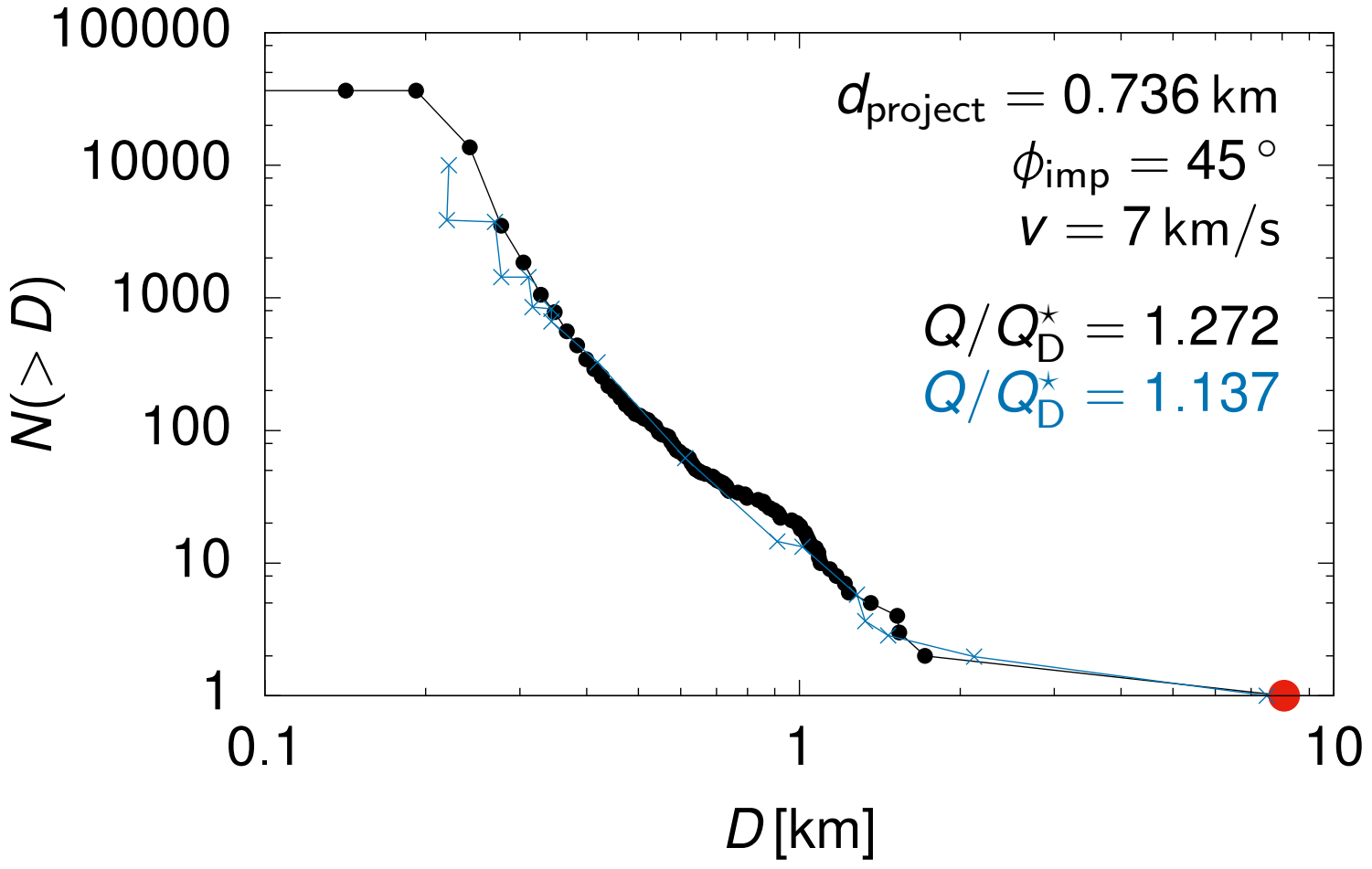
- kód `pkdgrav` (Richardson et al. 2000)
- stromová struktura — gravitační momenty vzdálených buněk (hexadekupólní aproximace) namísto interakce každé dvojice částic
- srážky částic — dokonalé spojování $\longrightarrow$ ztráta informace o tvaru
- reakumulace $\longrightarrow$ rozdělení velikostí, rychlostní pole

N-částicový integrátor



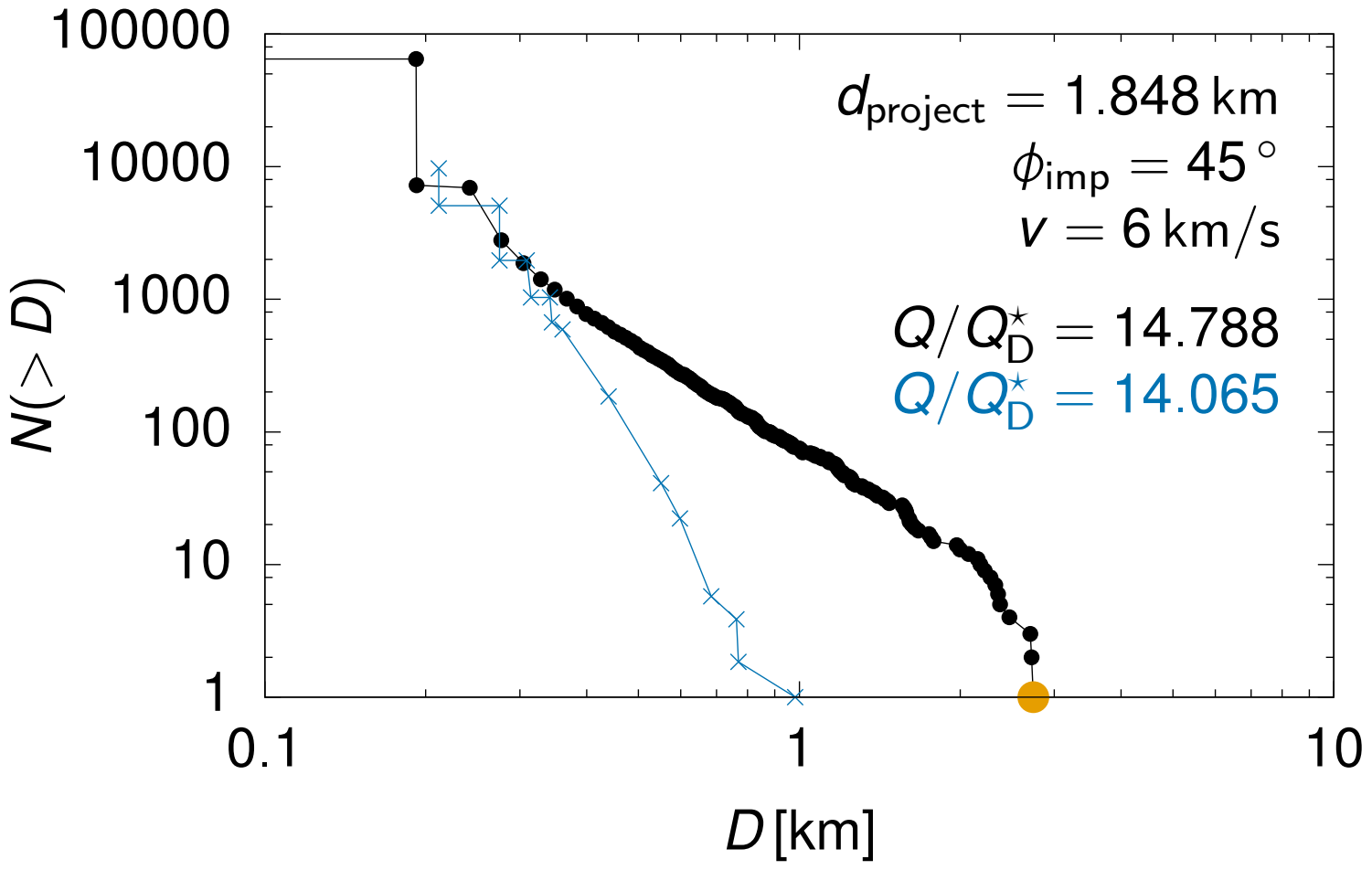
Středně-energetické impakty ($Q/Q^{\star}_{\mathrm{D}} \sim 1$)

- 10km simulace srovnatelné se 100km



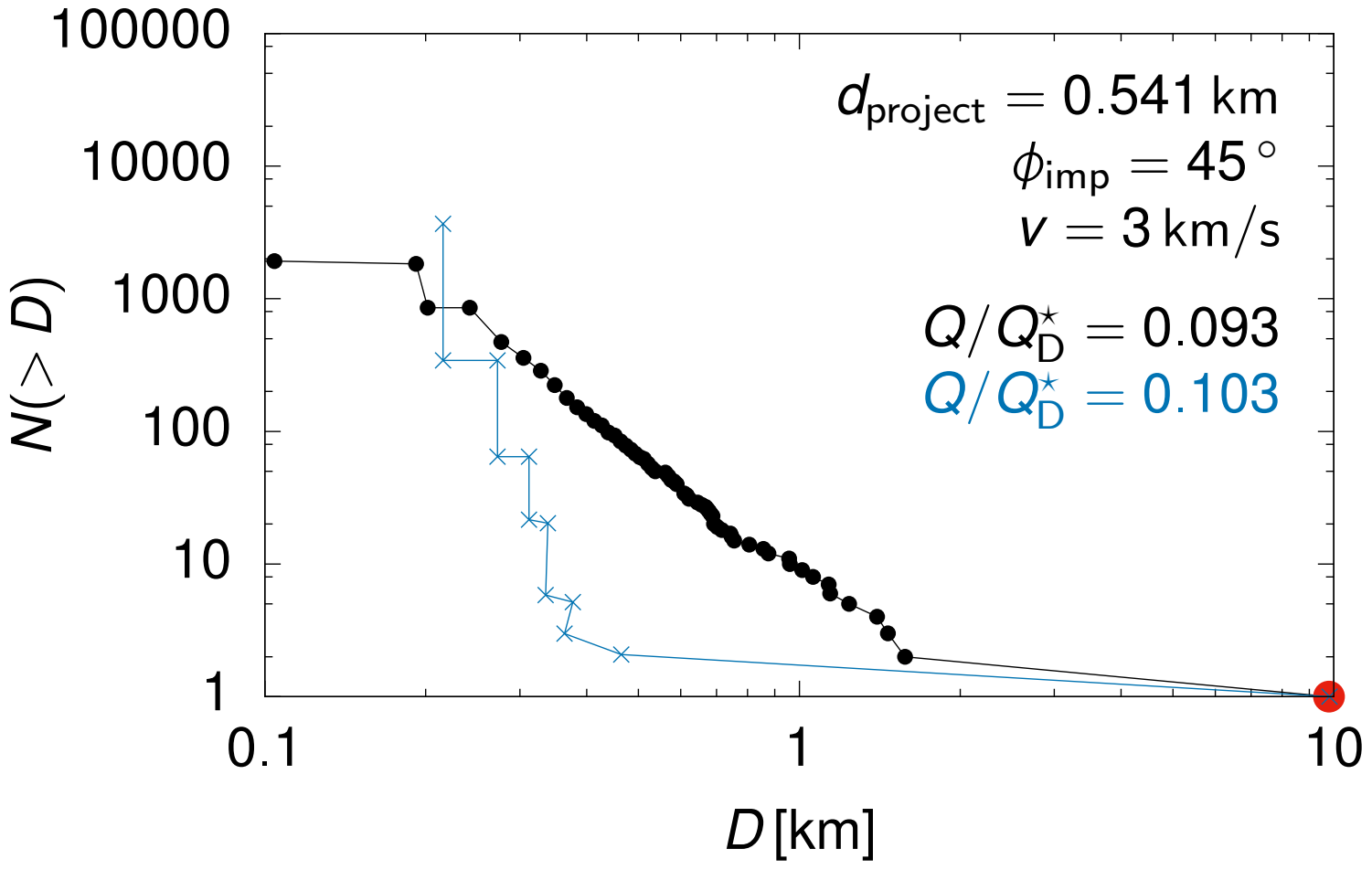
Katastrofické rozpady ($Q/Q^{\star}_{\mathrm{D}} \gg 1$)

- 100km se více rozpadne $\longrightarrow$ větší sklon SFD
- SFD roste strmě, největší remnant neexistuje



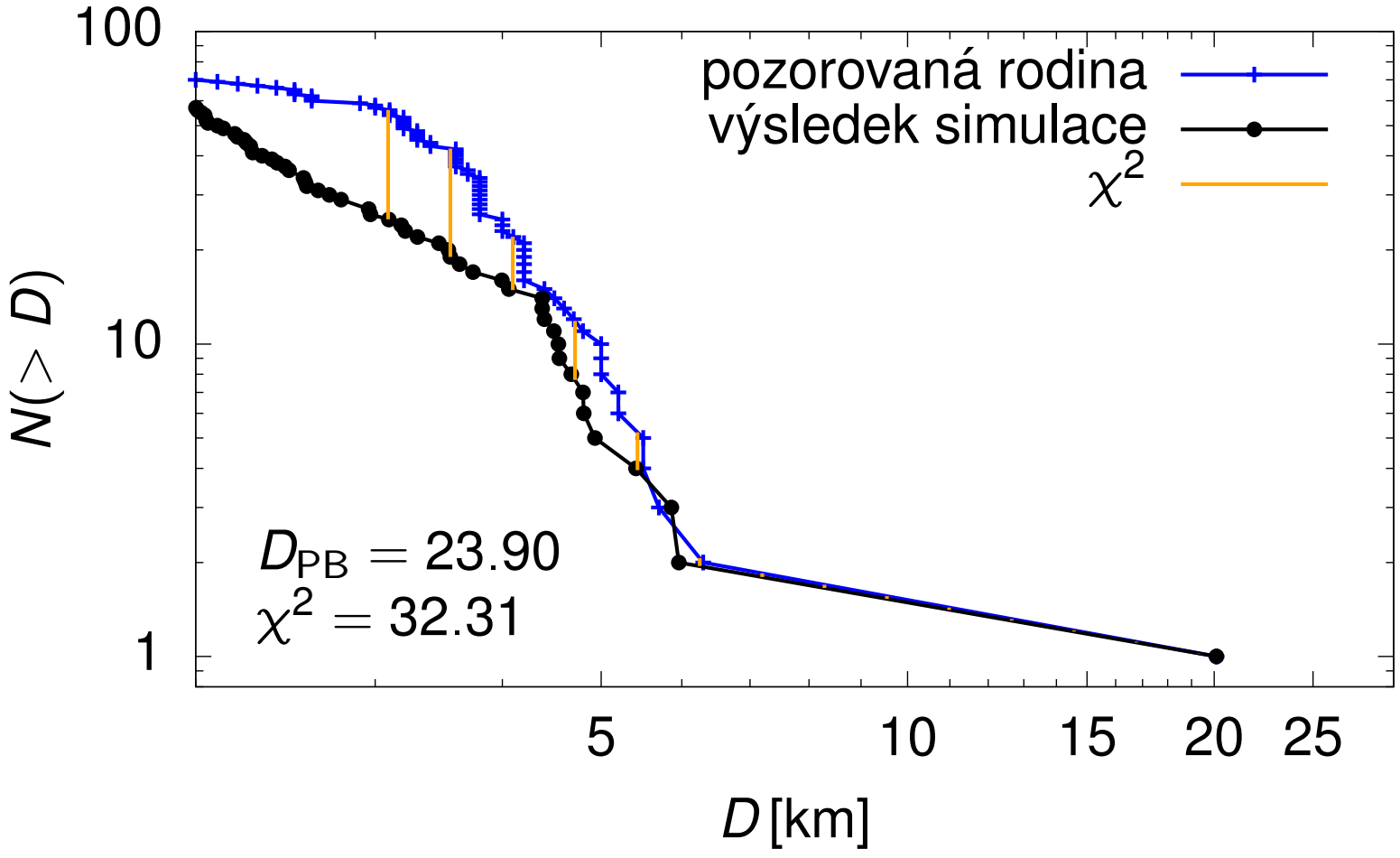
Kráterovací impakty ($Q/Q^{\star}_{\mathrm{D}} \ll 1$)

- 100km se méně rozpadne $\longrightarrow$ větší sklon SFD



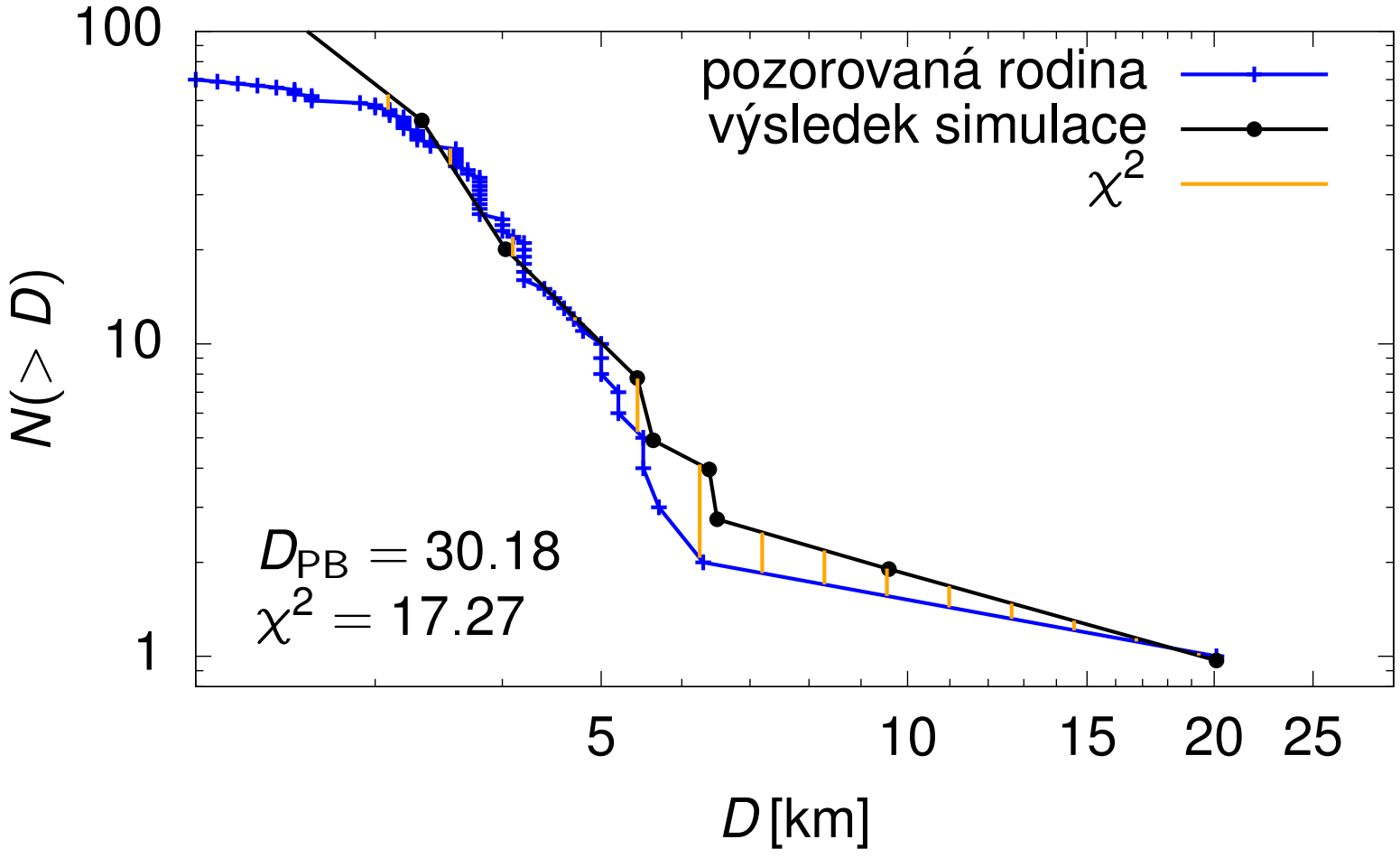
Porovnání simulací 10km těles s rodinou Karin

- pozorovaná rodina — Nesvorný & Bottke (2004)



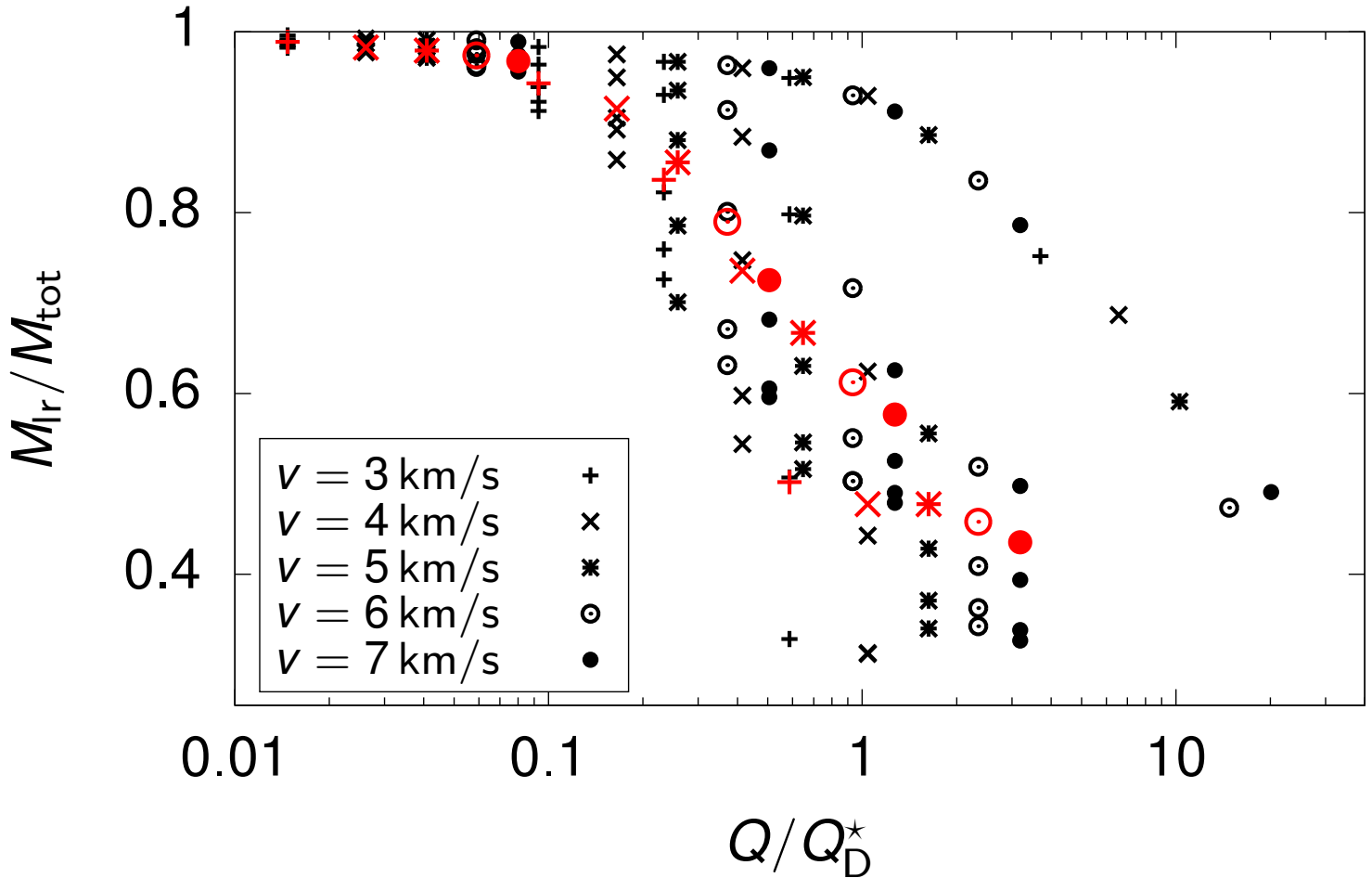
Porovnání simulací 100km těles s rodinou Karin

- Durda et al. (2007)



Závislost největšího zbytku na kinetické energii

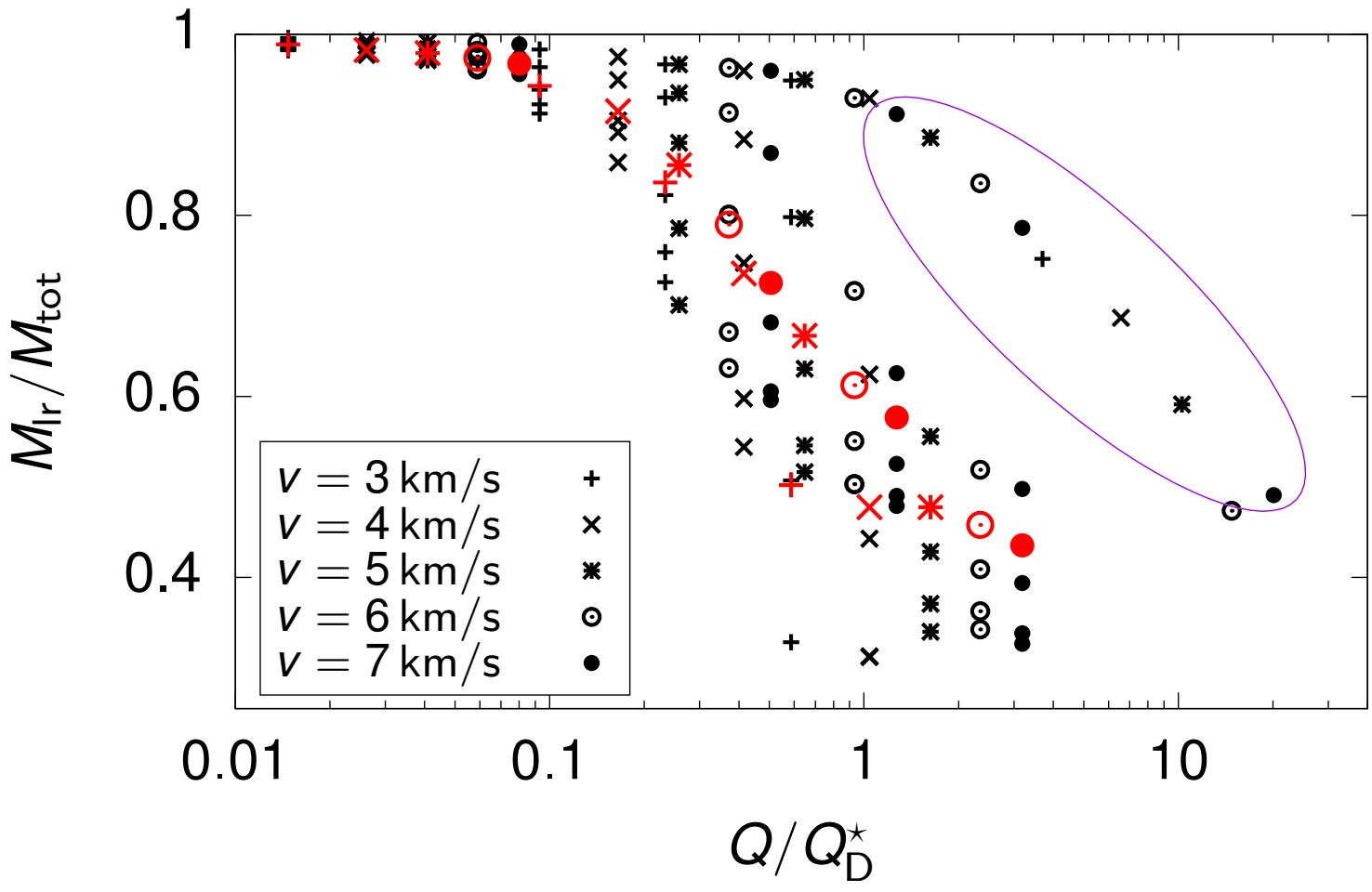
- průměrování přes ϕ_{imp}, $p(\phi) = \sin 2\phi$ ($= 0$ pro $\phi_{\mathrm{imp}} = 0°, 90°$)



- Menší v $\longrightarrow$ silnější impakt (pro $Q/Q^{\star}_{\mathrm{D}} = \mathrm{konst.}$)

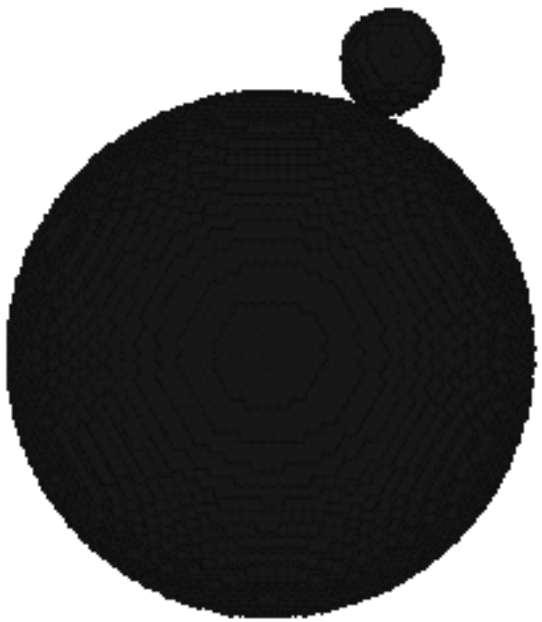
Závislost největšího zbytku na kinetické energii

- průměrování přes ϕ_{imp}, $p(\phi) = \sin 2\phi$ ($= 0$ pro $\phi_{\mathrm{imp}} = 0°, 90°$)



- Impakty s impaktním úhlem $\phi = 75\,°$ výrazně slabší

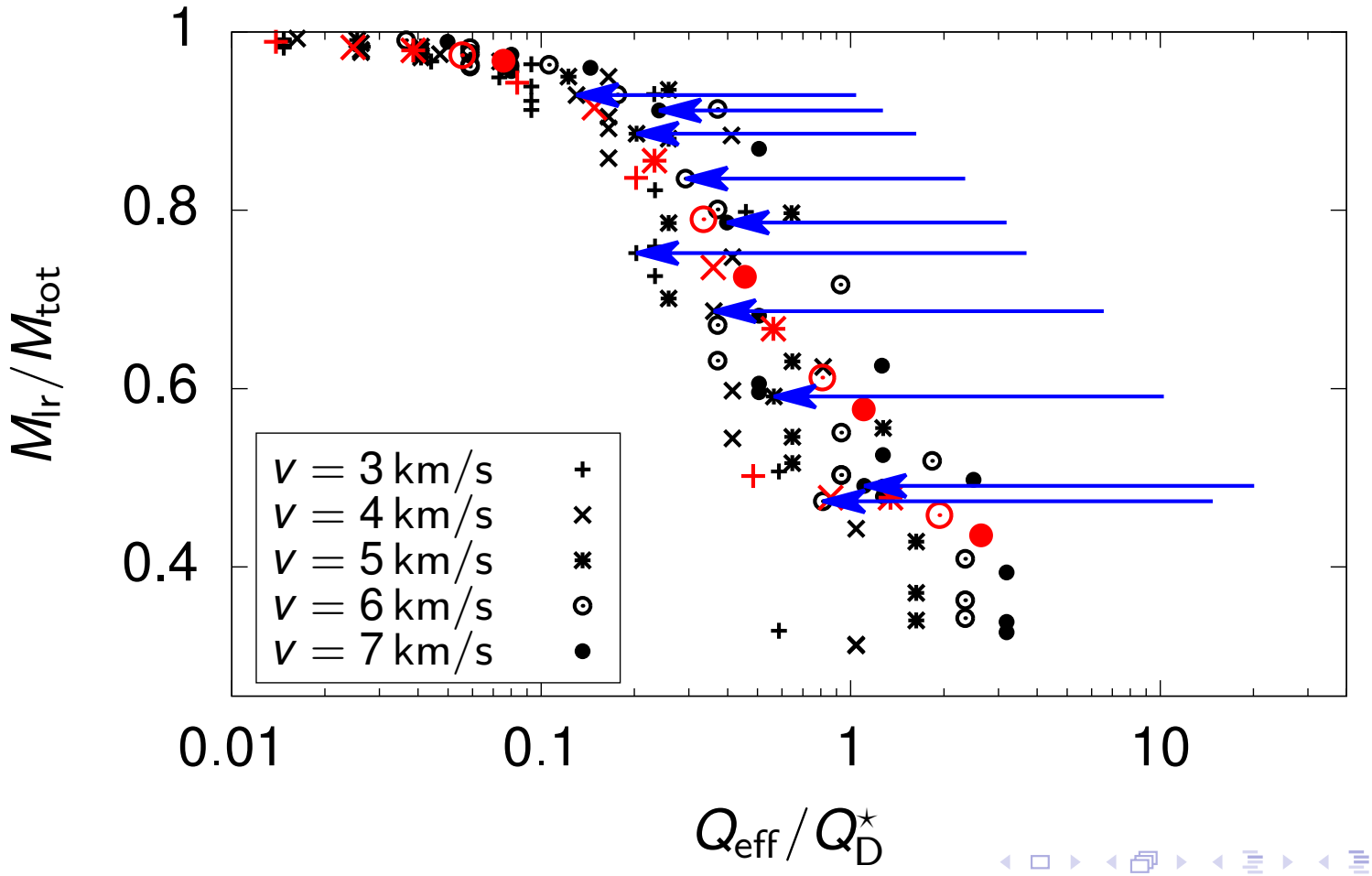
Impakty pod úhlem 75 °



Oprava o efektivní plochu impaktu

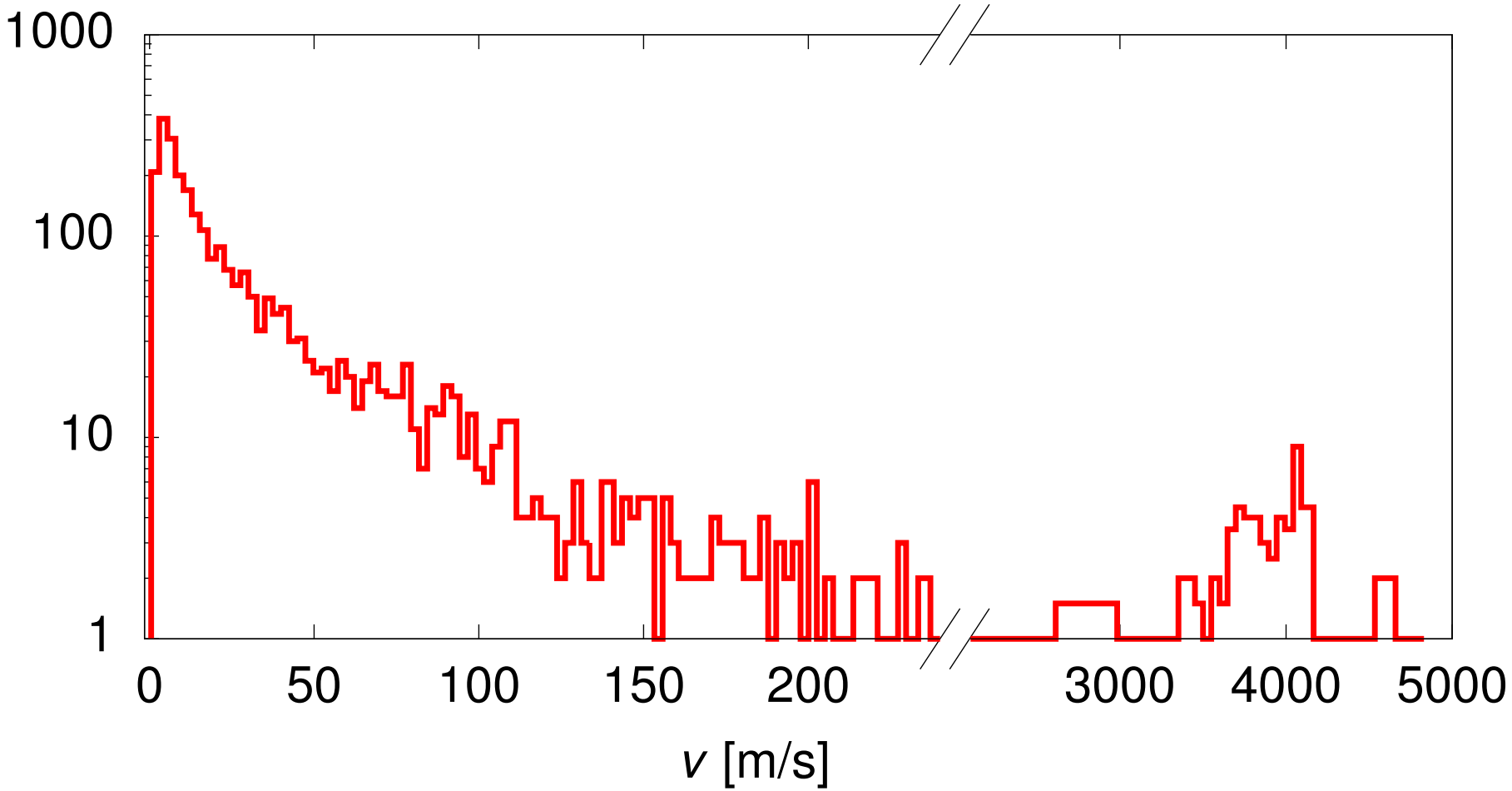
- nahradíme $Q \longrightarrow Q_{\mathrm{eff}} \equiv Q \cdot A$, kde

$$A = \frac{\text{plocha průniku kruhů o průměrech } D_{\mathrm{project}} \text{ a } D_{\mathrm{pb}}}{\text{plocha kruhu o průměru } D_{\mathrm{project}}}$$



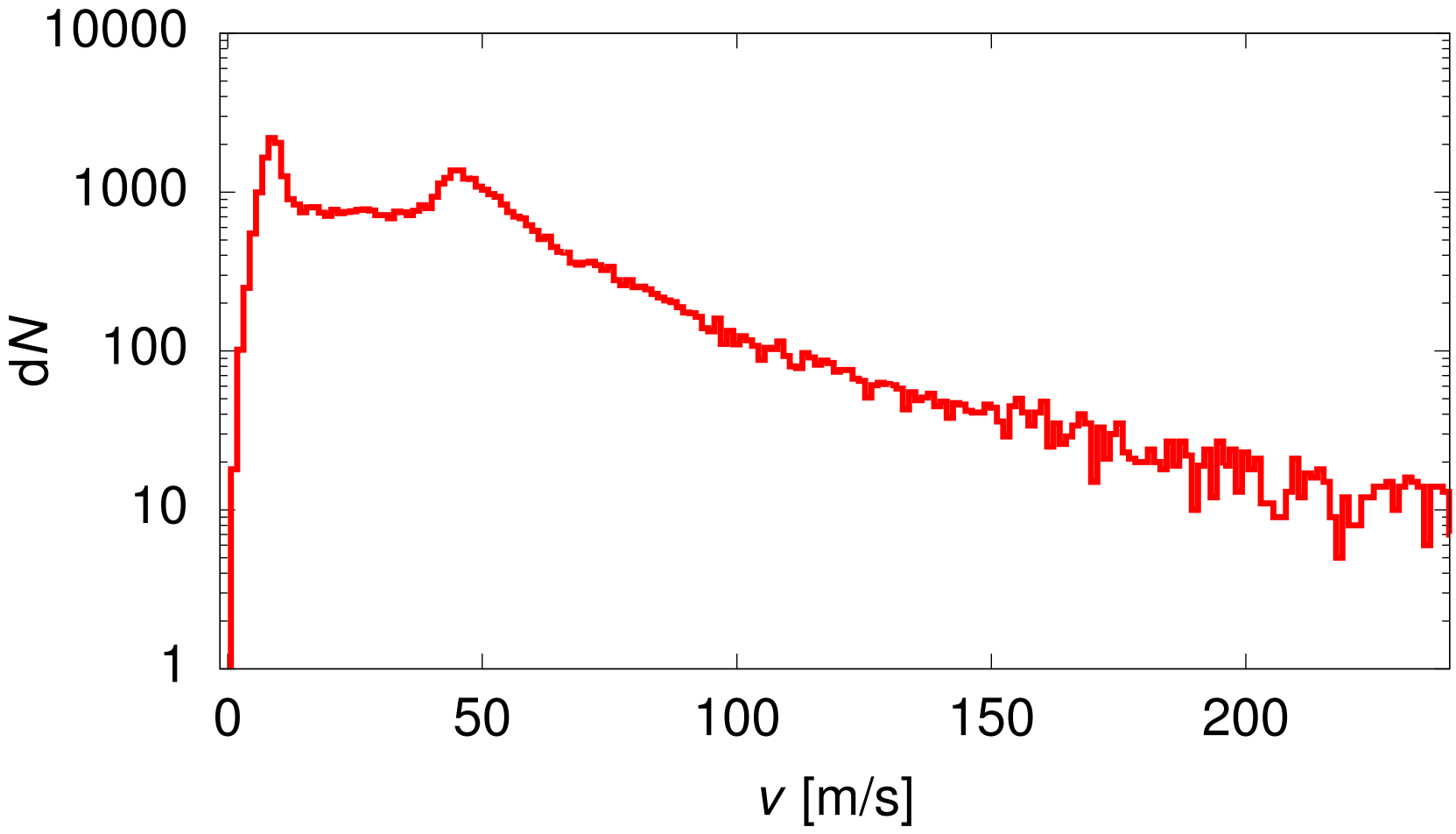
Histogram rozdělení rychlostí

- chceme velikost rychlosti $\longrightarrow$ záleží na vztažné soustavě
- těžišťová soustava bez outlierů



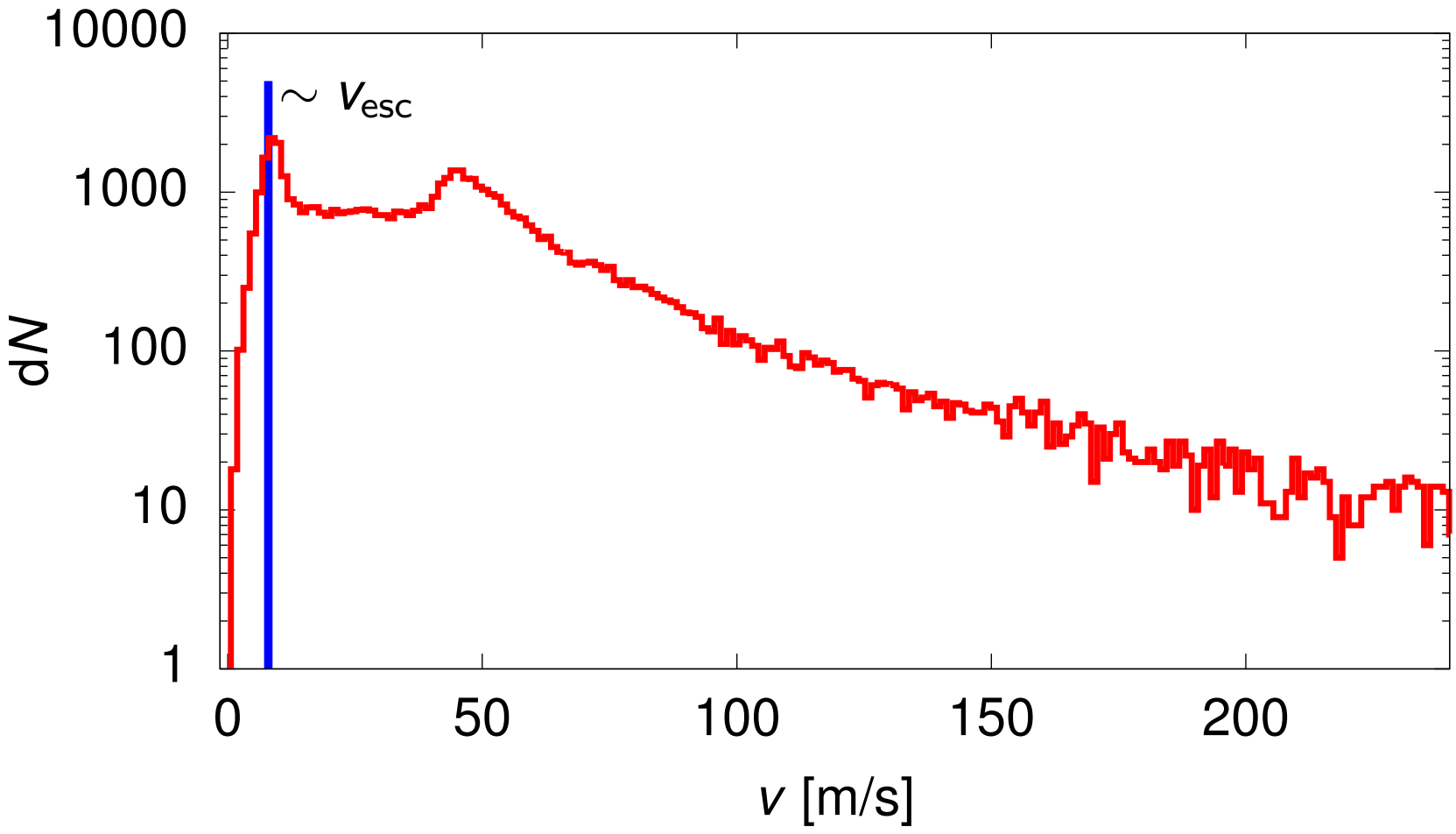
Histogram rozdělení rychlostí

- dvě lokální maxima rozdělení — první přibližně odpovídá únikové rychlosti v_{esc}, druhé z antipodu



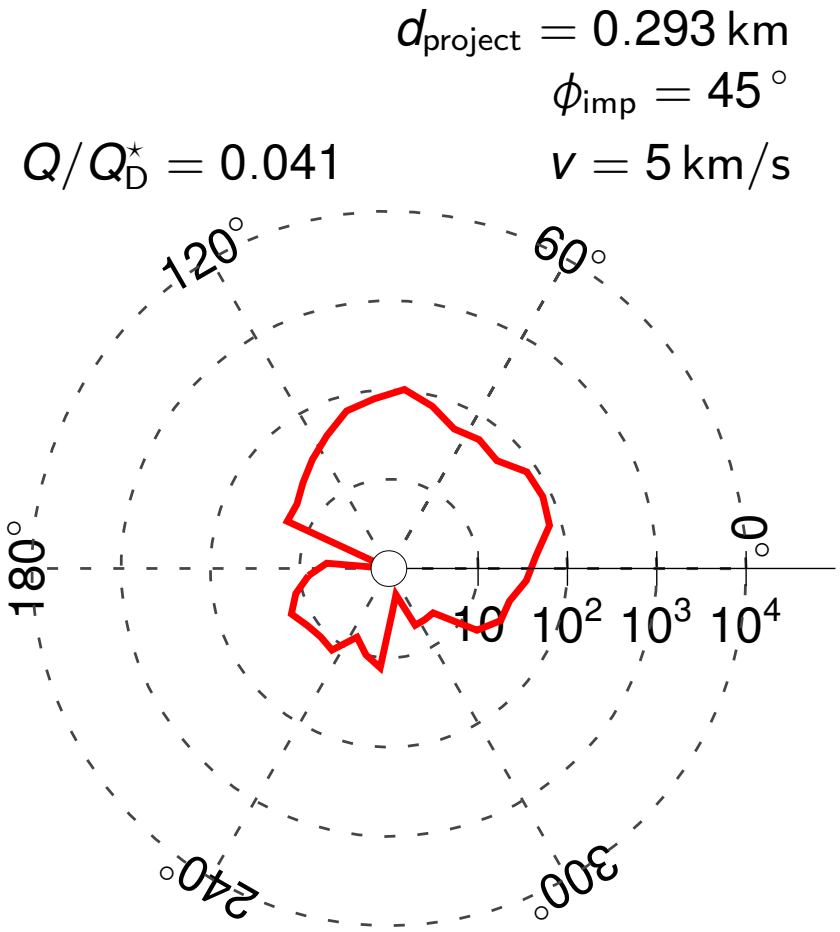
Histogram rozdělení rychlostí

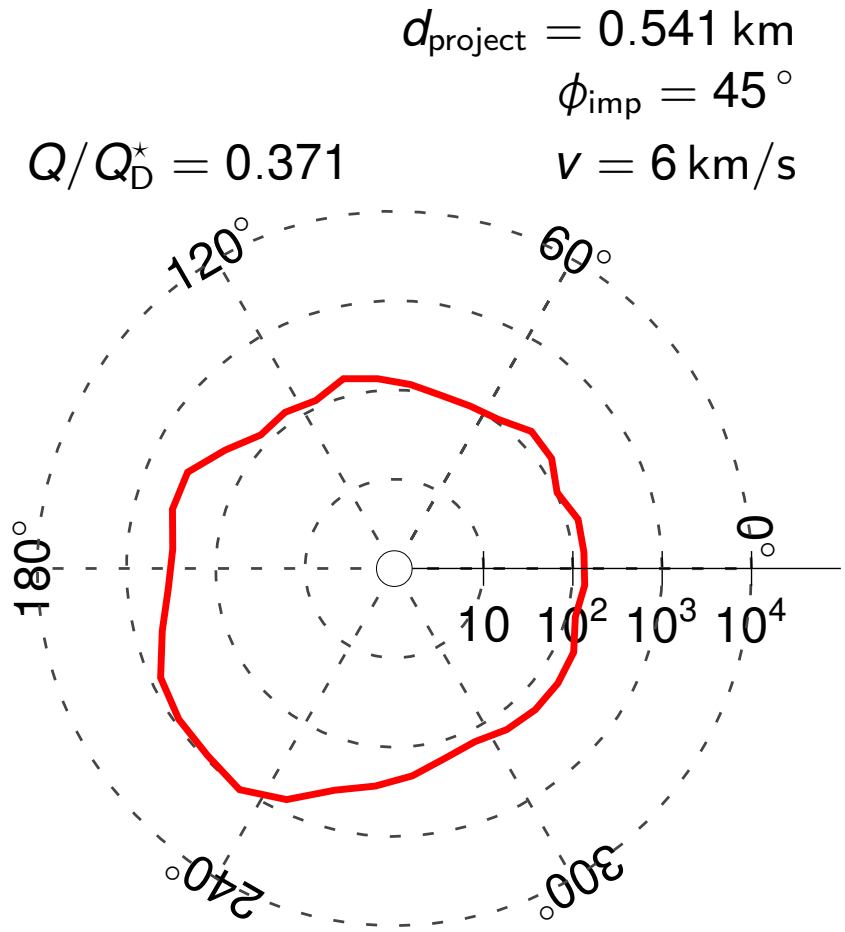
- dvě lokální maxima rozdělení — první přibližně odpovídá únikové rychlosti v_{esc}, druhé z antipodu



Úhlové rozdělení rychlostí

- katastrofické rozpady — více izotropní
- u slabších impaktů — protažení ve směru impaktního úhlu



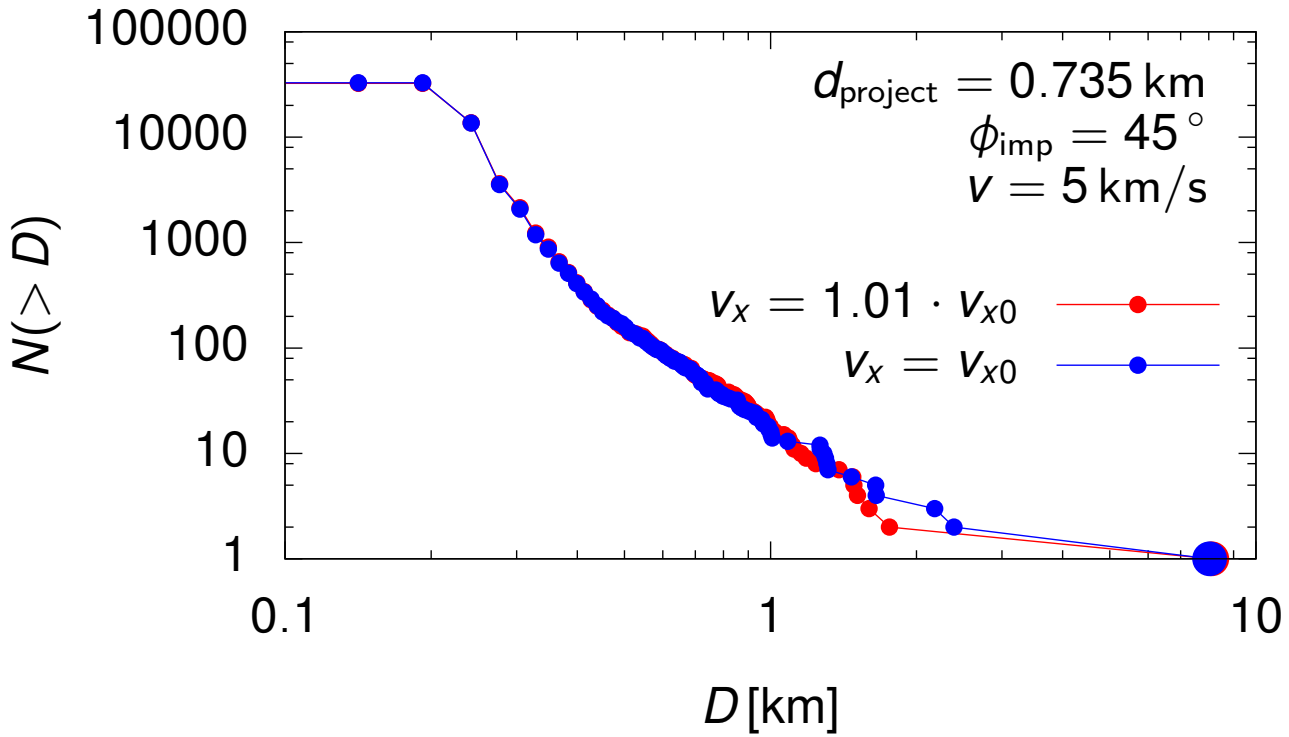


Shrnutí

- Lineární škálování — funguje dobře pro $Q/Q^{\star}_{\mathrm{D}} \sim 1$, větší rozdíly pro kráterovací i pro katastrofické impakty
- Pro rodinu Karin — pro 10km simulace je D_{pb} menší než pro simulace 100km
- Impaktní úhel $\phi = 75\,^{\circ}$ — slabší kvůli geometrii
  - větší vliv na 100km simulace
- Rychlostní pole — více izotropní pro katastrofické rozpady

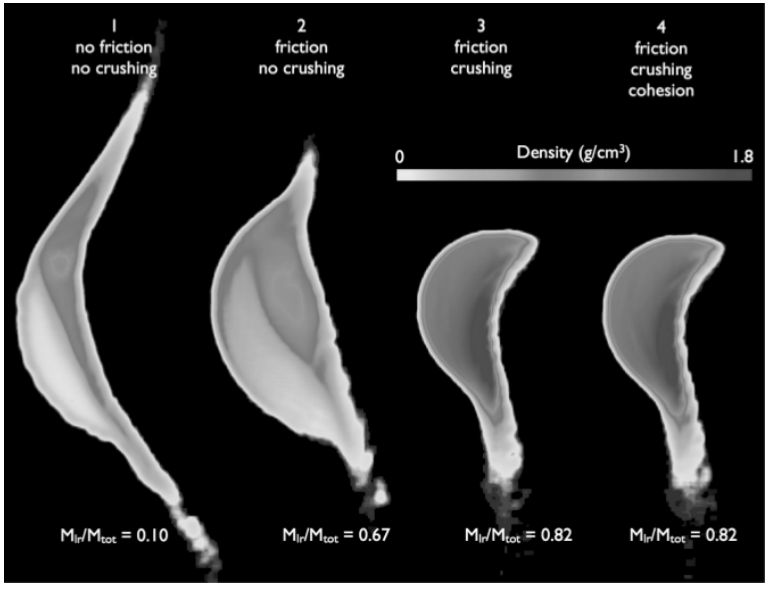
Nejistoty modelu

- N-částicová simulace — chaotická
- test citlivosti výsledků: na 'startu' nastavíme mírně větší rychlosti ve směru x
- rozdíl ve střední části histogramu, sklon q a největší zbytek D_{lr} takřka nezměněn.



Nejistoty pozorování

- interlopeři — zejména pokud je největší zbytek interloperem, dostaneme zcela chybný výsledek
- tvar mateřského tělesa — pro $D_{\mathrm{pb}} = 10\,\mathrm{km}$ může být daleko od sféry
- hustoty asteroidů (Carry 2012)
- mikro-/makro-porozita — je potřeba složitější reologický model (Asphaug et al. 2015)



Extrapolace parametrických relací

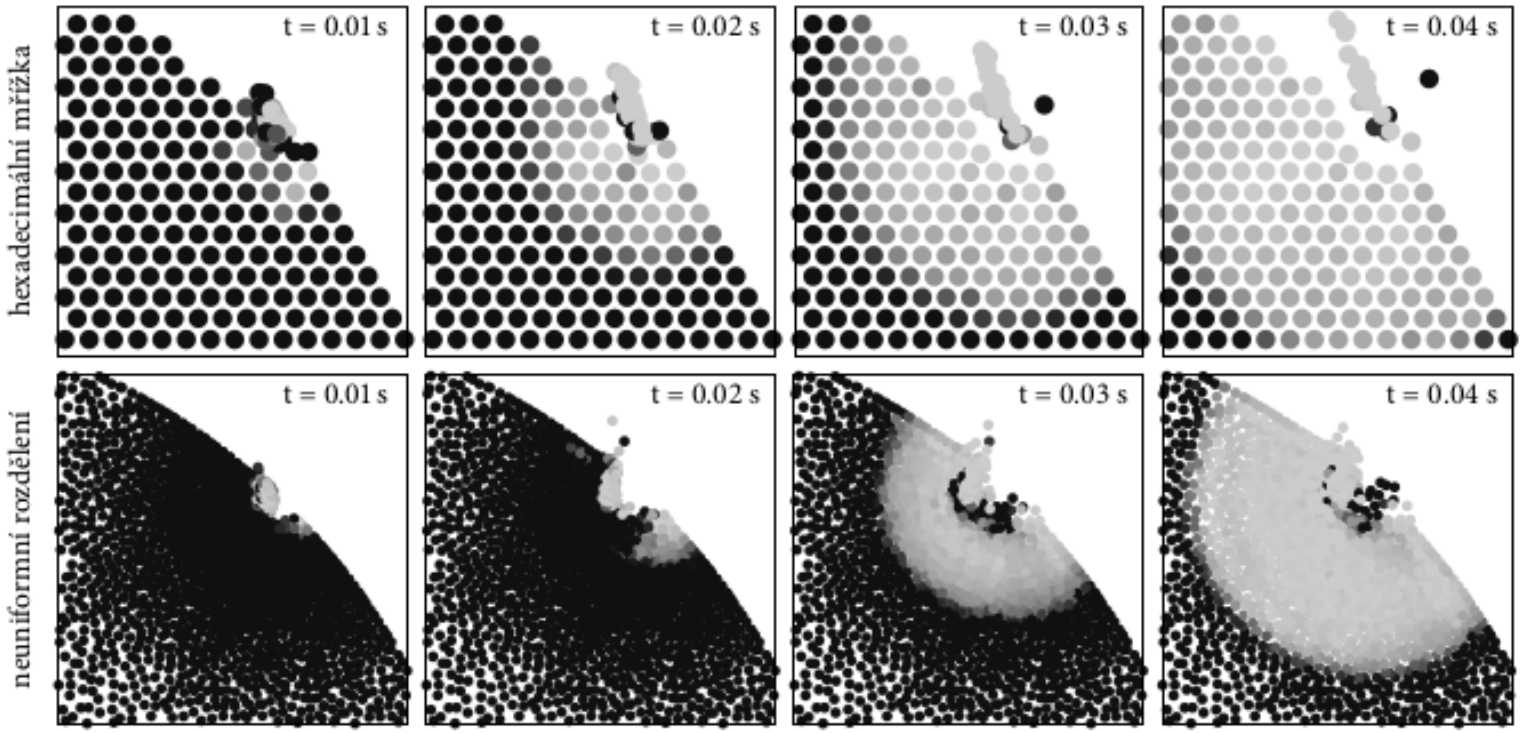
- parametrické relace jsou dány hodnotami v intervalu $[0,01; 100]$ (v jednotkách $Q_{\mathrm{eff}}/Q_{\mathrm{D}}^{\star}$)
- mimo interval chybí data, volíme „rozumné“ limity
  chceme se např. vyhnout problému s divergencí
- pro sklon volíme tvar funkce stejně jako Durda et al. (2007)

$$q = -10 + 7\left(\frac{Q}{Q_{\mathrm{D}}^{\star}}\right)^{0.4} \exp\left(-\frac{Q}{7Q_{\mathrm{D}}^{\star}}\right)$$

(ačkoliv pokles sklonu pro $Q_{\mathrm{eff}}/Q_{\mathrm{D}}^{\star}$ není v datech patrný)

Kontaktní diskontinuita

- u povrchu nefyzikální gradient tlaku na škále $\sim h$ $\longrightarrow$ větší rozlišení místa impaktu
- chová se jako impakty s větší energií, ale rozdělení velikostí má uměle menší sklon (částice SPH nemají stejnou „velikost“).



Balsarův přepínač

- umělá viskozita Π_{ij} nežádoucí ve smyku
- problém lze omezit 'opravením' umělé viskozity:

$$\Pi_{ij} \longrightarrow \Pi_{ij} \frac{f_i + f_j}{2}$$

kde

$$f_i = \frac{|\nabla \cdot \boldsymbol{v}_i|}{|\nabla \cdot \boldsymbol{v}_i| + \|\nabla \times \boldsymbol{v}_i\| + \epsilon c_s / h_i}$$

- Pro nevířivé proudění ($\|\nabla \times \boldsymbol{v}_i\| = 0$) dostaneme původní vztah, viskozita vymizí při čistě smykovém toku ($\nabla \cdot \boldsymbol{v}_i = 0$)