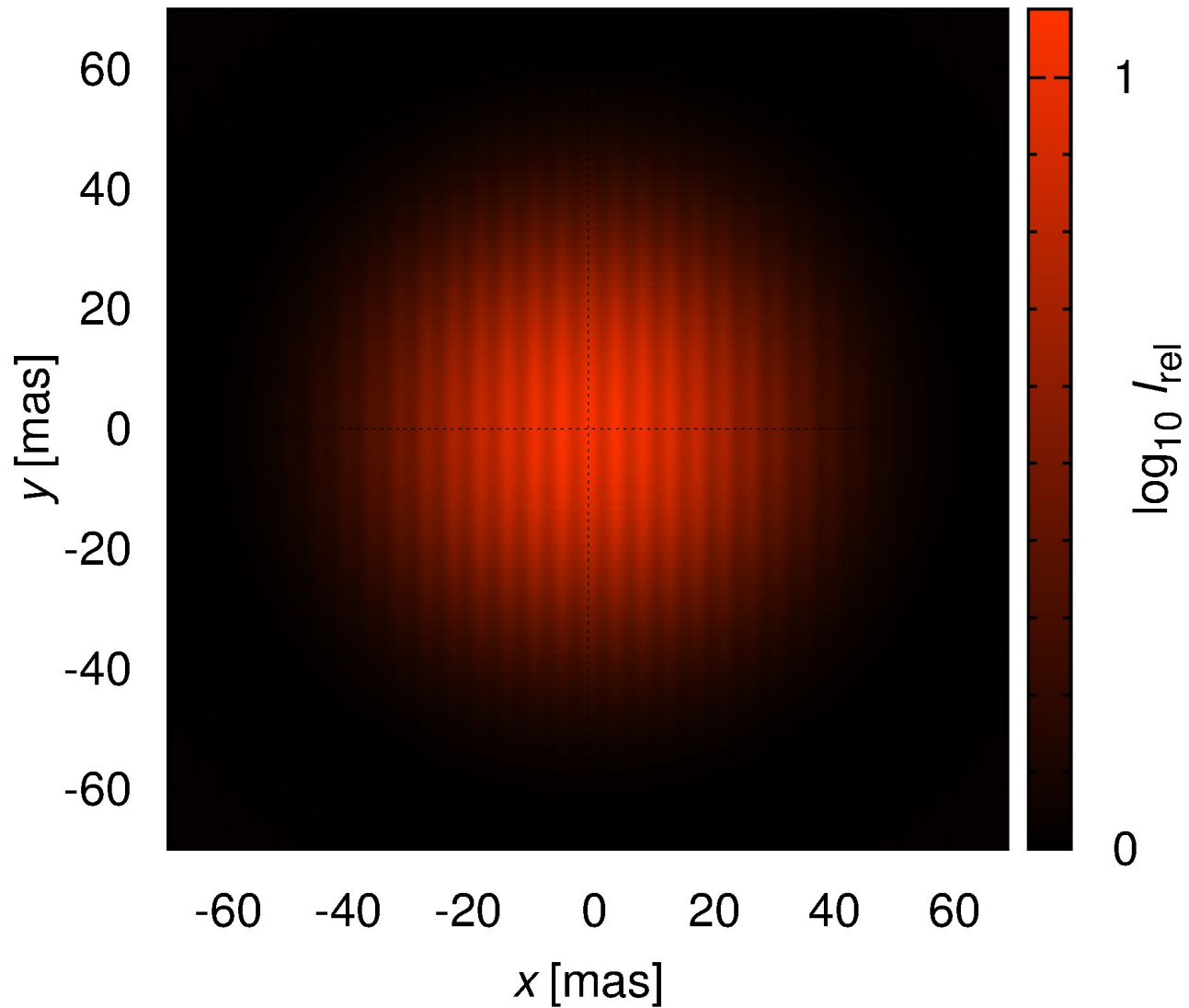


Astronomická interferometrie

Miroslav Brož, Hvězdárna a planetárium v Hradci Králové, AÚ MFF UK



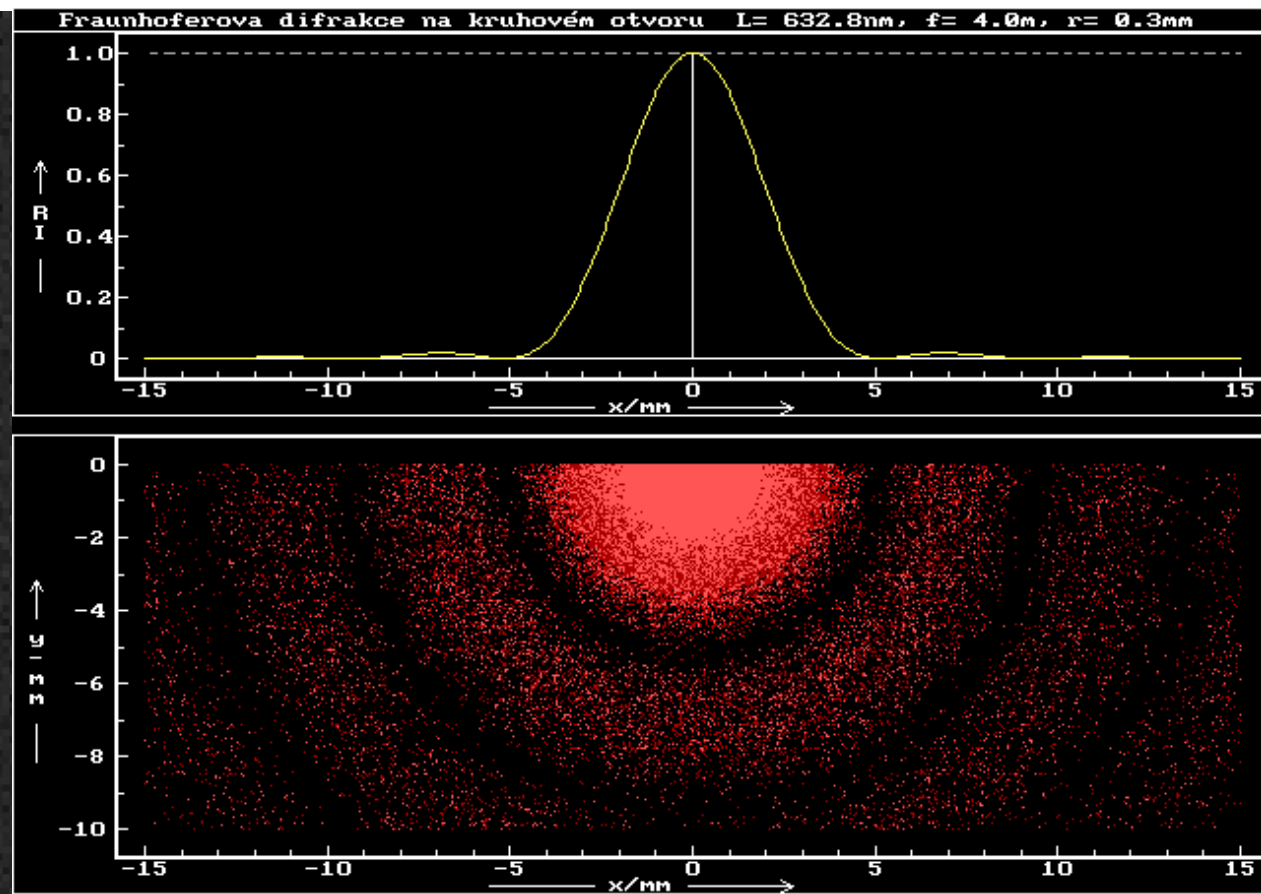
Kde všude?

- **CHARA** — optický interferometr
- **LIGO** — detektor gravitačních vln, měření vzdálenosti hmot
- **Gaia** — astrometrická družice, měření základního úhlu

- VLT, NPOI, LBT — další optické
- VLBI — rádiový interferometr (off-line), rotace \oplus , čas UTC
- ALMA — sub-mm, korelátor

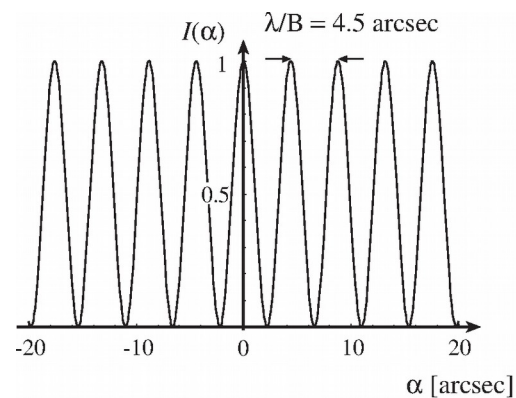
Airyho obrazec

- Fraunhoferova difrakce na kruhovém otvoru, vliv seeingu
- pokus: 2 tužky

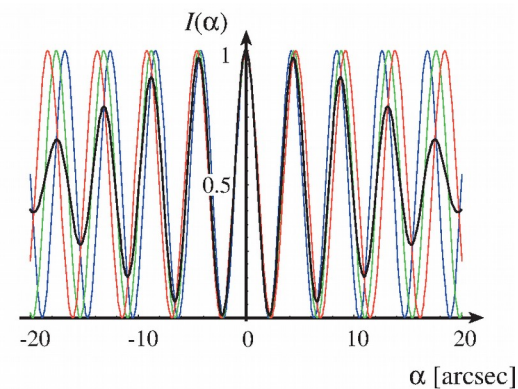


Youngův pokus

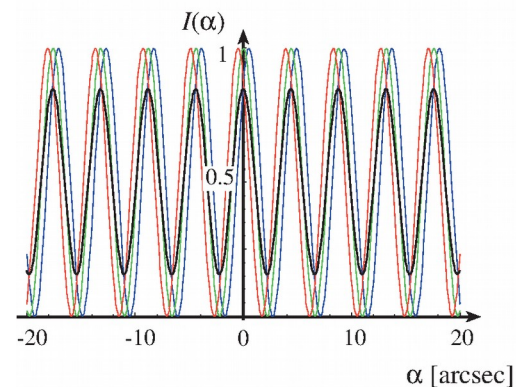
- monochromatický vs. polychromatický vs. rozlehlý
- pokus: vlny a stíny



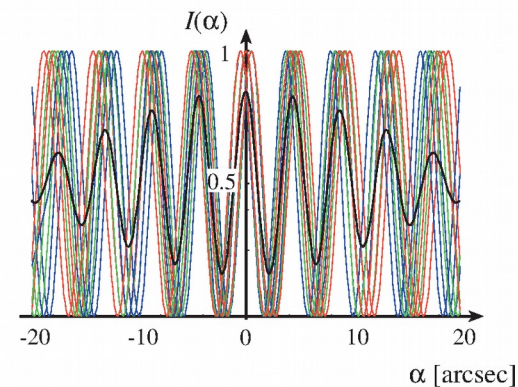
a) point source, monochromatic



b) point source, K-band



c) extended source, monochromatic



d) extended source, K-band

Glindeman (2008)

Viditelnost

Viditelnost. V Youngově experimentu dopadá na zmiňovanou překážku rovinná monochromatická elektromagnetická vlna. Namísto jednotlivých složek polí \mathbf{E} , \mathbf{B} budeme používat bezrozměrný vzruch D (angl. disturbance) v komplexní notaci:

$$D(\mathbf{r}, t) = D_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = D(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}, \quad (6.140)$$

kde $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ označuje úhlovou frekvenci a \mathbf{k} vlnový vektor, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Podle Huygensova principu spočteme vzruch na stínítku jako součet dvou kulových vln, šířících se z otvorů:

$$D(\mathbf{r}) = \frac{D_0}{r_1} e^{ikr_1} + \frac{D_0}{r_2} e^{ikr_2} = \frac{D_0}{z_1} e^{ik\frac{1}{2}(r_1+r_2)} 2 \cos[k\frac{1}{2}(r_1 - r_2)]. \quad (6.141)$$

Nepozorujeme ovšem přímo D , nýbrž tok daný Poyntingovým vektorem $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, který lze pro naše účely středovat, normalizovat a považovat za bezrozměrnou intenzitu:

$$I(\mathbf{r}) \equiv \langle DD^* \rangle = |D(\mathbf{r})|^2. \quad (6.142)$$

Viditelnost (pokr.)

V místě odchýleném od osy překážky o úhel α je pak:

$$I(\alpha) = |D(\alpha)|^2 = \frac{D_0}{z_1} 2\{1 + \cos[k(r_1 - r_2)]\} \doteq I_0\{1 + \cos[k\alpha B]\}, \quad (6.143)$$

kde B označuje vzájemnou vzdálenost otvorů. Pokud navíc vlna sama dopadá na překážku pod úhlem α' :

$$I(\alpha, \alpha') = I_0\{1 + \cos[k(\alpha + \alpha')B]\}. \quad (6.144)$$

Jako jednoslovný popis jevu se zavádí *viditelnost*, neboli kontrast interferenčních proužků:

$$\mathcal{V} \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (6.145)$$

Protože zde $I_{\min} = 0$, $I_{\max} = 1$, je $\mathcal{V} = 1$. Pro rozlehlý zdroj nebo polychromatické záření bývá ovšem viditelnost menší, protože přicházející vlny nejsou prostorově respektive časově koherentní (viz obr. 6.49).

Teorém van Citterta a Zernikeho

Teorém van Citterta a Zernikeho. Budeme-li přes rozlehlý zdroj (úhly α') integrovat:

$$I(\alpha) = \int I(\alpha, \alpha') d\alpha' = \underbrace{\int I(\alpha') d\alpha'}_{= I_0} + \underbrace{\int I(\alpha') \cos[k(\alpha + \alpha')B] d\alpha'}_{= \Re[e^{ik\alpha B} \int I(\alpha') e^{ik\alpha' B} d\alpha']}, \quad (6.146)$$

uzříme, že se vlastně jedná o reálnou část Fourierovy transformace rozložení intenzity zdroje $I(\alpha')$, násobené jakýmsi faktorem. Obecněji zapsáno:

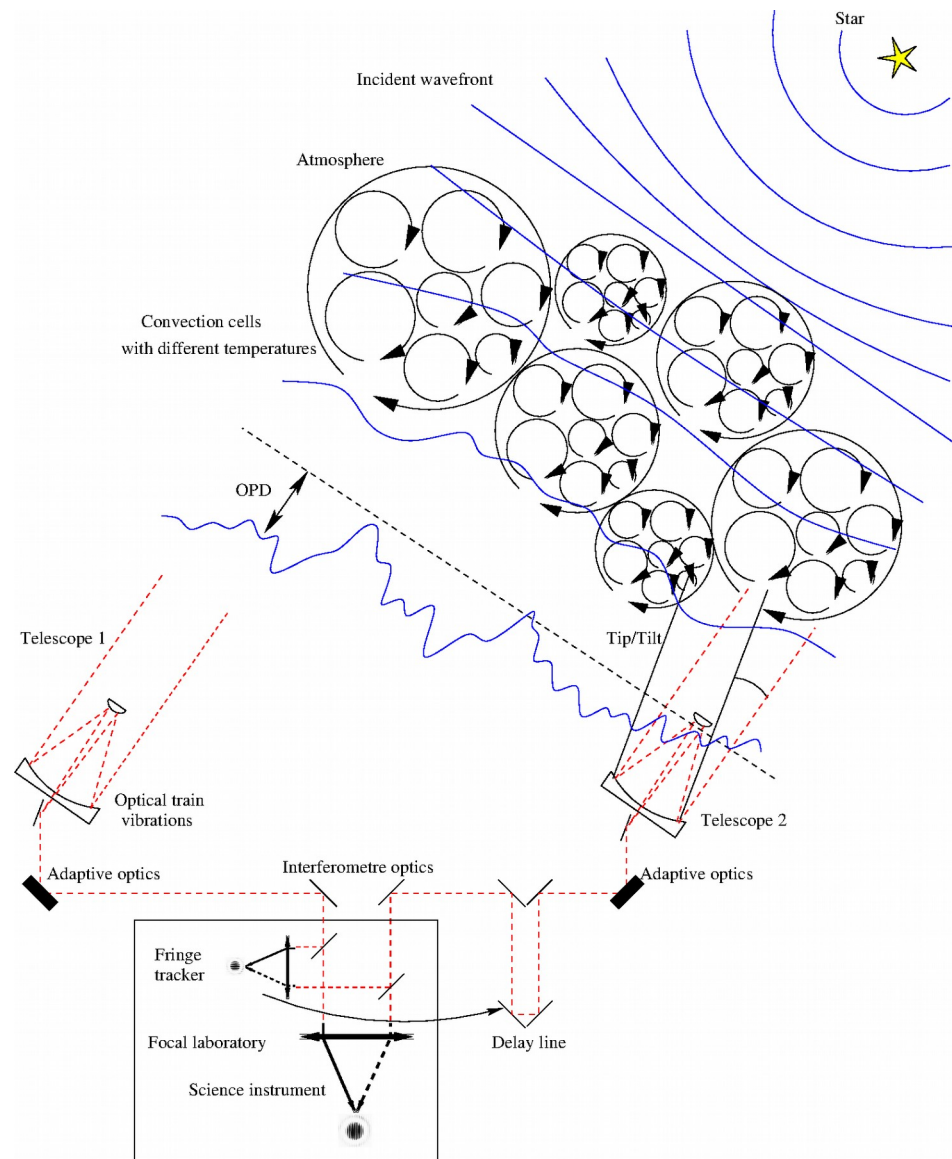
$$I(\vec{\alpha}) = I_0 \left\{ 1 + \Re \left[\mu(\vec{B}) e^{-ik\vec{\alpha} \cdot \vec{B}} \right] \right\}, \quad (6.147)$$

kde komplexní *funkce viditelnosti*:

$$\mu(\vec{B}) \equiv \frac{\int I(\vec{\alpha}') e^{-ik\vec{\alpha}' \cdot \vec{B}} d\alpha'}{I_0}, \quad (6.148)$$

tj. tvrzení teorému van Citterta a Zernikeho. Absolutní hodnota $|\mu(\vec{B})|$ evidentně určuje viditelnost \mathcal{V} (tj. kontrast), kdežto příslušná fáze $\phi(\vec{B})$ polohu „prostředního“

Schéma interferometru



hvězda

kulová vlnoplocha

rovinná vlnoplocha

turbulence

pokřivená vlnoplocha

dalekohledy

adaptivní optika

interferometr

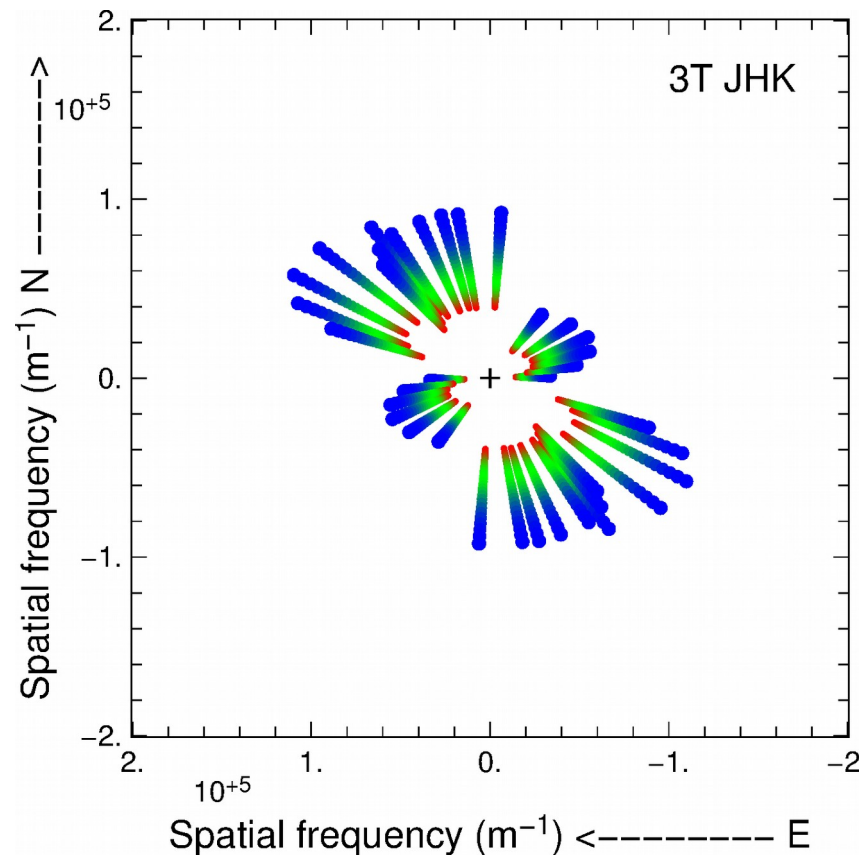
zpoždovací dráha

sledovač proužků

ohnisková rovina

Supersyntéza

- otáčení Země, souřadnice $(u, v) \equiv \mathbf{B}/\lambda$, jednotka: počet cyklů na základnu; též zvané prostorové frekvence



Millour (2008)

Jednoduché zdroje

pro dvojhvězdu ($I = I_0[\delta(\vec{\alpha}') + I_{\text{rel}}\delta(\vec{\alpha}' - \vec{\alpha}_0)]$):

$$\mu(u, v) = \sqrt{\frac{1 + I_{\text{rel}}^2 + 2I_{\text{rel}} \cos[(u, v) \cdot \vec{\alpha}_0]}{1 + I_{\text{rel}}^2}}, \quad (6.154)$$

nebo rovnoměrný kotouček ($I = 4/(\pi\theta^2)$ pro $\alpha' < \theta/2$, jinak 0):

$$\mu(u, v) = \frac{J_1(\pi\theta\sqrt{u^2 + v^2})}{\pi\theta\sqrt{u^2 + v^2}}. \quad (6.155)$$

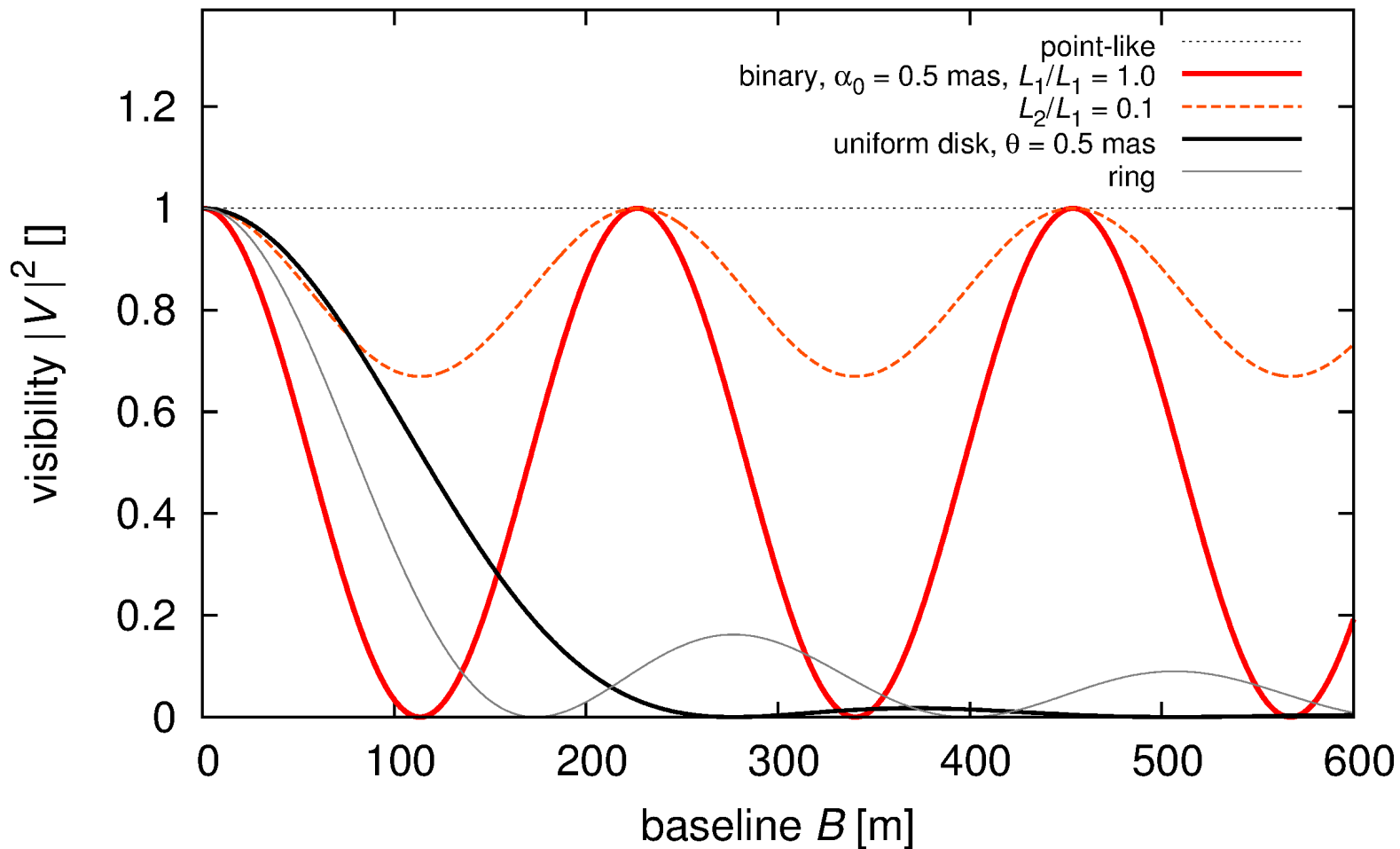
Pro vícenásobné hvězdy sestávající z rovnoměrných kotoučků bychom komplexní čísla počítali (s příslušnými fázovými posuny):

$$\mu(u, v) = \frac{1}{J_{\text{tot}}} \sum_j J_j \mu_j(u, v) e^{-2\pi i(u, v) \cdot \vec{\alpha}_j}, \quad (6.156)$$

kde J_j označuje zářivost složky j v daném oboru $\lambda \pm \Delta\lambda$, $J_{\text{tot}} = \sum_j J_j$.

Jednoduché zdroje

- rozhodující je, jak *klesá* $V(B)$ pro rostoucí B a zda opět stoupá



Uzavírací fáze ← asymetrie zdroje!

Vzruch je na každém z dalekohledů pozměněn (Haniff 2006):

$$\tilde{D} = GD = |G| e^{i\Phi} D, \quad (6.157)$$

kde $|G|$ označuje zisk dalekohledu, zohledňující mj. odrazivost zrcadla, Φ fázový posun, ovlivněný seeingem, teplotní roztažností atd. Funkce viditelnosti je přitom $\mu \propto D_1 D_2^*$, čili skutečně měřená („rozvlněná“) funkce viditelnosti:

$$\tilde{\mu} = G_1 G_2^* \mu = |G_1| |G_2| e^{i(\Phi_1 - \Phi_2)} \mu. \quad (6.158)$$

Amplituda je evidentně zmenšena, fáze kamsi posunuta. Definujeme-li však *trojný součin* (zvaný též bispektrum):

$$T_3 \equiv \mu_{12} \mu_{23} \mu_{31}, \quad (6.159)$$

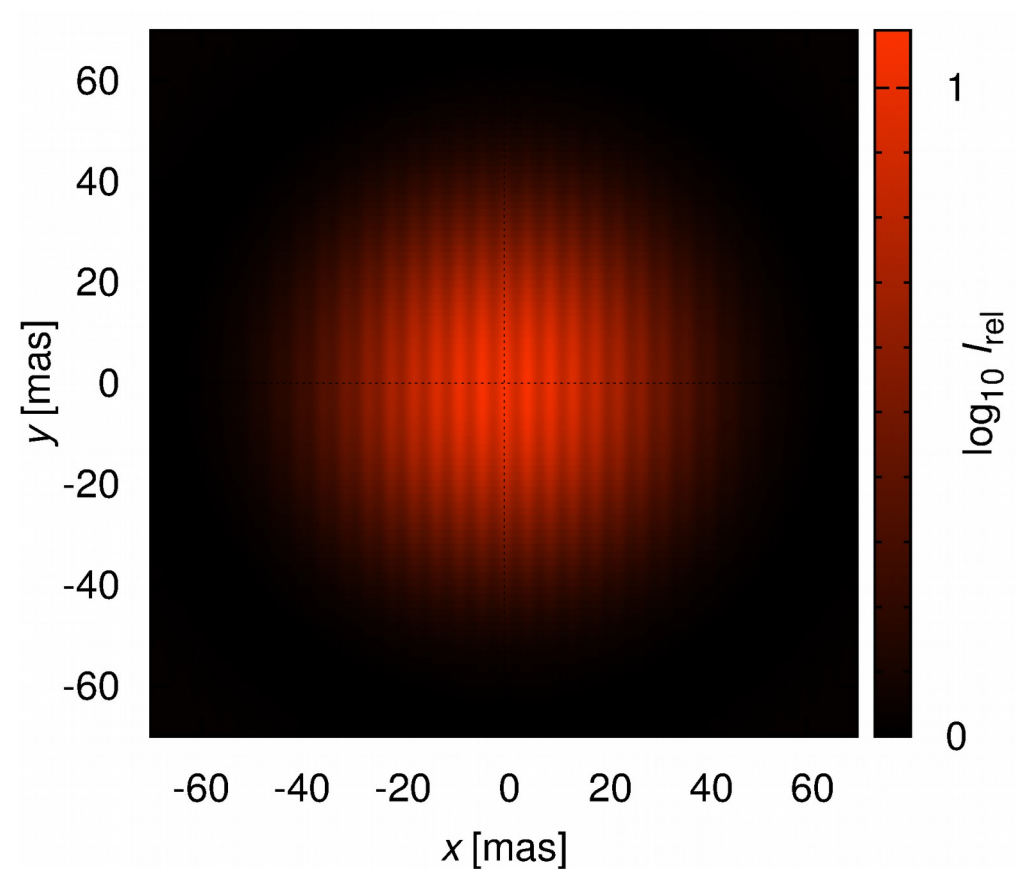
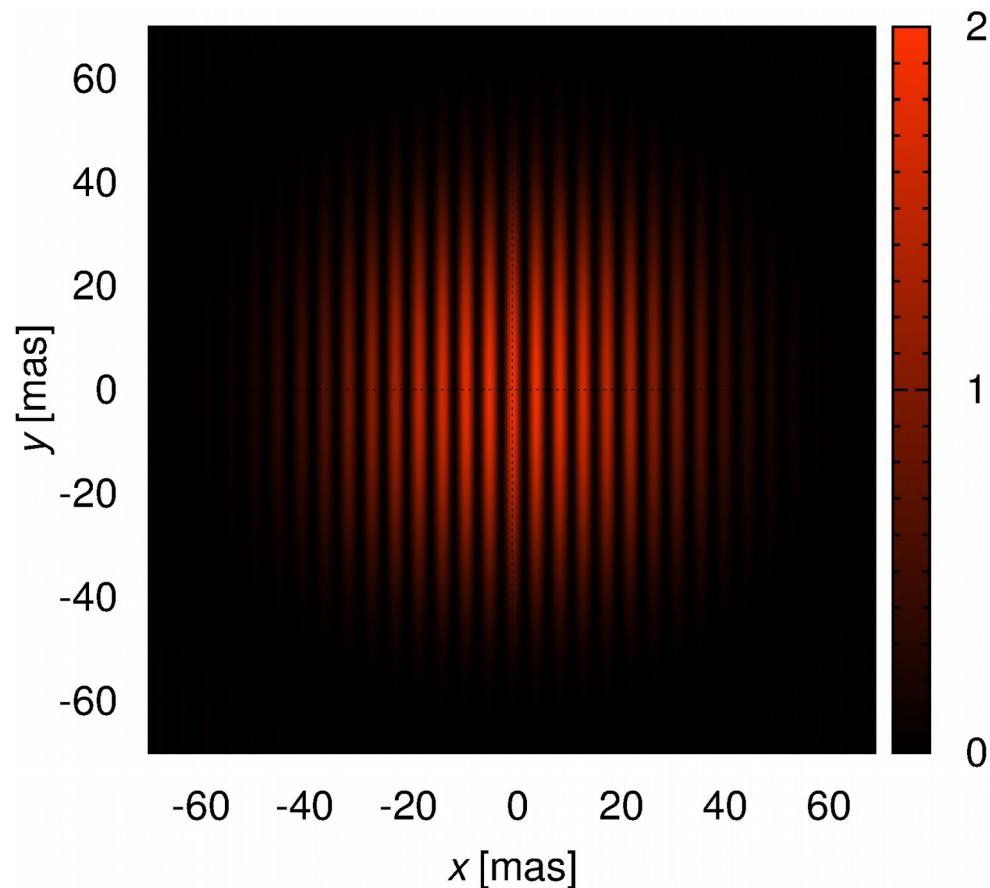
zjistíme úžasnou věc:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_3 &= \tilde{\mu}_{12} \tilde{\mu}_{23} \tilde{\mu}_{31} = \\ &= |G_1| |G_2| e^{i(\Phi_1 - \Phi_2)} \mu_{12} |G_2| |G_3| e^{i(\Phi_2 - \Phi_3)} \mu_{23} |G_3| |G_1| e^{i(\Phi_3 - \Phi_1)} \mu_{31} = \\ &= |G_1|^2 |G_2|^2 |G_3|^2 \mu_{12} \mu_{23} \mu_{31}. \end{aligned} \quad (6.160)$$

Amplituda je sice zmenšena, ale fáze nikam *neposunuta*! Uzavírací fáze je pak $\arg T_3$.

Proužky spočtené pro VLTI

- $D = 8$ m, $B = 100$ m, pozorování kotoučku $\theta = 1$ nebo 5 mas, ovšem bez seeingu, šířky propustnosti $\Delta\lambda_{\text{eff}}$, aj. nekoherence

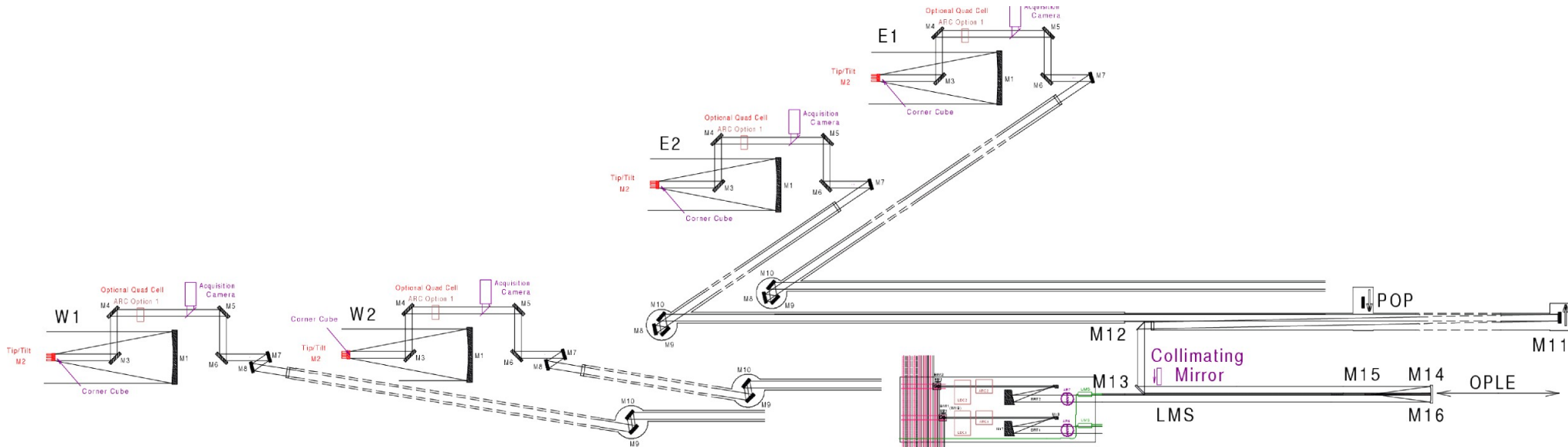


CHARA

- observatoř Mt. Wilson, 6 dalekohledů, uspořádaní do Y, 10 základen až 331 m, $B/\lambda = 331 \text{ m}/550 \text{ nm} = 6 \cdot 10^8 \text{ c. na z.}$
- Mersennův afokální dalekohled, průměr primáru 1 m (ten Brummelaar et al. 2005)



Optické schéma



Mersennův dalekohled

- Nasmyth
- coudé
- otáčecí krabice
- fixní zpoždění
- periskop
- zpoždovací dráha
- 2. Mersennův dalekohled
- dichroická zrcadla V/IR

Beams

Visible Imager

Tip/Tilt

Fringe Tracking

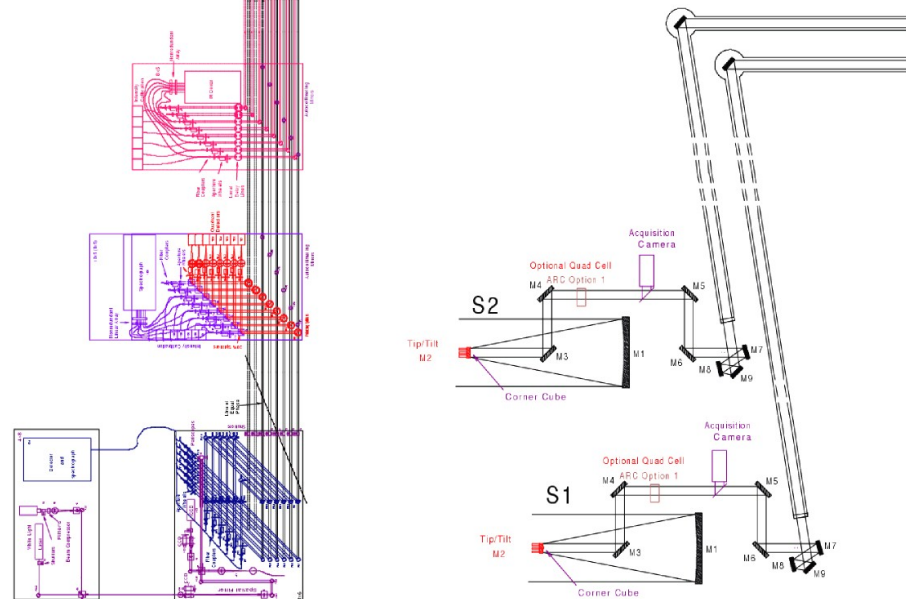
Alignment

IR Imager

Optional

Dispersion

Vacuum





EXIT

Periscopes

OPLE

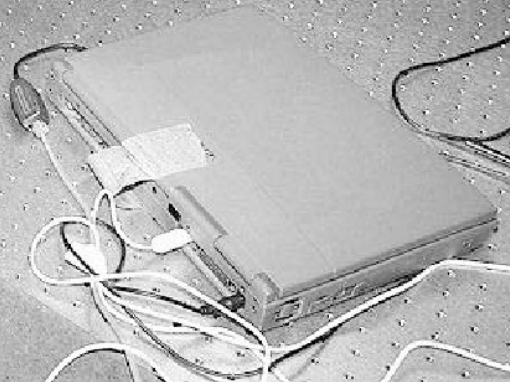
PoPs

Metrology

LDC

BRT

BSS

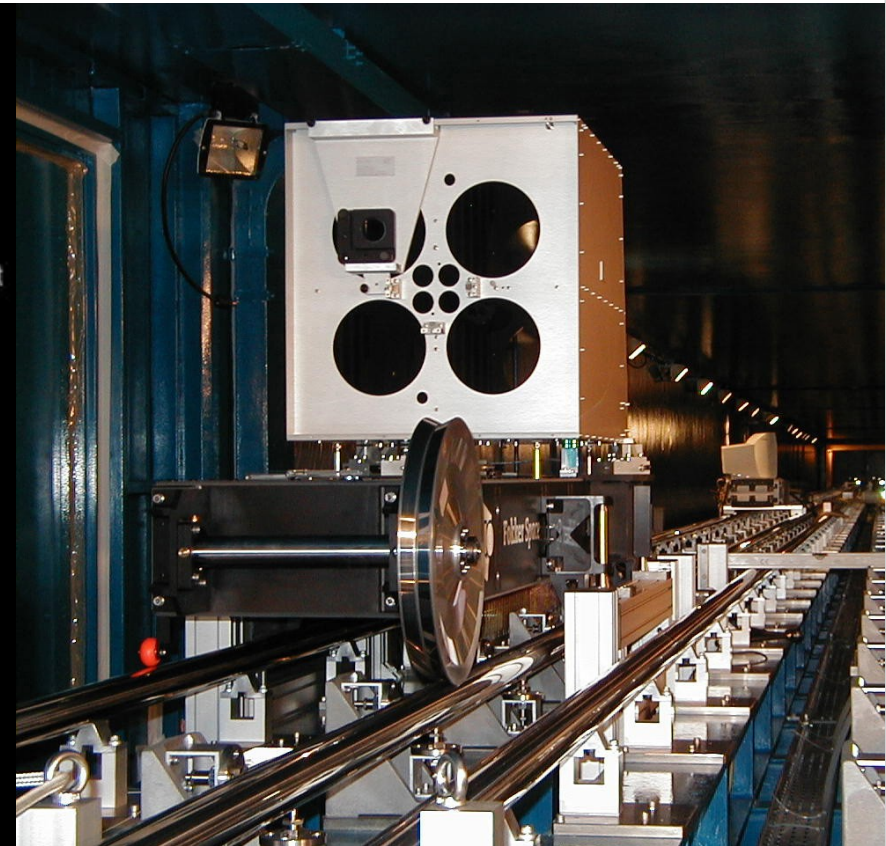
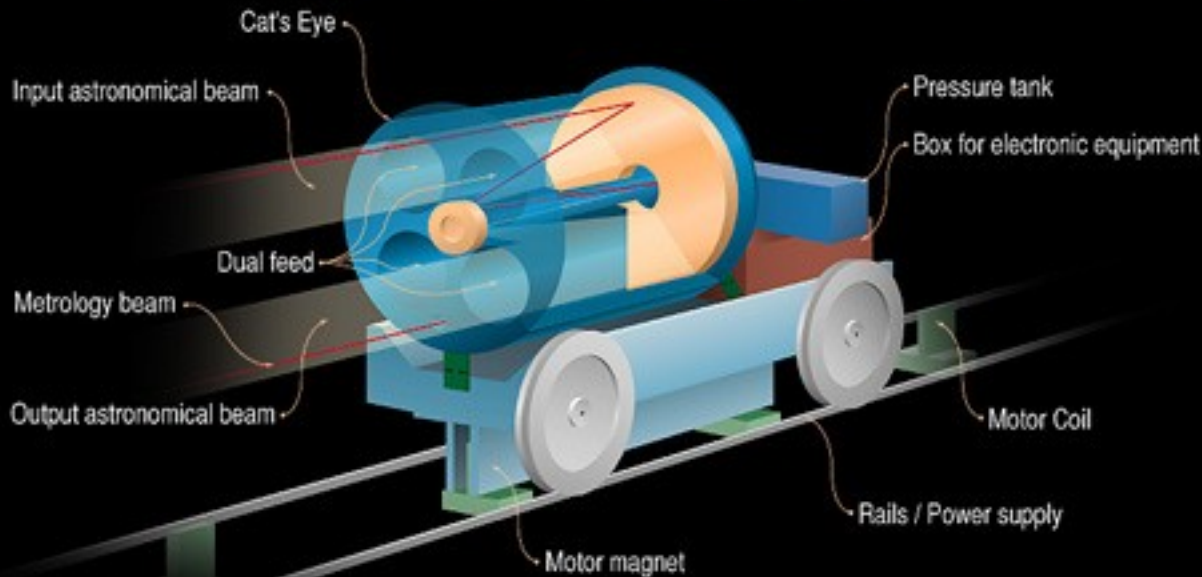


pokus: Retroreflektor cat's eye

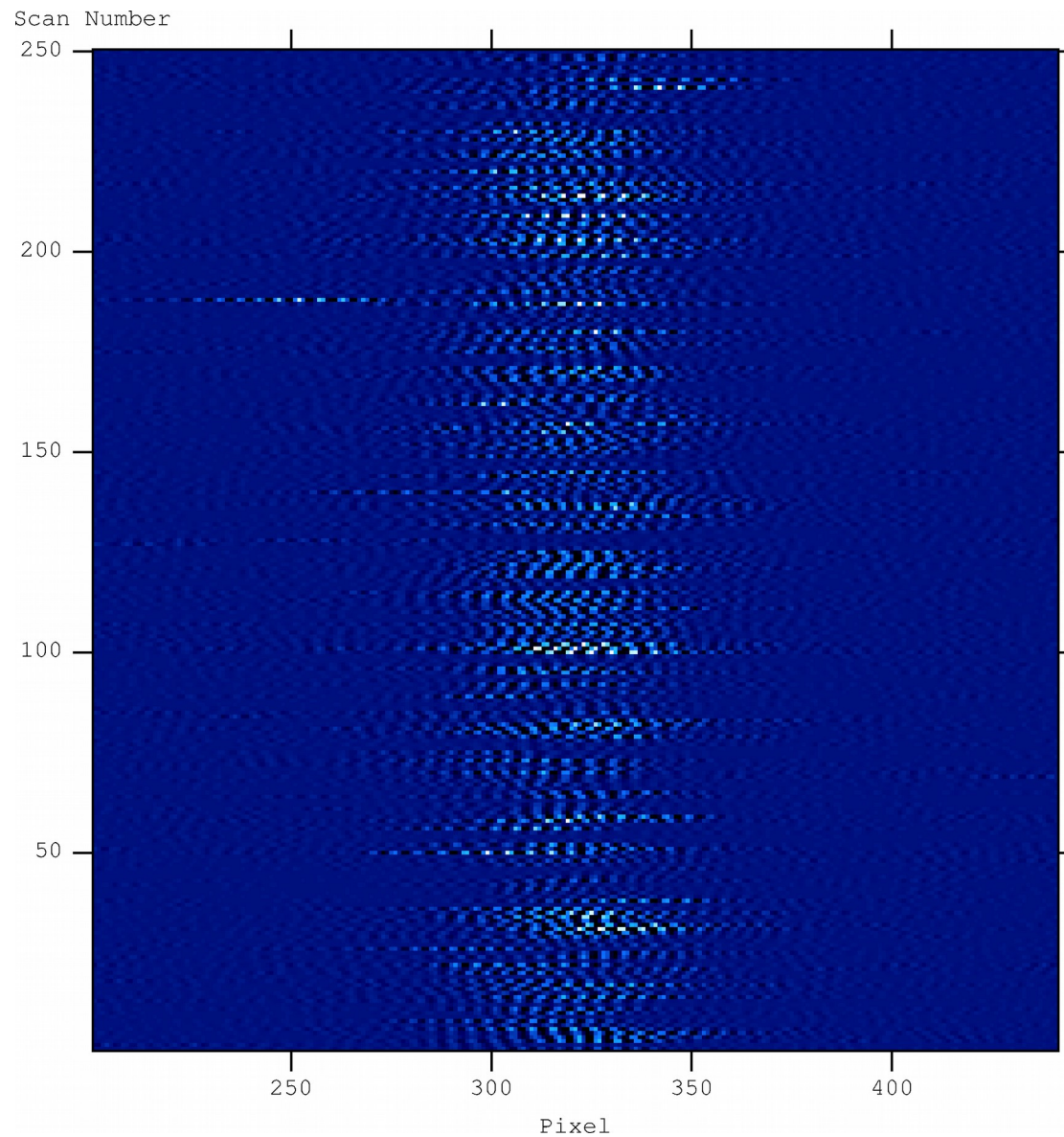
- primár parabola a sekundár přesně v ohnisku
- u VLTl 3. zrcadlo s pizeoelektricky proměnným f pro zobrazení výstupní pupily

© ESO

The VLTl Delay Line



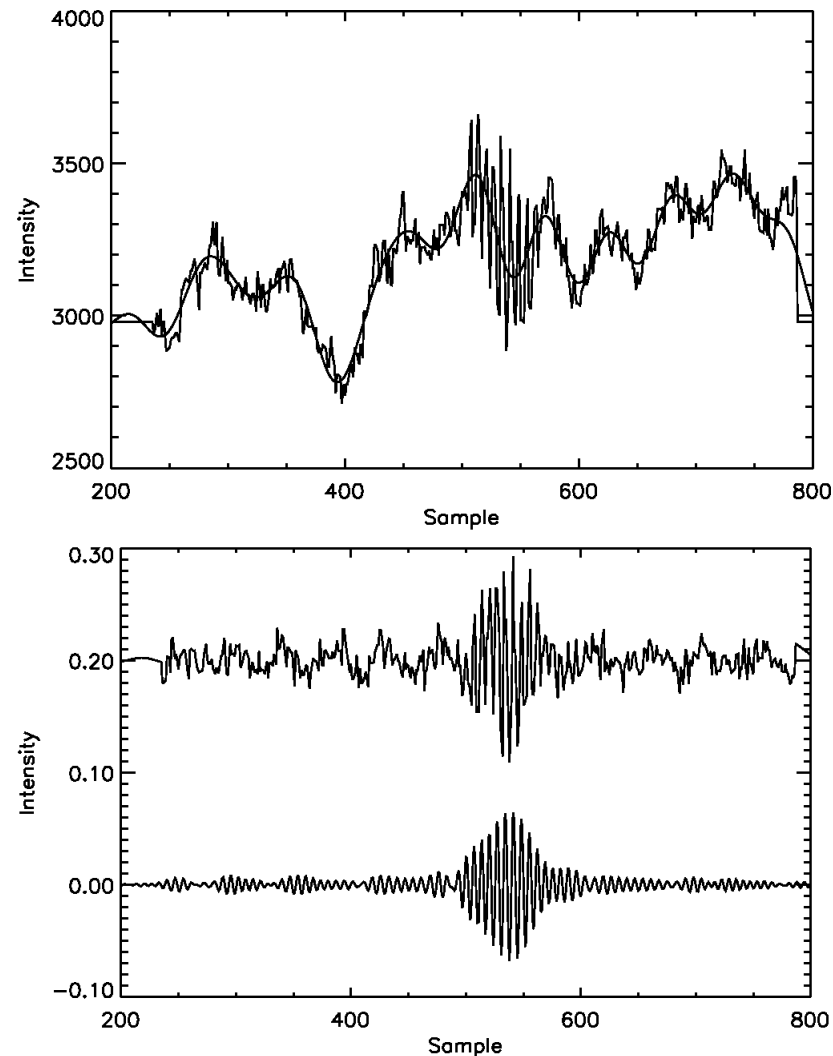
Prostorová modulace



x ... pixely detektoru
 y ... číslo interferogramu
seeing → pohyb vlevo-vpravo

Glindeman (2008)

Časová modulace



x ... čas, rotace zrcátka
y ... tok od proužků (aj.)
seeing → pokřivení, rektifikace

FIG. 8.—Fringe scan in its raw signal form (*top*) with the low-pass filtered version superimposed prior to normalization. The bottom panel shows the same scan, with an offset of 0.2 for clarity, after normalization and, finally, after implementation of the bandpass filter.

ten Brummelaar et al. (2006)

Rozlišení tvarů *

- Vega, $\theta_{\text{equ}} = 3,33$ mas, rotační zploštění (Aufdenberg et al. 2006)
- syntetická spektra, gravitační & okrajové ztemnění

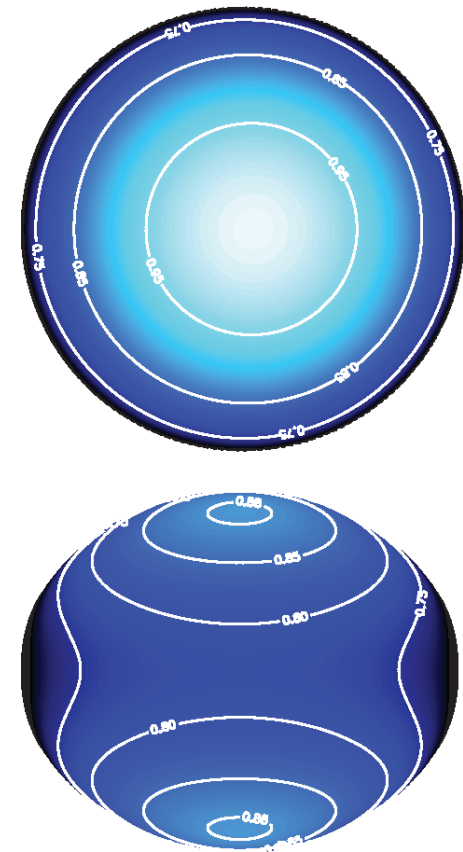
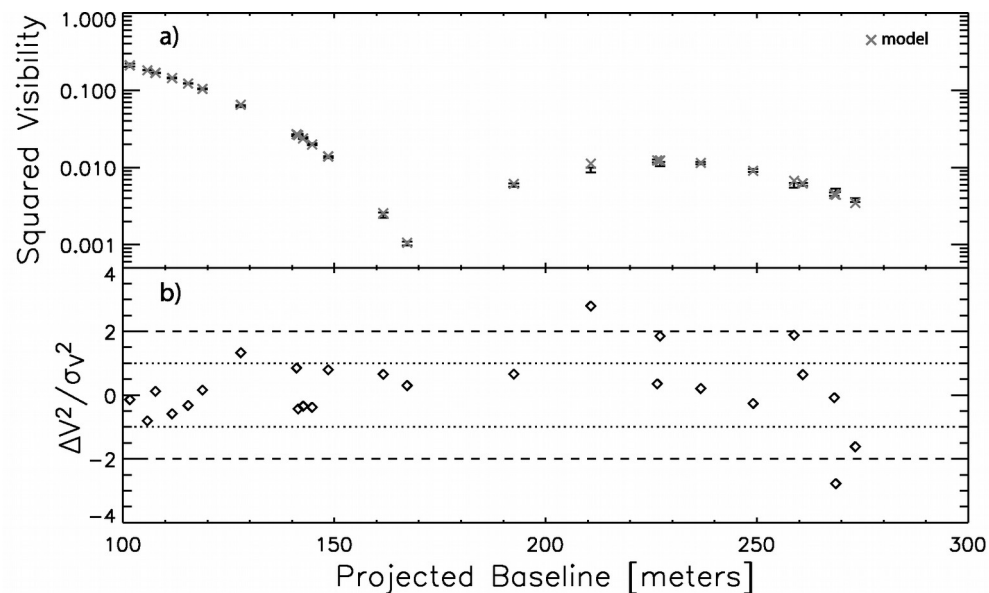
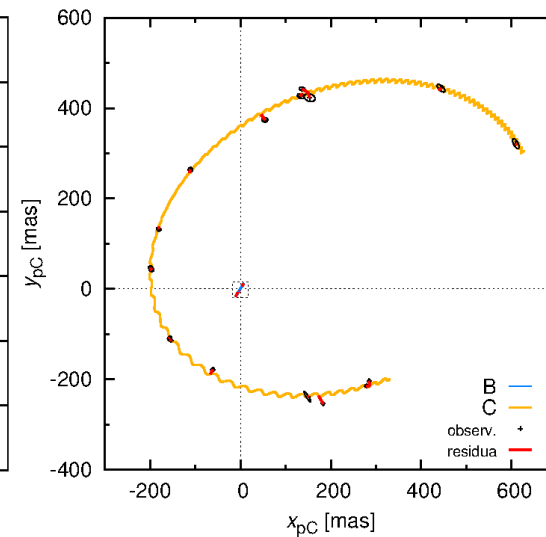
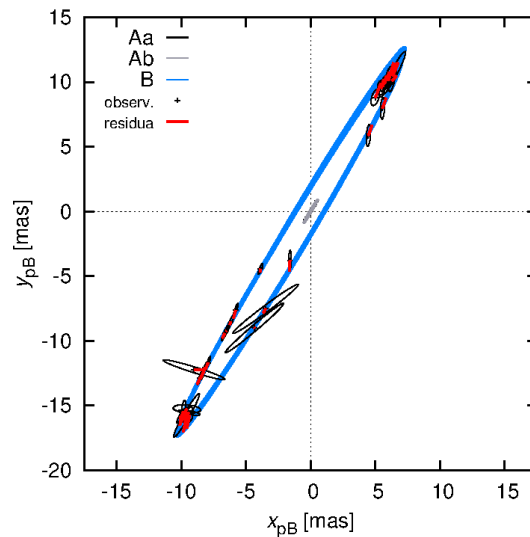
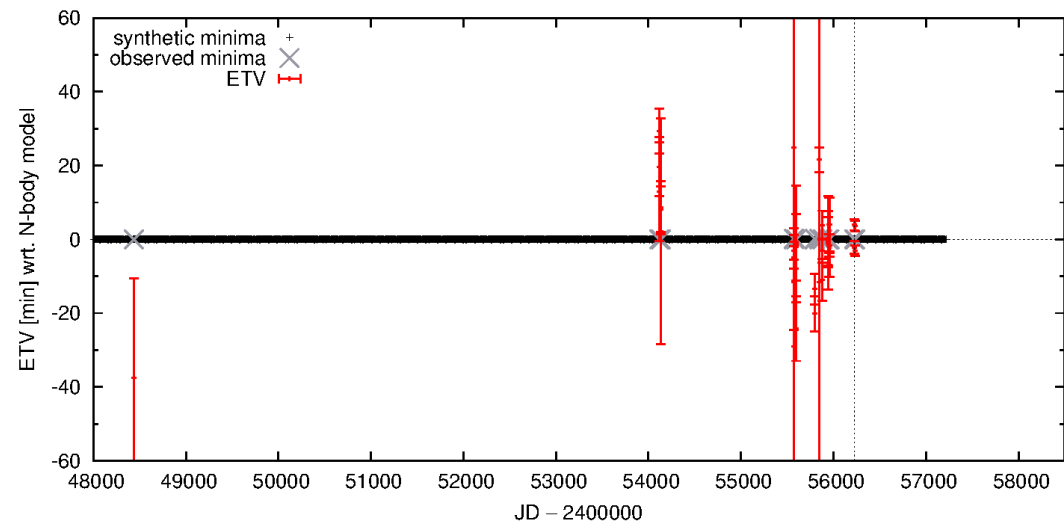
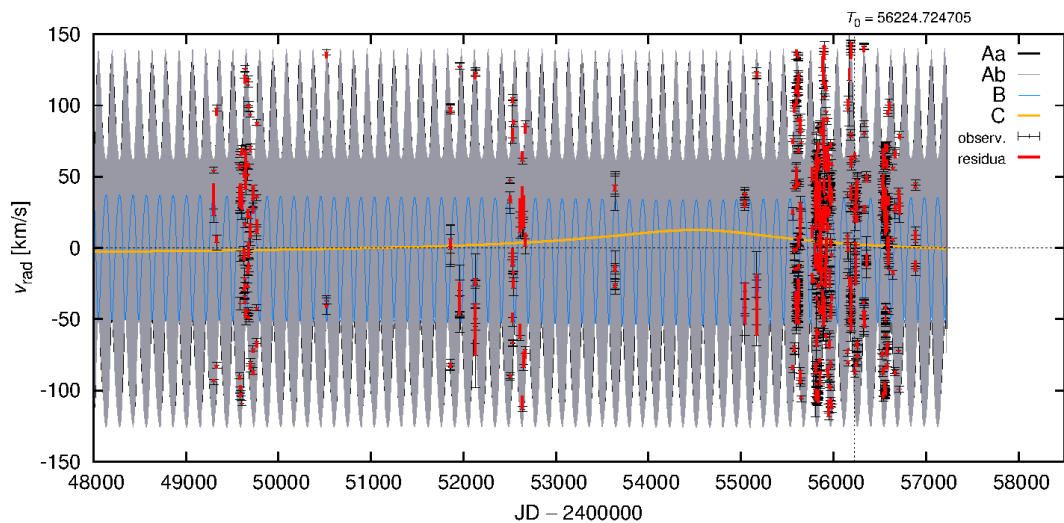


FIG. 5.—(a) CHARA/FLUOR V^2 data (error bars) plotted as a function of projected baseline (for a range of azimuths, see Table 1) together with the best-fitting Roche–von Zeipel synthetic squared visibilities. Model parameters: $\omega = 0.91$, $\theta_{\text{equ}} = 3.329$ mas, $T_{\text{eff}}^{\text{pole}} = 10,250$ K, $\log(g)_{\text{pole}} = 4.10$. The best-fit $\chi^2_{\nu} = 1.31$. (b) Deviations of the best-fit model from observed squared visibilities. The dotted and dashed lines indicated the 1 and 2 σ deviations.

čtyřhvězda ξ Tauri

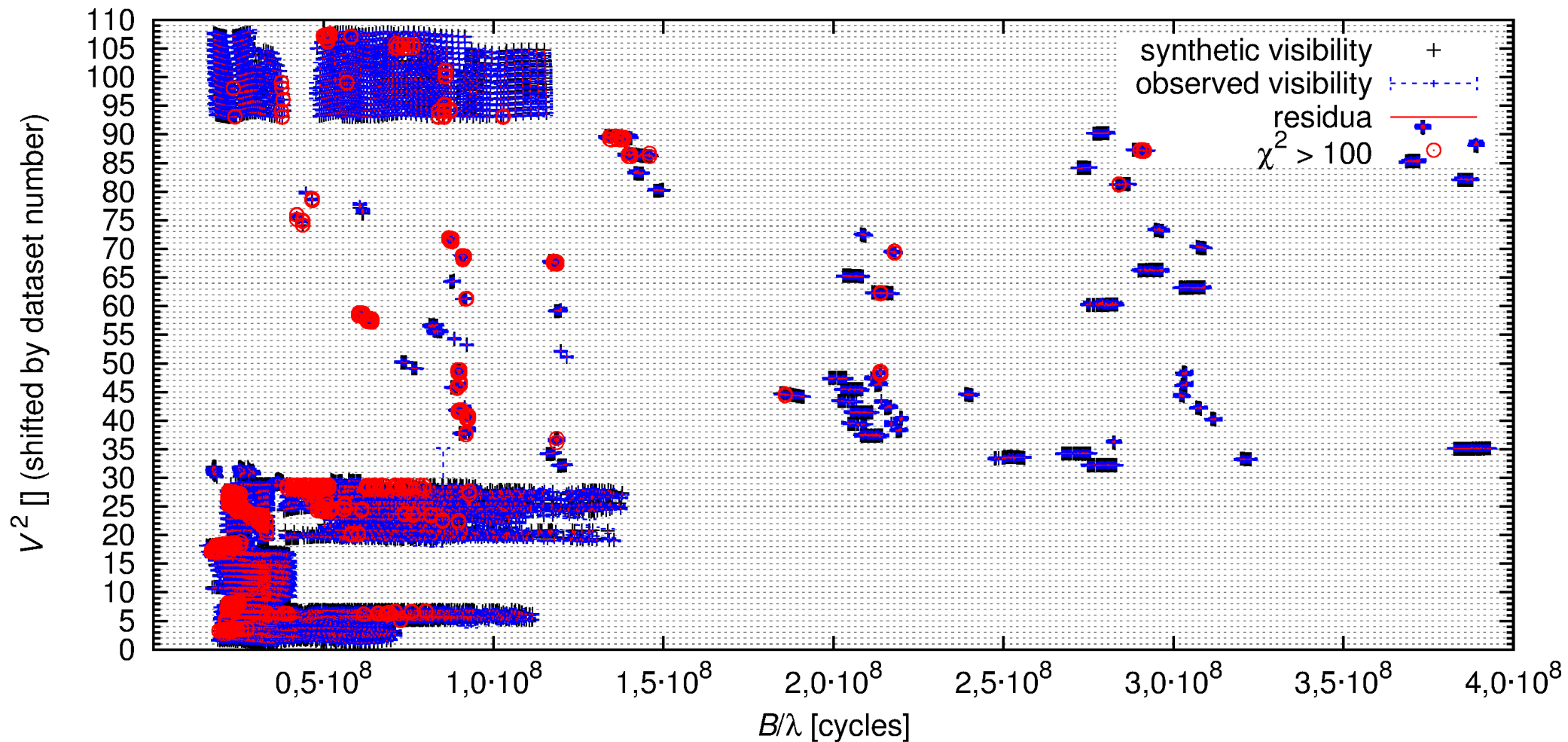
- astrometrie
- radiální rychlosti
- okamžiky minim
- trvání minim
- viditelnosti
- uzavírací fáze
- světelná křivka
- syntetická spektra
- SED



(Nemravová et al. 2016)

Orbity vícenásobných *

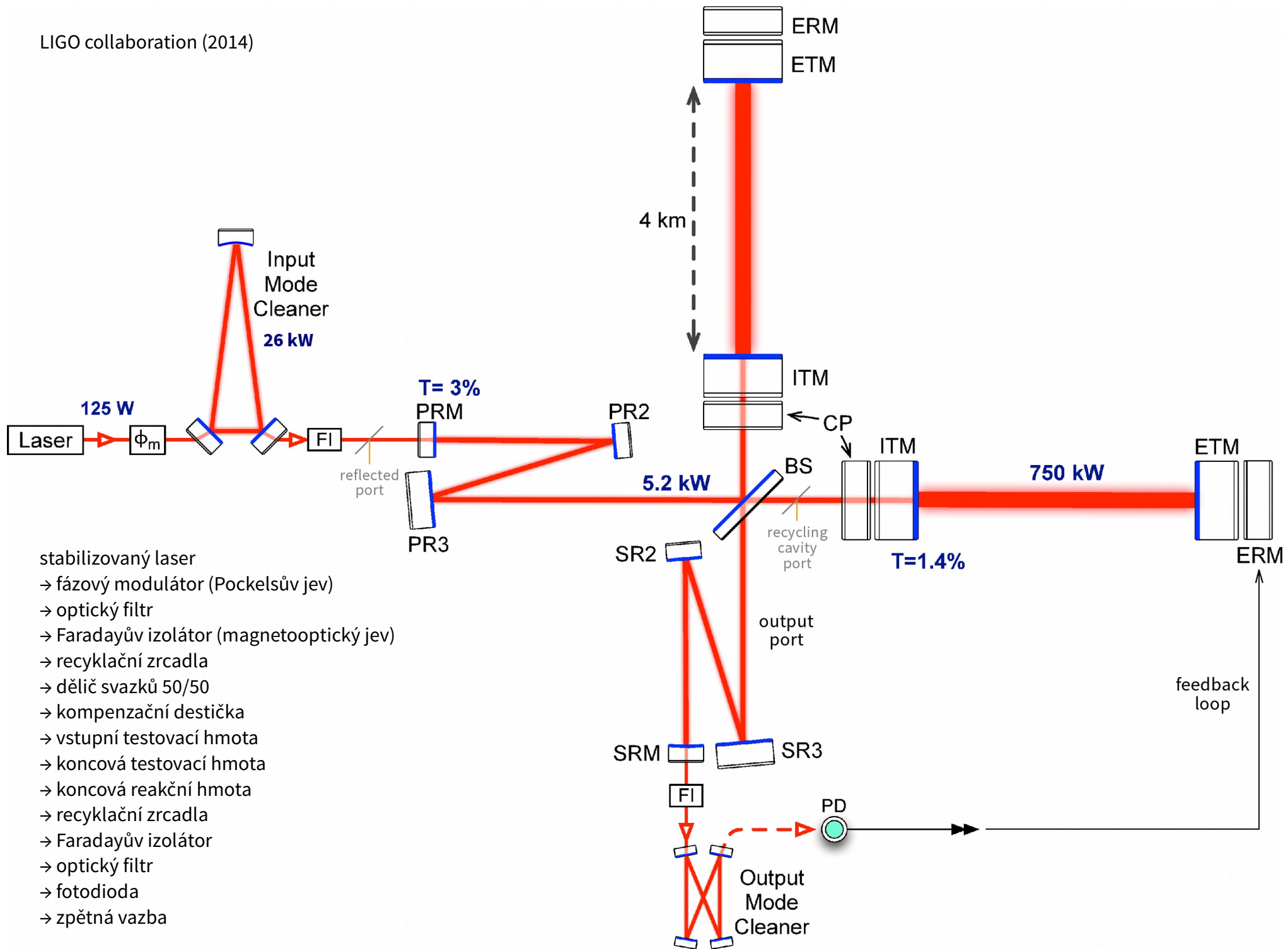
- dataset z NPOI, MARK-III, CHARA, VLT/AMBER (Nemravová et al. 2016)



LIGO

- Michelsonův interferometr + Fabryho-Pérotův rezonátor
- 2 observatoře: Hanford a Livingston, vzdálenost 3002 km





stabilizovaný laser

- fázový modulátor (Pockelsův jev)
- optický filtr
- Faradayův izolátor (magnetooptický jev)
- recyklační zrcadla
- dělič svazků 50/50
- kompenzační destička
- vstupní testovací hmota
- koncová testovací hmota
- koncová reakční hmota
- recyklační zrcadla
- Faradayův izolátor
- optický filtr
- fotodioda
- zpětná vazba

Pound-Drever-Hallova technika

Fabryho-Pérotovy

- stabilizace frekvence laseru pomocí dutiny (Drever et al. 1983)
- Pockelsův jev, fázový posun $\delta\varphi = 2\pi k_{e0} U n_0^3 / \lambda$, oscilátor
- fotodioda, směšovač se signálem oscilátoru, regulace f_{laser}
- nulovací měření, strmý signál okolo $\Delta f = 0$, nezávisí na Φ_{laser} !

3 frekvence v dutině: $f_i, f_i \pm f_m$, derivace $\omega = df/dt$

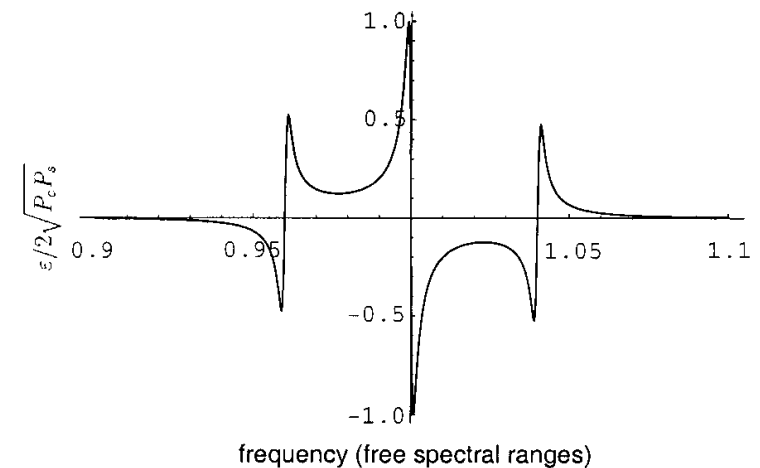
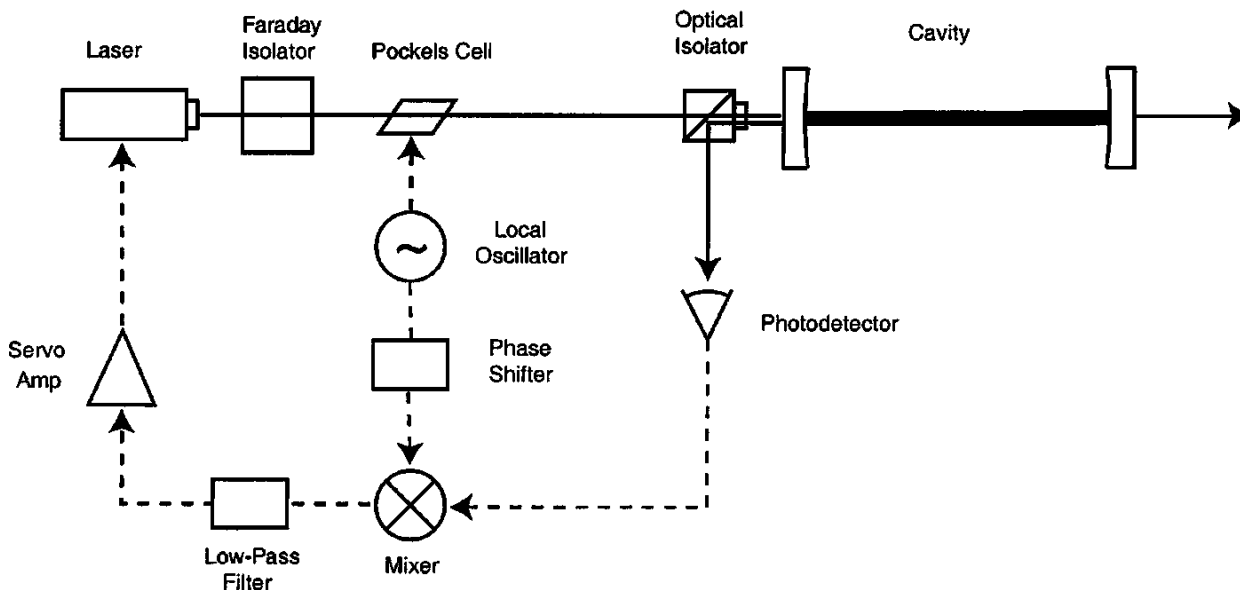
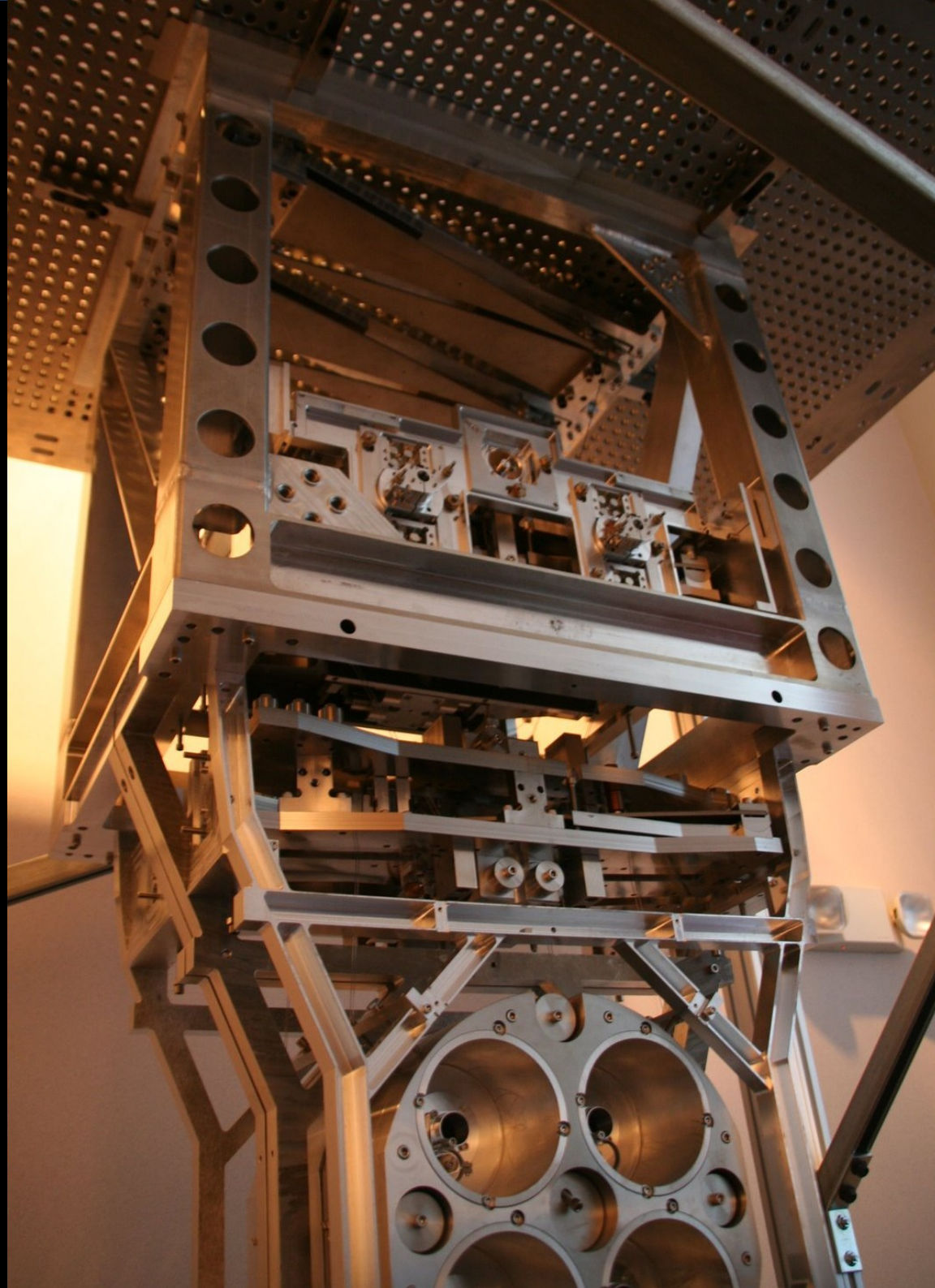


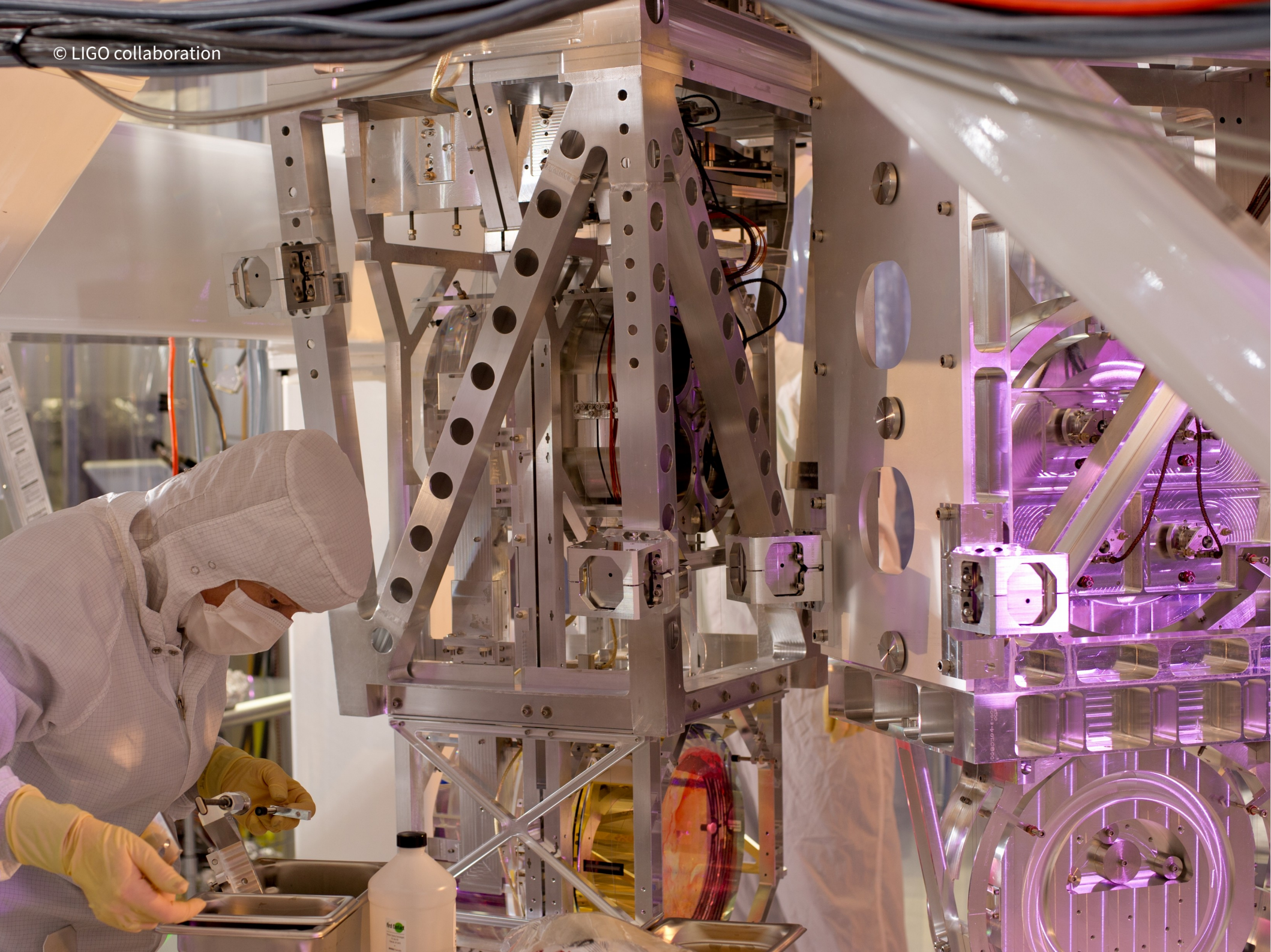
Fig. 7. The Pound-Drever-Hall error signal, $\epsilon/2\sqrt{P_c P_s}$ vs $\omega/\Delta\nu_{\text{fsr}}$, when the modulation frequency is high. Here, the modulation frequency is about 20 linewidths: roughly 4% of a free spectral range, with a cavity finesse of 500



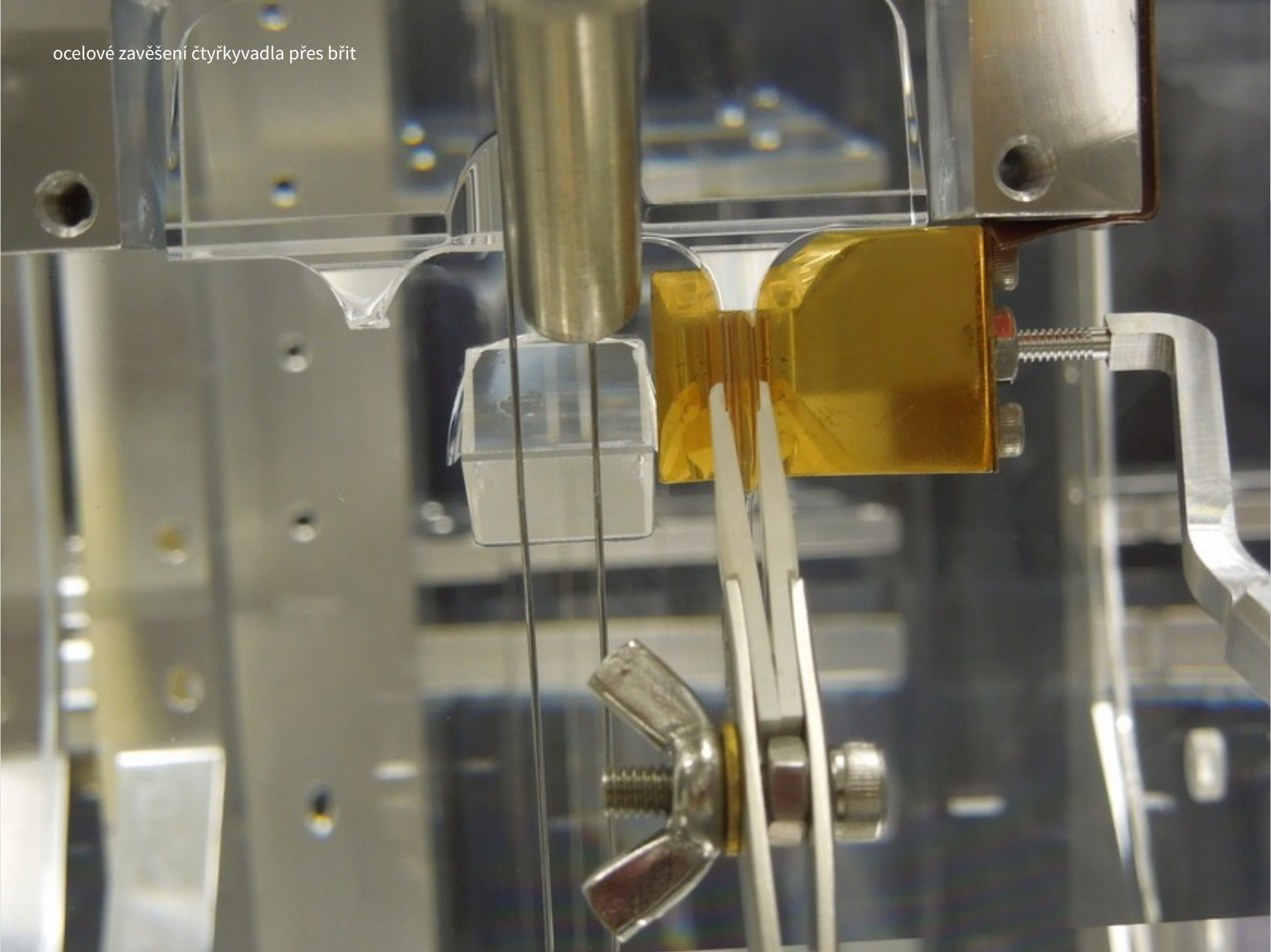
horní část
čtyřkyvadla
s vertikálními
stupni

pokus: 4-kyvadlo

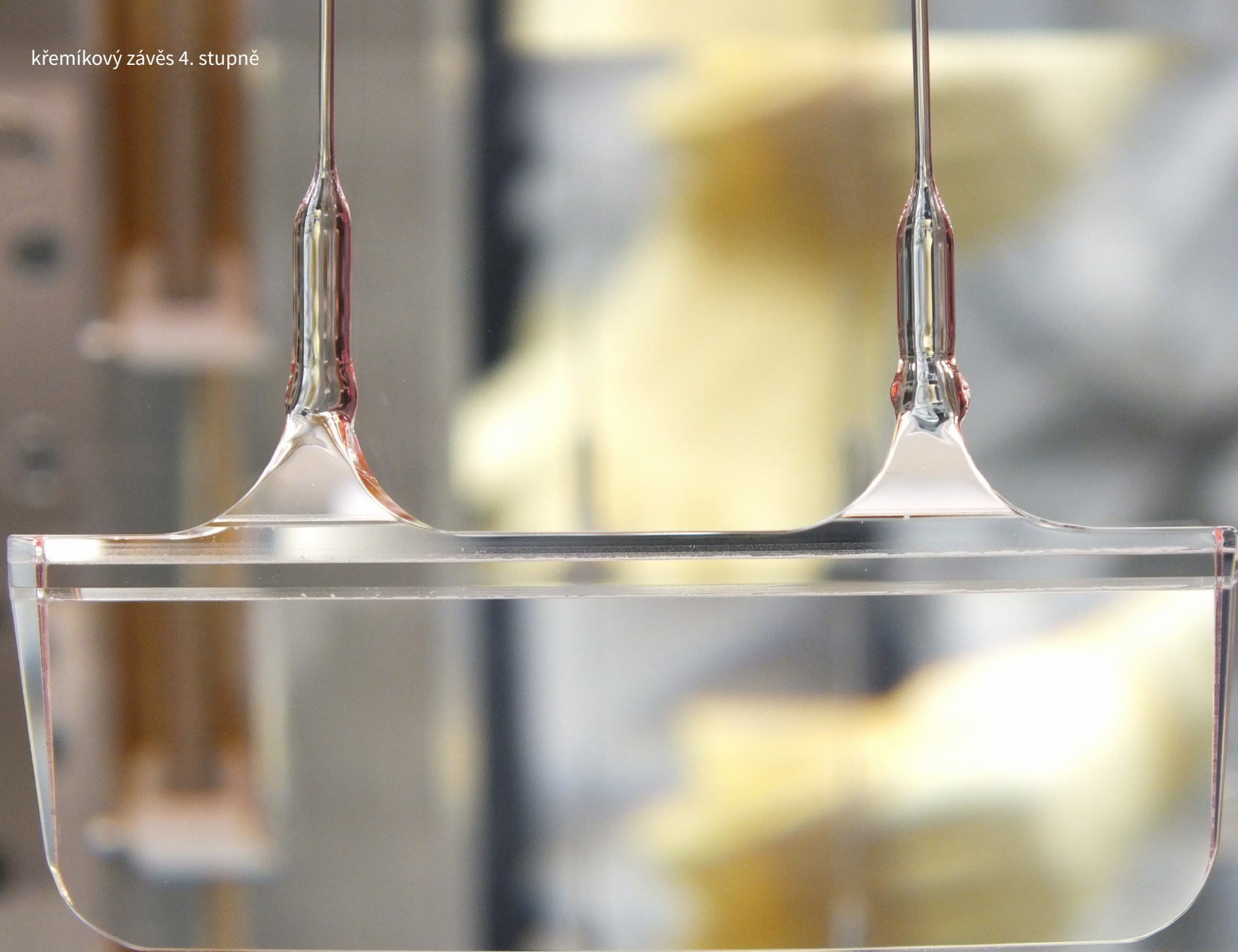




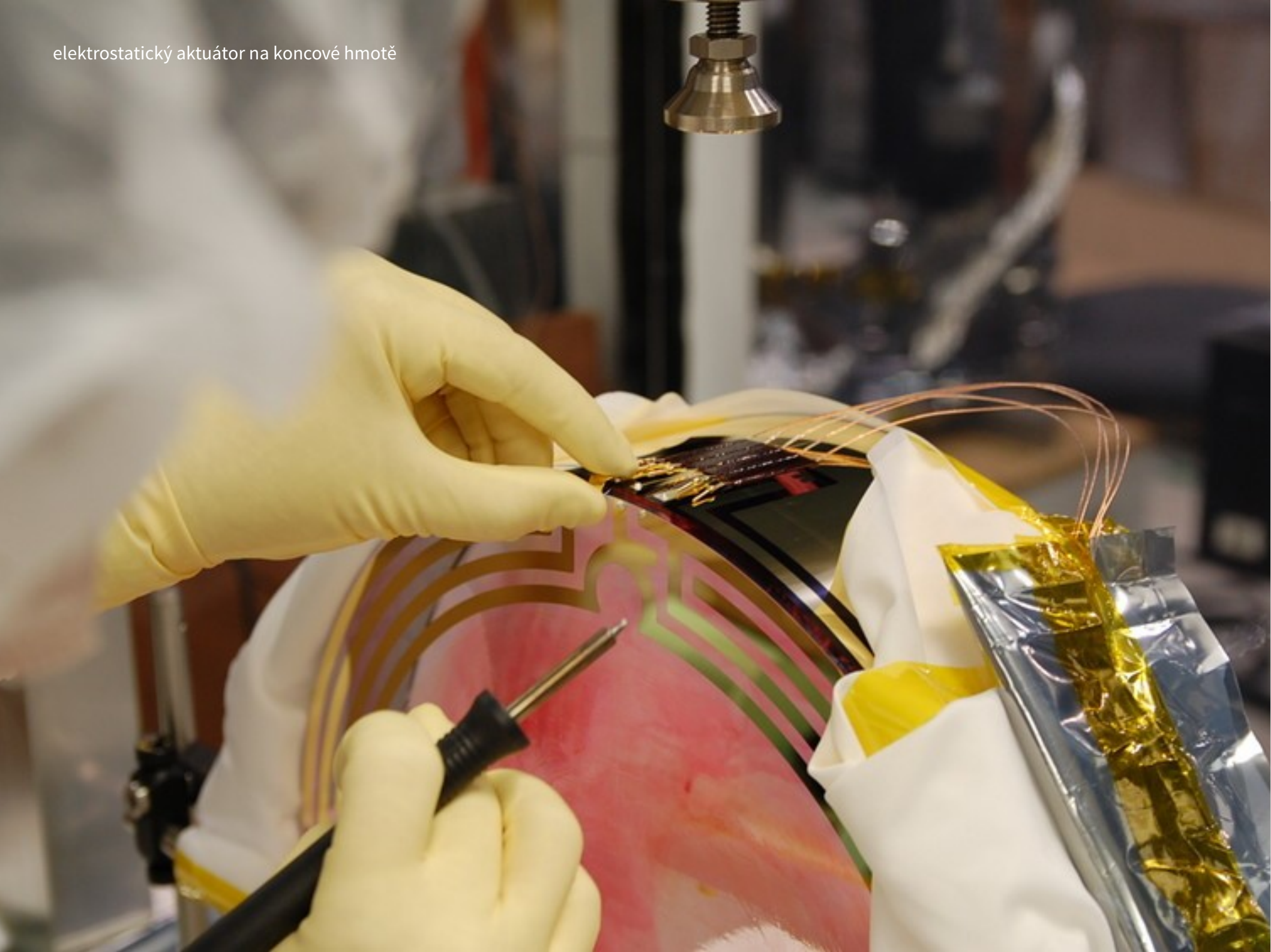
ocelové zavěšení čtyřkyvadla přes břit



křemíkový závěs 4. stupně



elektrostatický aktuátor na koncové hmotě



Zdroje šumu

1. *fotonový*, též *poissonovský*, způsobuje deformace $h = \delta L/L \propto \sqrt{f/P}$, kde f označuje frekvenci kmitů, které chceme měřit interferometrem, a P zářivý výkon. Důvodem je, že doba měření může být nejvýš $t \simeq 1/f$, signál $S \propto P/f$, šum kvůli náhodně přicházejícím fotonům $N = \sqrt{S}$ a relativní změna $h \propto N/S = 1/\sqrt{S}$, c.b.d. Omezuje měření na vysokých f ; řešením by bylo použít vyšší výkon.
2. *fluktuace tlaku záření*, $h \propto \sqrt{P}/f^2$. Neboť zrychlení od tlaku záření $a \propto P$, opět $S \propto P$, $N = \sqrt{S}$, a toto fluktuující zrychlení způsobuje posunutí $s \propto \frac{1}{2}at^2$, kde doba $t \simeq 1/f$, c.b.d. Uplatňuje se na nízkých f a řešením by bylo použít nižší (!) výkon.
3. *tepelný šum* napařených vrstev, též *brownovský*, $h \propto f^{-1/2}$, spočívající v pohlcování a přeměně zářivé energie na mechanickou, změnách tloušťky vrstvy (termoelasticitě) nebo změnách indexu lomu (termorefrakci). Jde o nejpodstatnější šum na středních f .
4. *tepelný šum* závěsů, zejména křemenných vláken v posledním stupni, $h \propto f^{-2}$;
5. *tepelný šum* substrátu, tzn. křemenných bloků, závislost $h \propto f^{-1/2}$ je obdobná jako u vrstev;

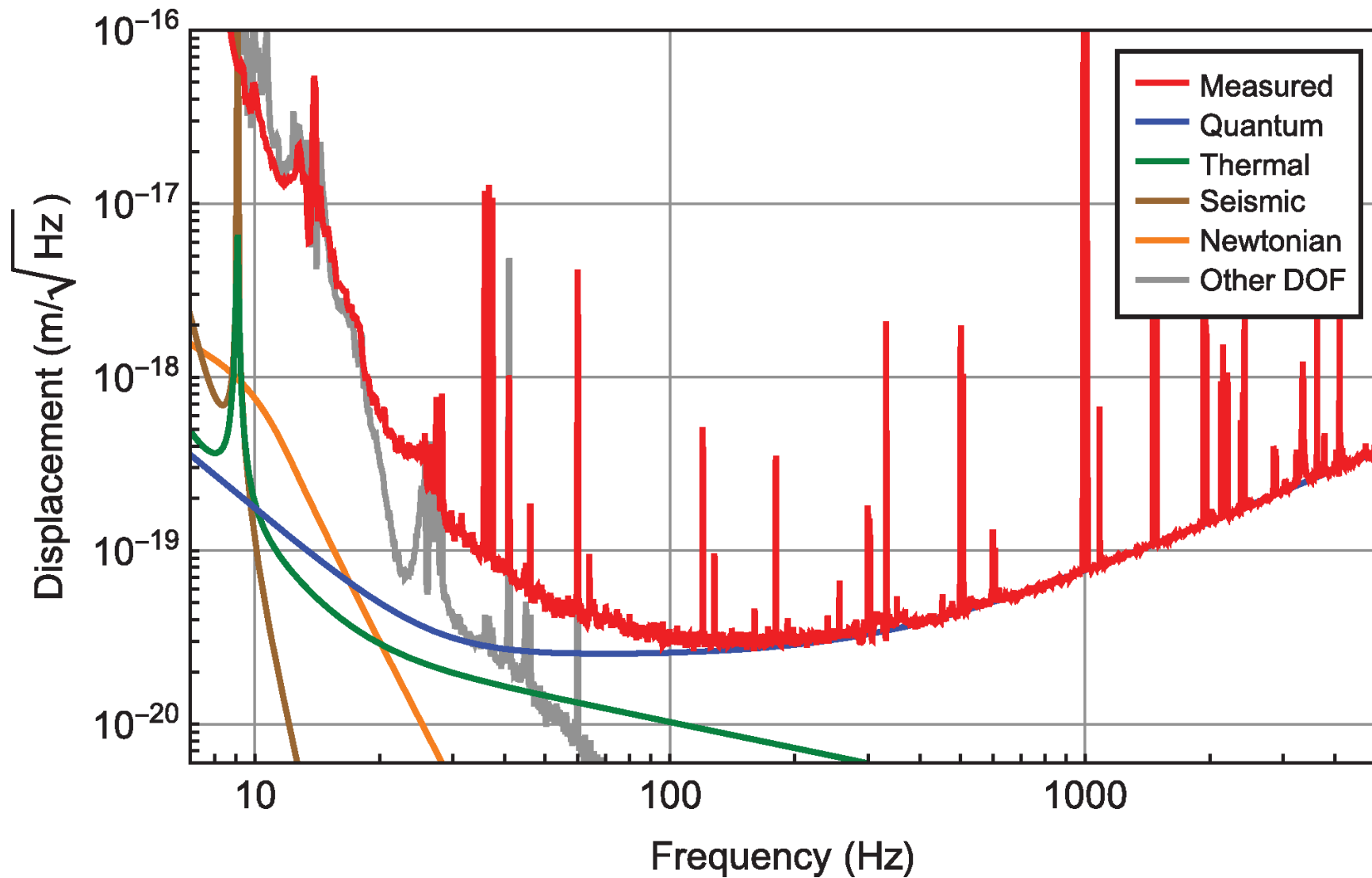
Zdroje šumu (pokr.)

6. *seismický*, resp. přenos přes izolující závěsy (Aston a spol. 2012; obr. 15.4), kromě zemětřesení je patrný vliv větru, mořských vln působících i velmi daleko od pobřeží nebo projíždějících automobilů. Tento šum v podstatě zabraňuje pozemským měřením na velmi nízkých f . Aby se vyloučila koincidence s takovým rušením, používají se pro kontrolu měření mikrofony, radiopřijímači, magnetometry, meteostanicemi, apod.
7. *gravitační gradienty*, neboli newtonovský šum, fluktuace hustoty seismickými vlnami vyvolávají změny tíhového zrychlení g v místech testovacích hmot;
8. zbytkový plyn (zvláště vodík s malými molekulami), způsobující změny indexu lomu $n(p, T)$ a optické dráhy, i když tlak vytvořený iontovými pumpami dosahuje $p \doteq 4 \cdot 10^{-7}$ Pa;
9. zbytkový náboj, působící zejm. na koncové hmoty (ETM), resp. jejich elektrody;
10. pomocné stupně volnosti, užívané pro řízení interferometru (Blair et al. 2012), atd.

Citlivost

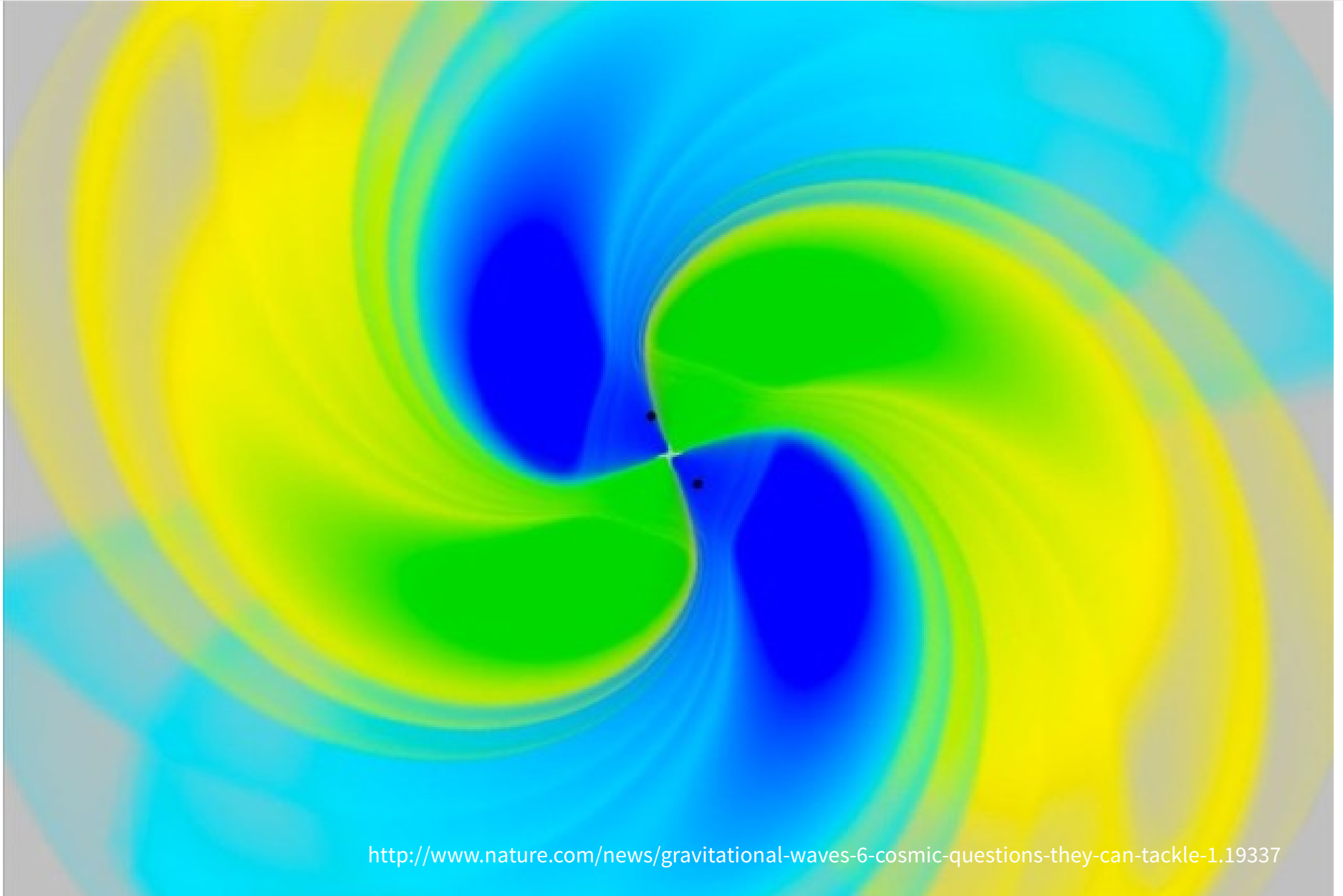
spektrální hustota amplitudy posunutí A [$\text{v m na Hz}^{1/2}$]

Abbot et al. (2016)



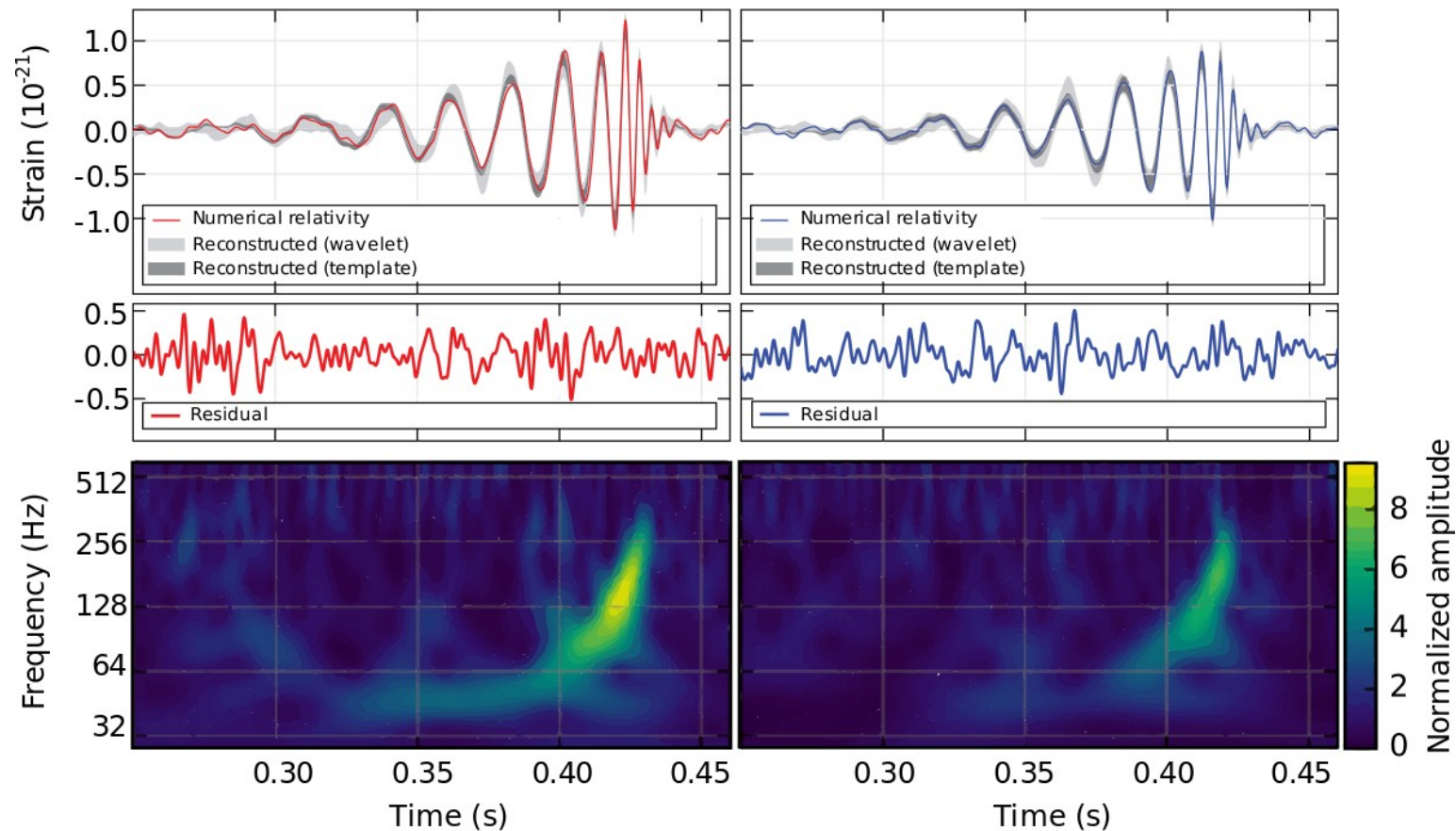
Gravitační vlny

← od 2 BH, kvadrupólní

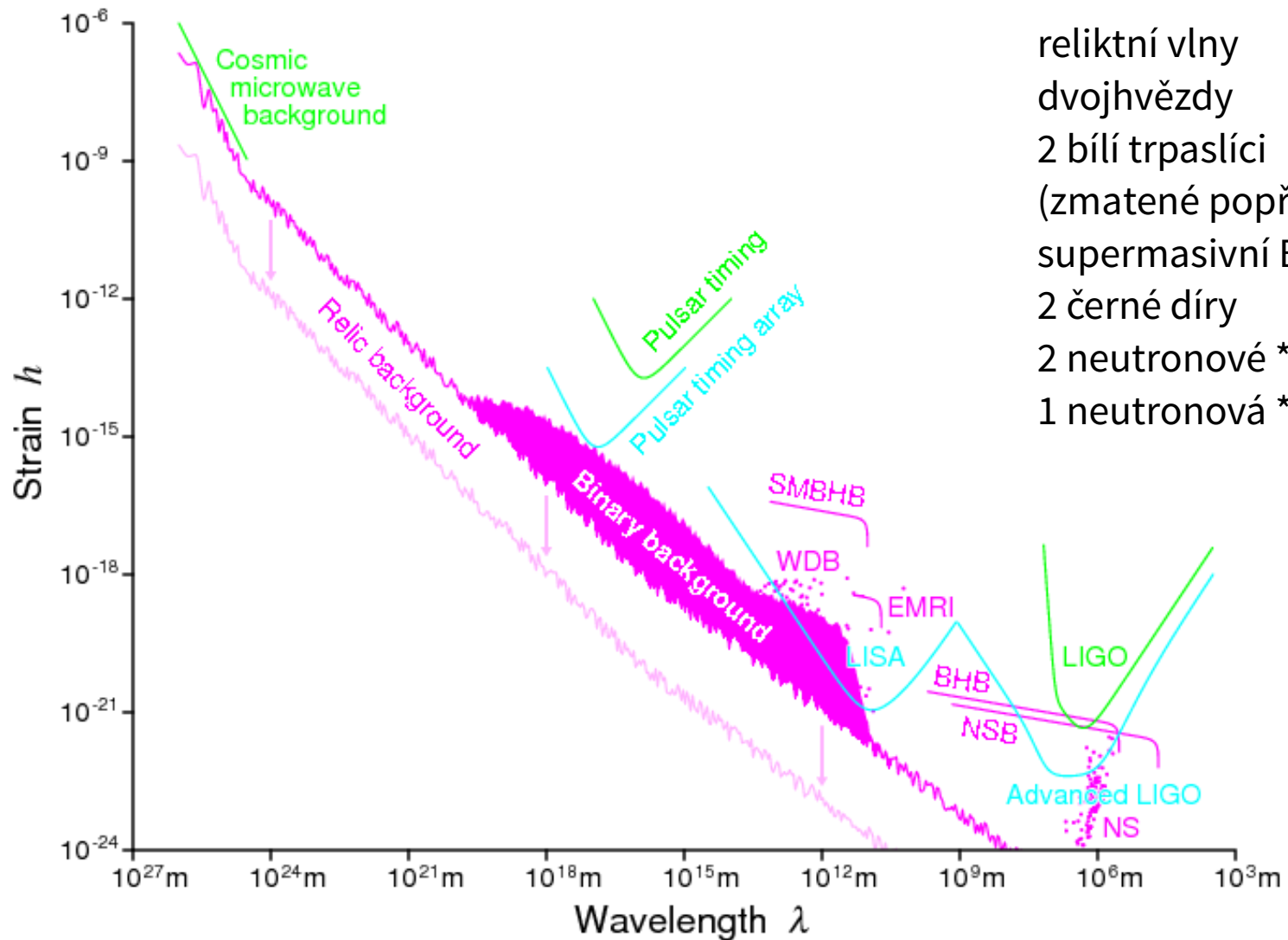


Splynutí černých děr

- událost GW 150914: $M_1 = (36 \pm 5) M_\odot$, $M_2 = (29 \pm 4) M_\odot$,
 $E_{\text{gw}} = (3,0 \pm 0,5) M_\odot c^2$ (Abbot et al. 2016), pokus: čirp (cvrliknutí)



Spektrum gravitačních vln

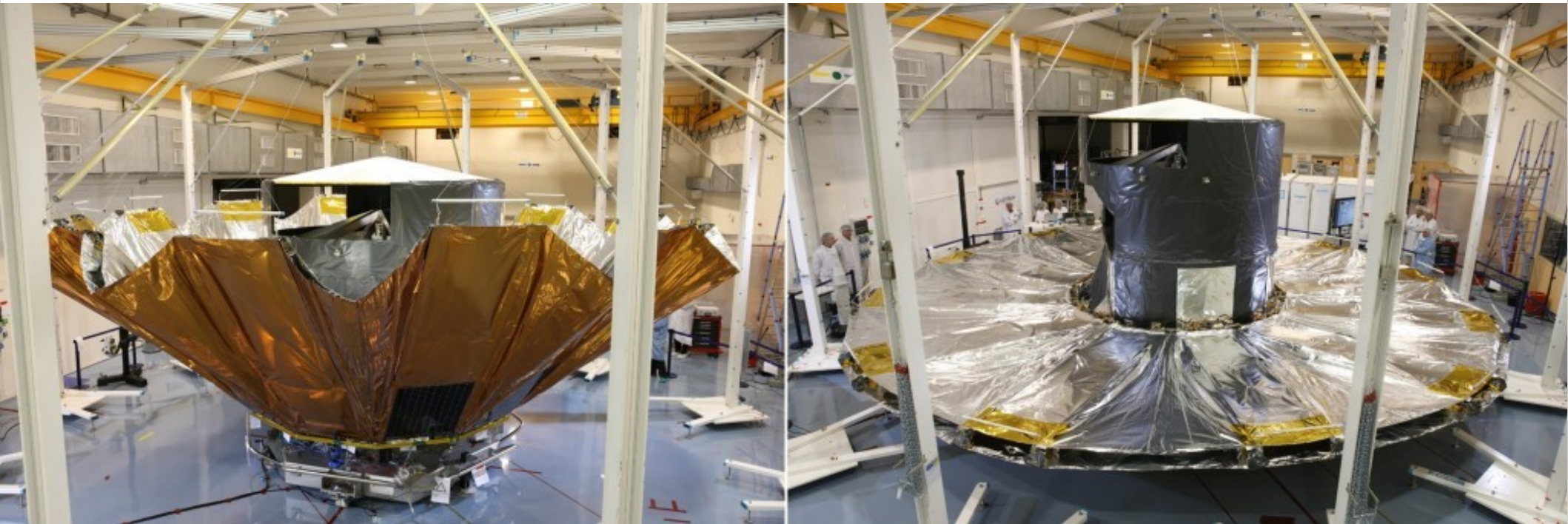


reliktní vlny
dvojhvězdy
2 bílí trpaslíci
(zmatené popředí)
supermasivní BH
2 černé díry
2 neutronové *
1 neutronová *

Gaia

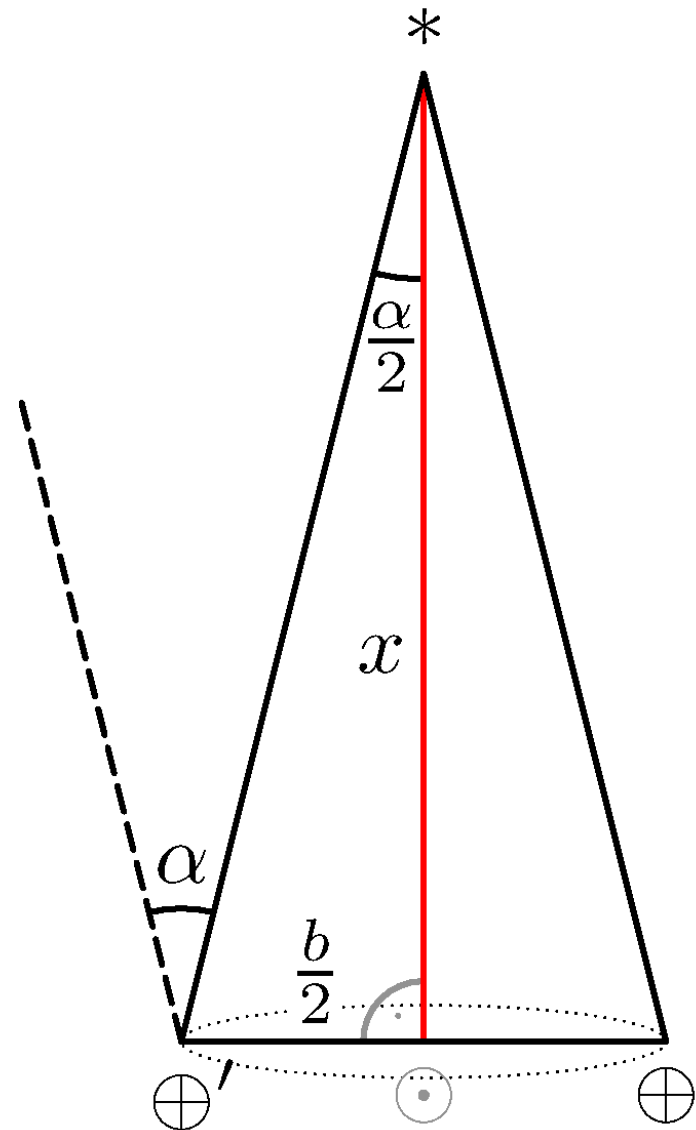
Jordan (2008), Lindegren et al. (2012)

- astrometrická družice: úhlové souřadnice s přesností $10 \mu\text{as}$, úhlové rychlosti, paralaxy, radiální rychlosti, barevné indexy
- 10^9 hvězd, zmapování Galaxie, populace *, exoplanety, ...
- ESA, výrobce EADS Astrium (neboli Airbus), pův. interferometrická



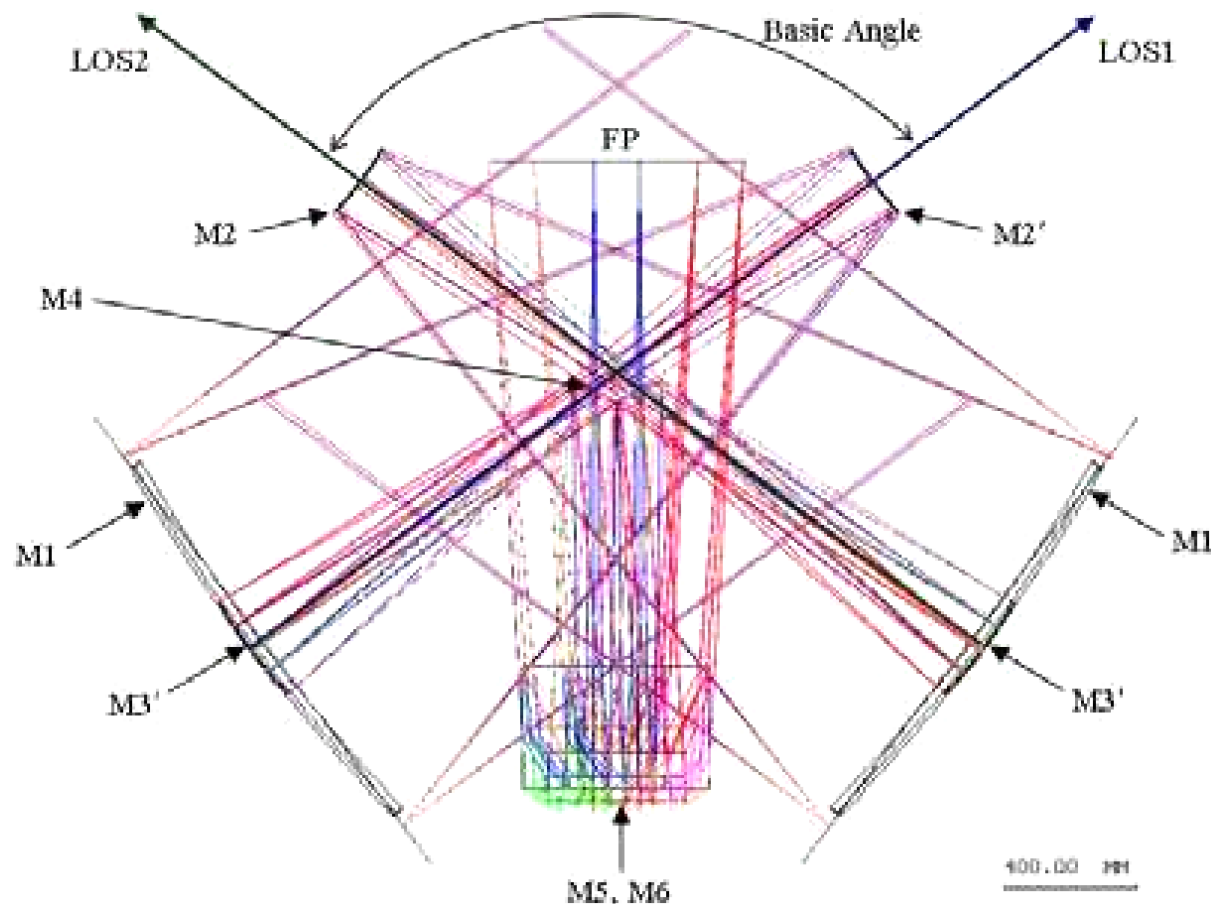
Paralaxa

- denní vs roční
- $1'' \sim$ vzdálenost 1 parsek
- pokus: provázek a vlas



2 dalekohledy, základní úhel

- třízrcadlový anastigmat (Paul-Baker), $BA = 106,5^\circ$, $\omega = 1^\circ/\text{min}$,
 $P_{\text{precese}} = 72$ dní, trvání 5 let



Fabryho–Pérotův interferometr

- měření variací základního úhlu $\delta BA = 10 \mu\text{as}$
- počet stupňů volnosti zrcadel: $2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$
- lze korigovat jen **1** stupněm volnosti! ← piezoelektrický aktuátor na M4

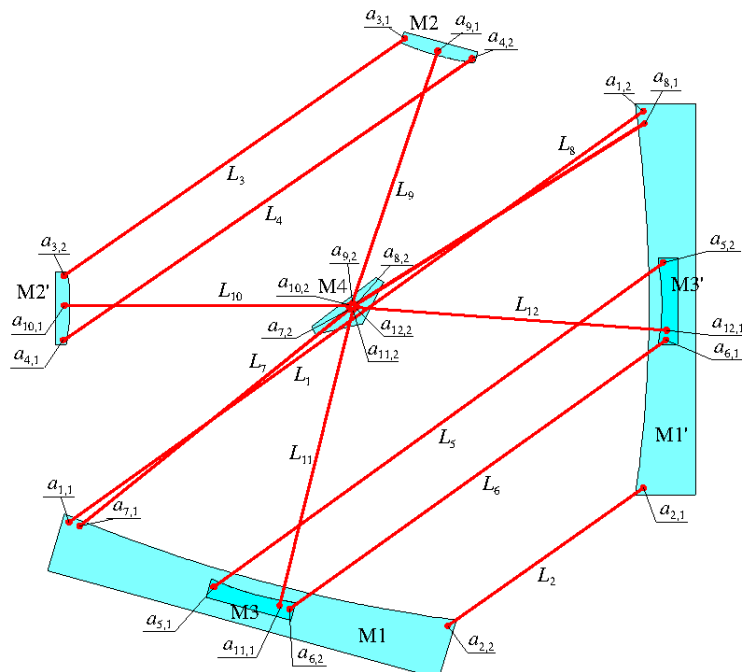
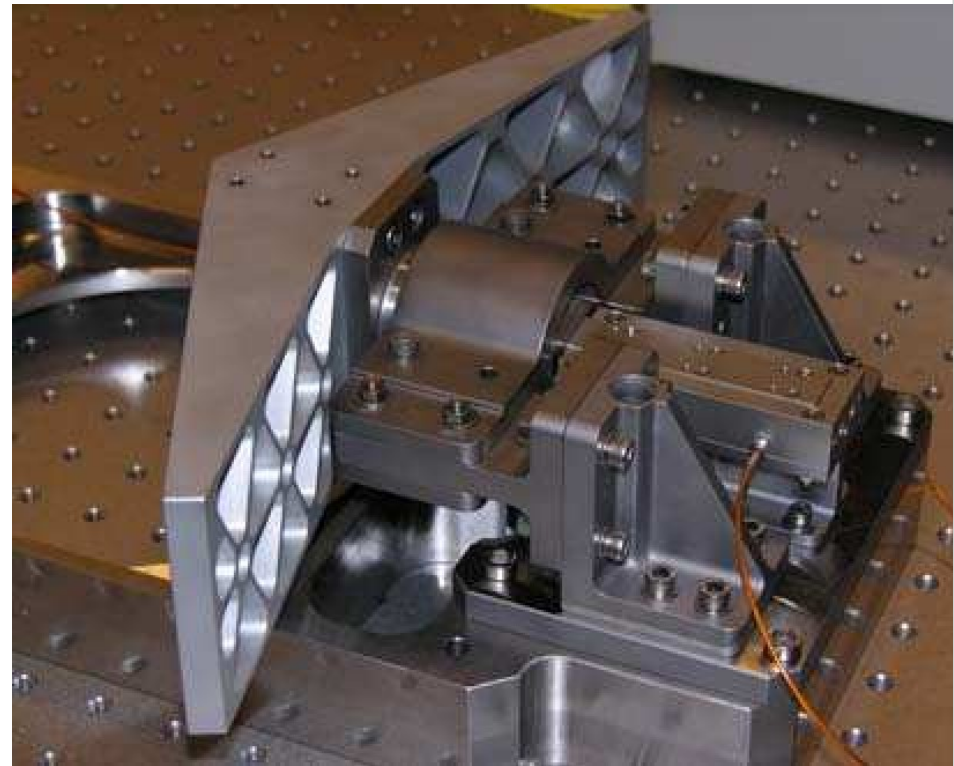
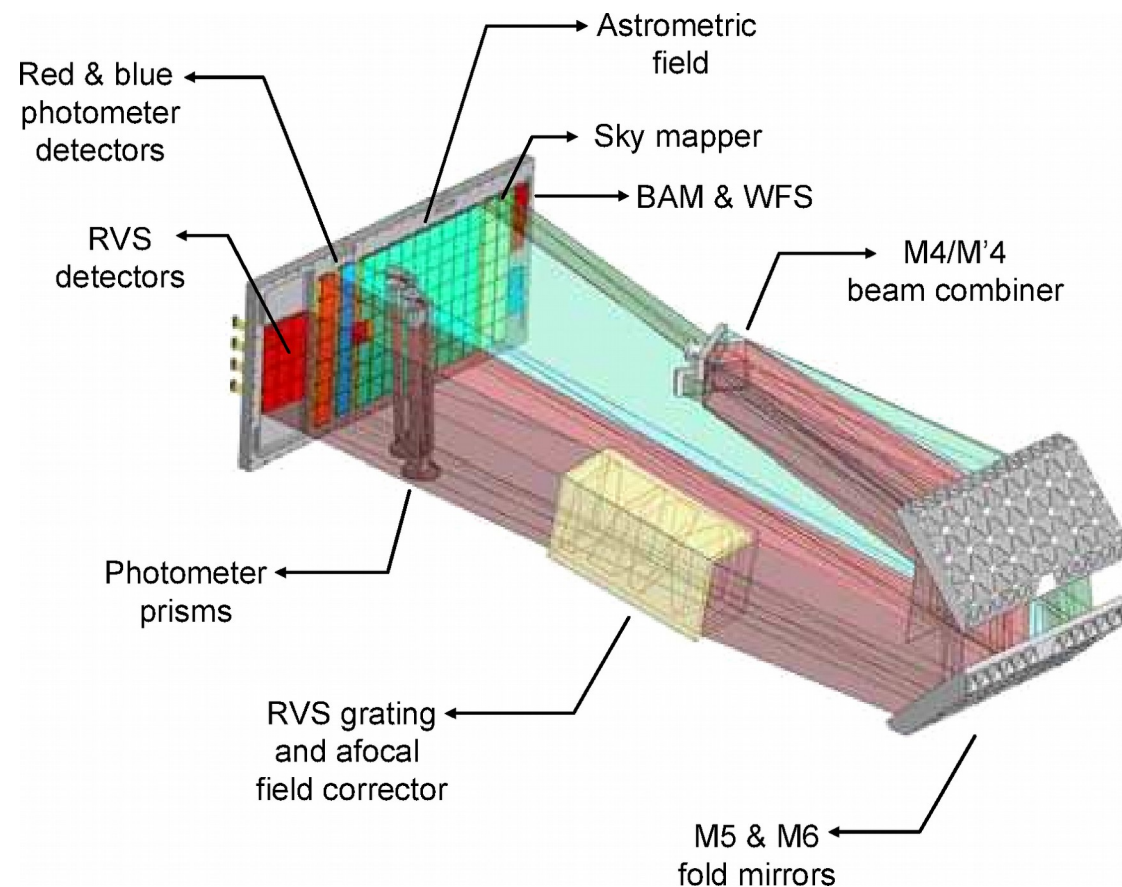


Fig. 6 - Layout of the metrology line network for the BA variations monitoring



Slučovač svazků, ohnisková rovina

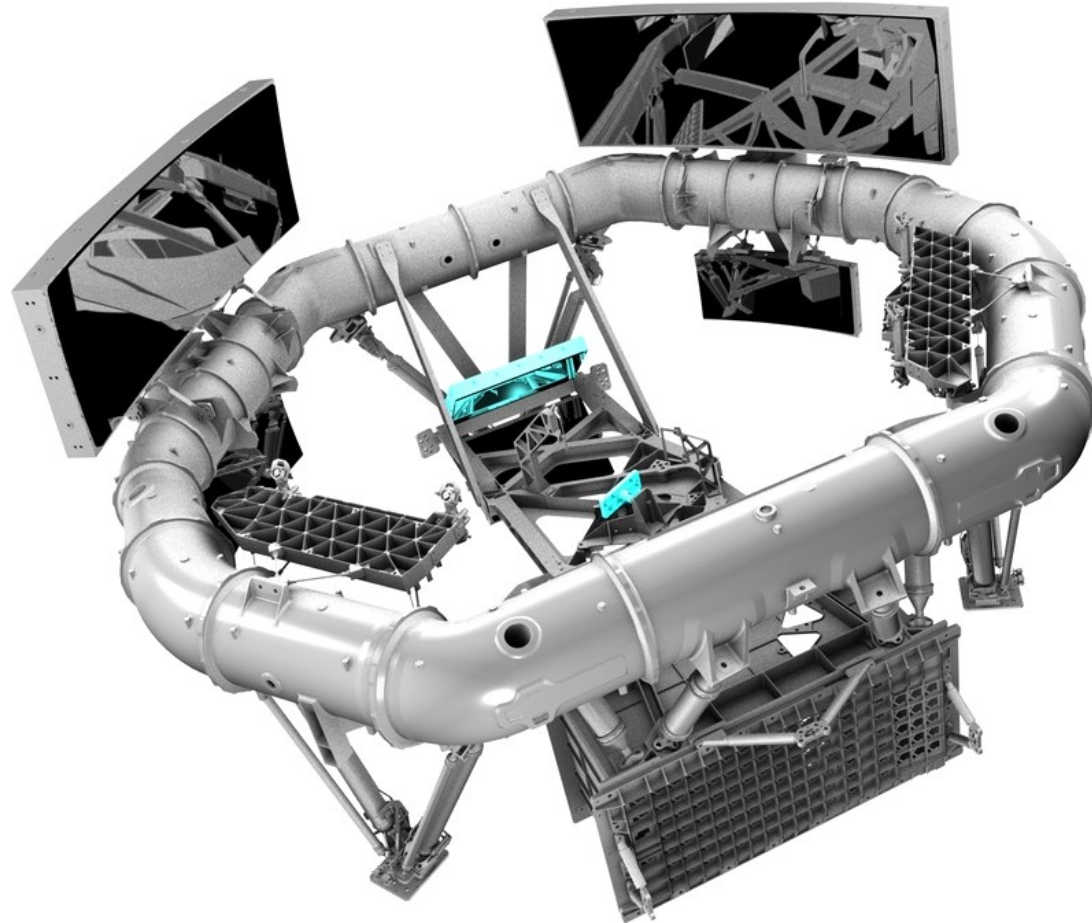
- TDI CCD pro astrometrii, spektrofotometrii, spektroskopii RV, 106 čipů 1966 krát 4500 pixelů, $t_{\text{exp}} = 4,42$ s

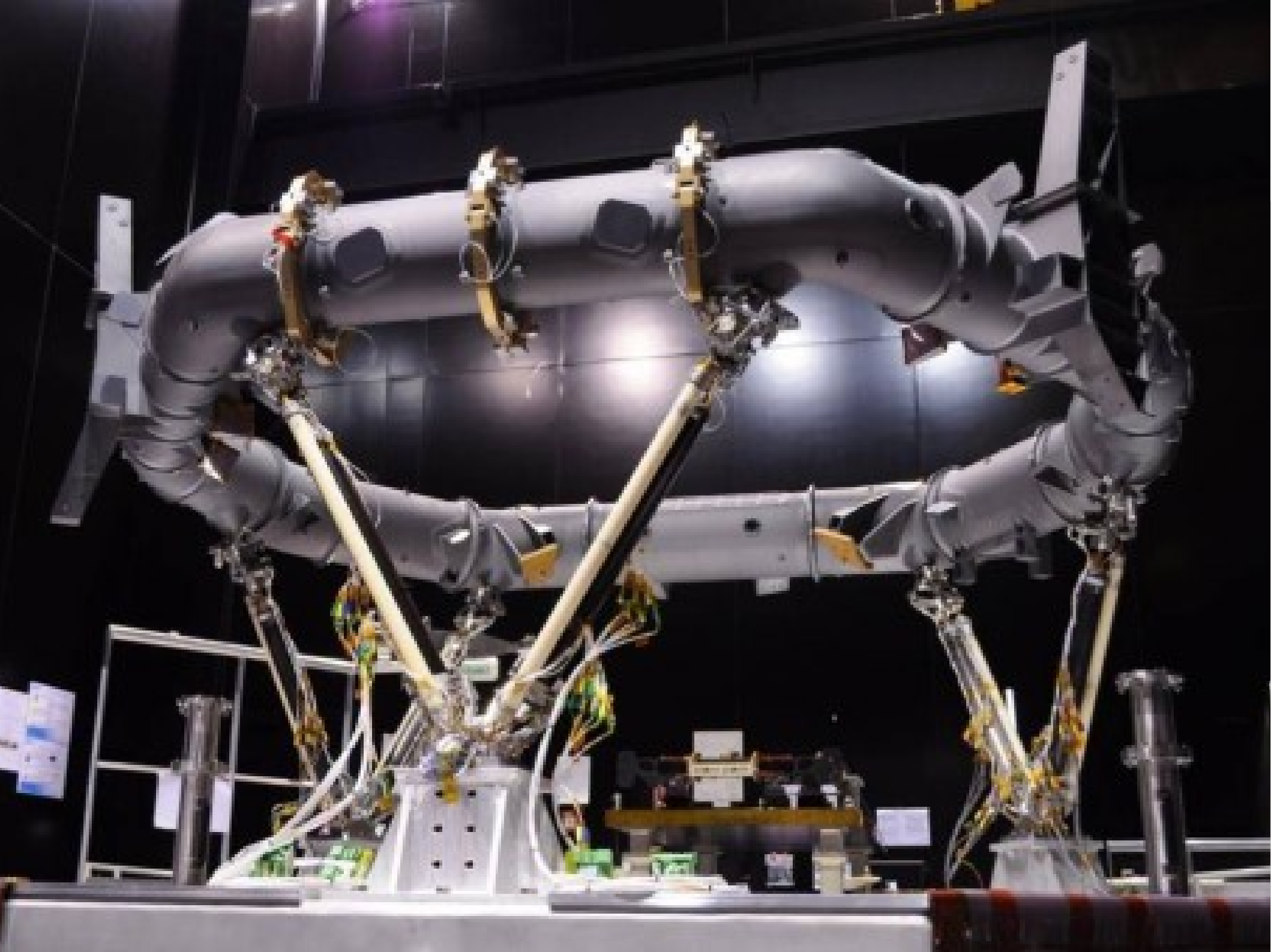


pokus:

Karbid křemíku SiC

- hustota $\rho = 3,21 \text{ g/cm}^3$ (ocel 7,8), modul pružnosti $E = 410 \text{ GPa}$ (205), měrná tepelná vodivost $K = 360 \text{ W/m/K}$ (43), brousitelný, leštitelný, nanášitelné vrstvy (SiC, Ag)!





Měřící rovnice

\mathbf{s}_i ... astrometrické parametry, \mathbf{a}_j ... natočení družice, \mathbf{c}_k ... kalibrační parametry, \mathbf{g} ... globální parametry, \mathbf{A} ... efemeridy

Ještě konkrétněji, čas vyčtení signálu od hvězdy podél skenu je funkcí výše uvedených parametrů a šumu:

$$t_l^{\text{cal}} = f_{\text{AL}}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_j, \mathbf{c}_k, \mathbf{g}, \mathbf{A}) + N, \quad (17.5)$$

stejně jako poloha kolmo ke skenu:

$$p_l^{\text{cal}} = f_{\text{AC}}(\mathbf{s}_i, \mathbf{a}_j, \mathbf{c}_k, \mathbf{g}, \mathbf{A}) + N. \quad (17.6)$$

Globální řešení spočívá v minimalizaci čtverců odchylek mezi pozorovanými a spočtenými hodnotami:

$$\chi^2 = \sum_{l \in \text{AL}} \frac{(t_l^{\text{obs}} - t_l^{\text{cal}})^2 w_{tl}}{\sigma_{tl}^2 + \epsilon_{ta}(t_l)^2 + \epsilon_{ti}^2} + \sum_{l \in \text{AC}} \frac{(p_l^{\text{obs}} - p_l^{\text{cal}})^2 w_{pl}}{\sigma_{pl}^2 + \epsilon_{pa}(t_l)^2 + \epsilon_{pi}^2}, \quad (17.7)$$

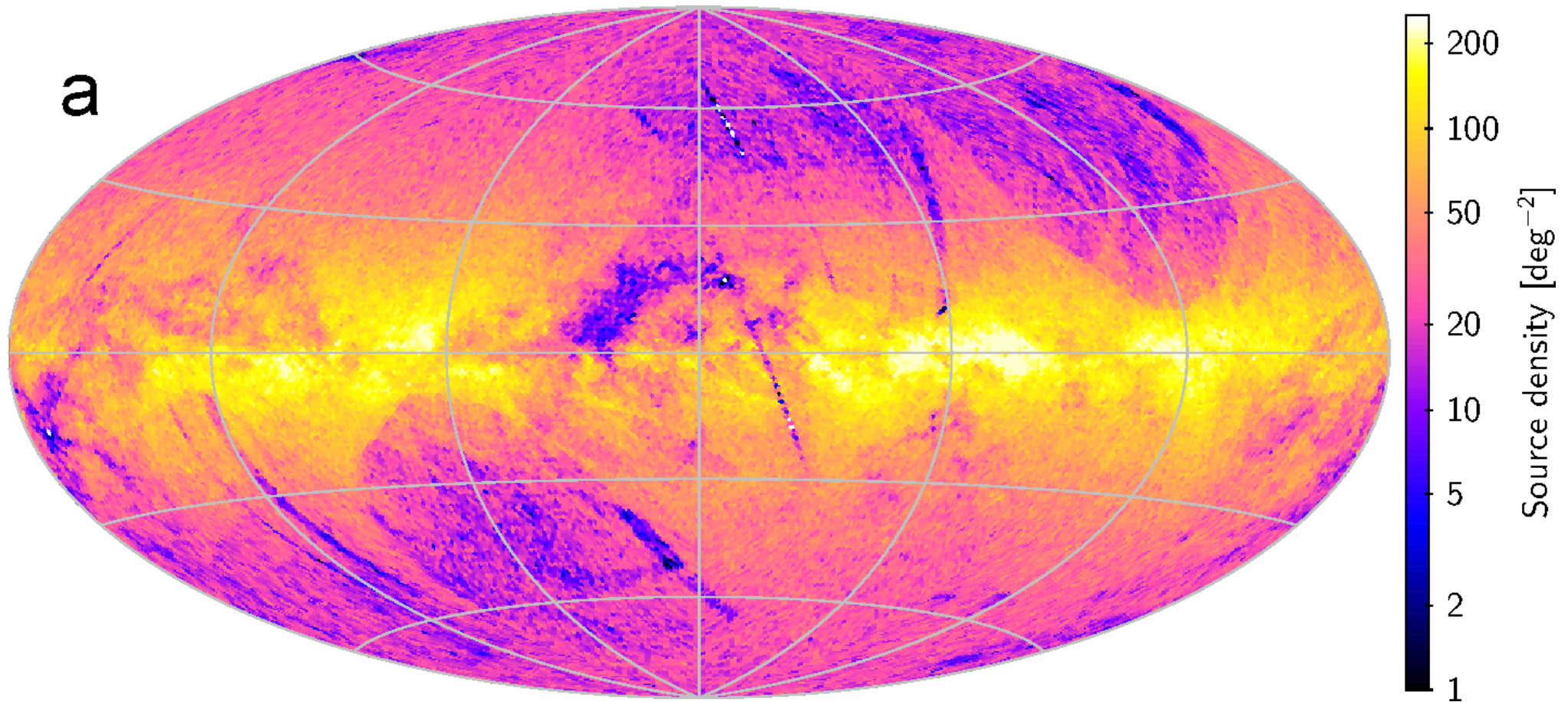
kde w jsou váhy (normálně 1, snižované pro odlehlé body), σ nejistoty měření, ϵ modelované chyby, je ale neschůdné. Provádí se proto linearizace:

$$t_l^{\text{obs}} - t_l^{\text{cal}} = \sum_i \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{s}_i} \Delta \mathbf{s}_i + \sum_j \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{a}_j} \Delta \mathbf{a}_j + \sum_k \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{c}_k} \Delta \mathbf{c}_k + \frac{\partial f_{\text{AL}}}{\partial \mathbf{g}} \Delta \mathbf{g}, \quad (17.8)$$

$$p_l^{\text{obs}} - p_l^{\text{cal}} = \sum_i \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{s}_i} \Delta \mathbf{s}_i + \sum_j \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{a}_j} \Delta \mathbf{a}_j + \sum_k \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{c}_k} \Delta \mathbf{c}_k + \frac{\partial f_{\text{AC}}}{\partial \mathbf{g}} \Delta \mathbf{g} \quad (17.9)$$

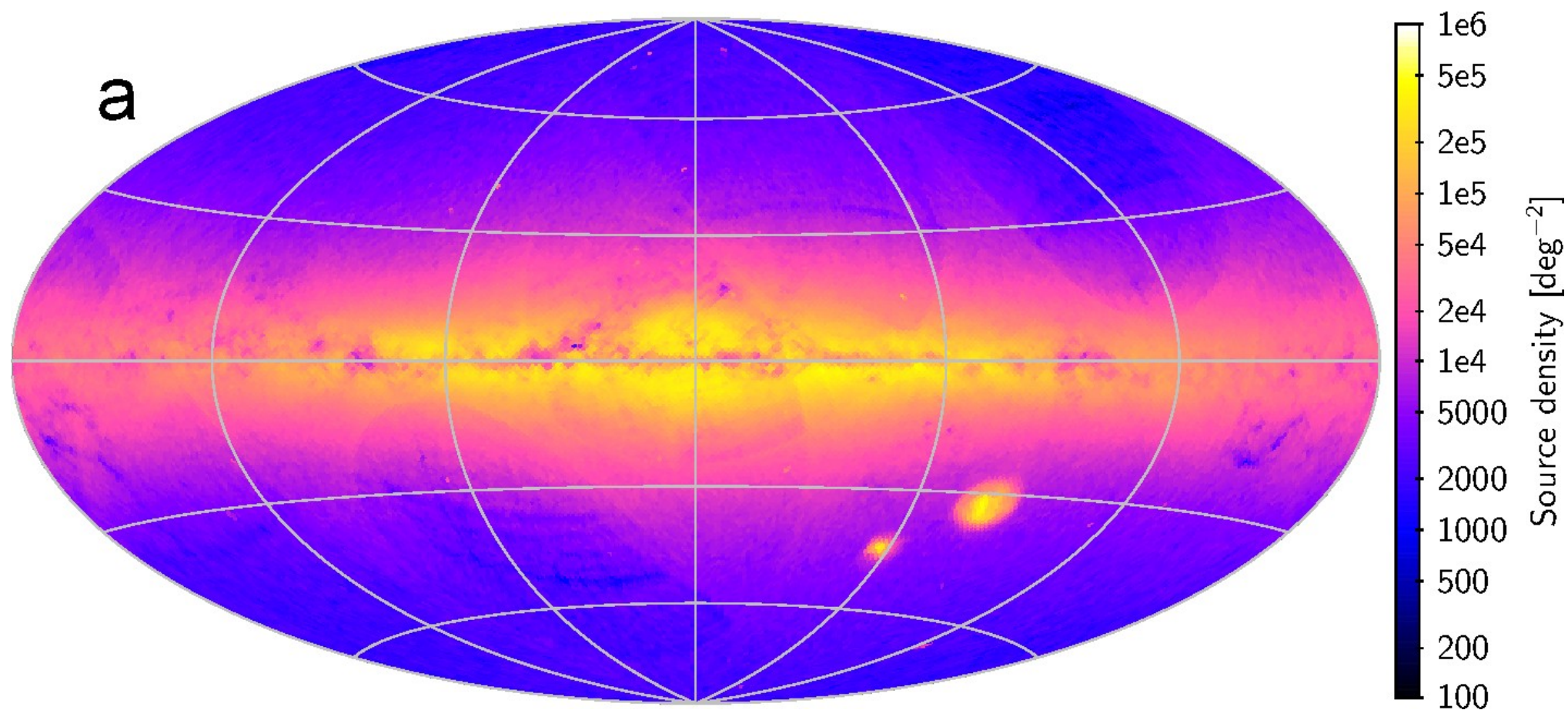
Pokrytí oblohy

- Gaia DR1: 2 miliony primárních hvězd (Lindegren et al. 2016)



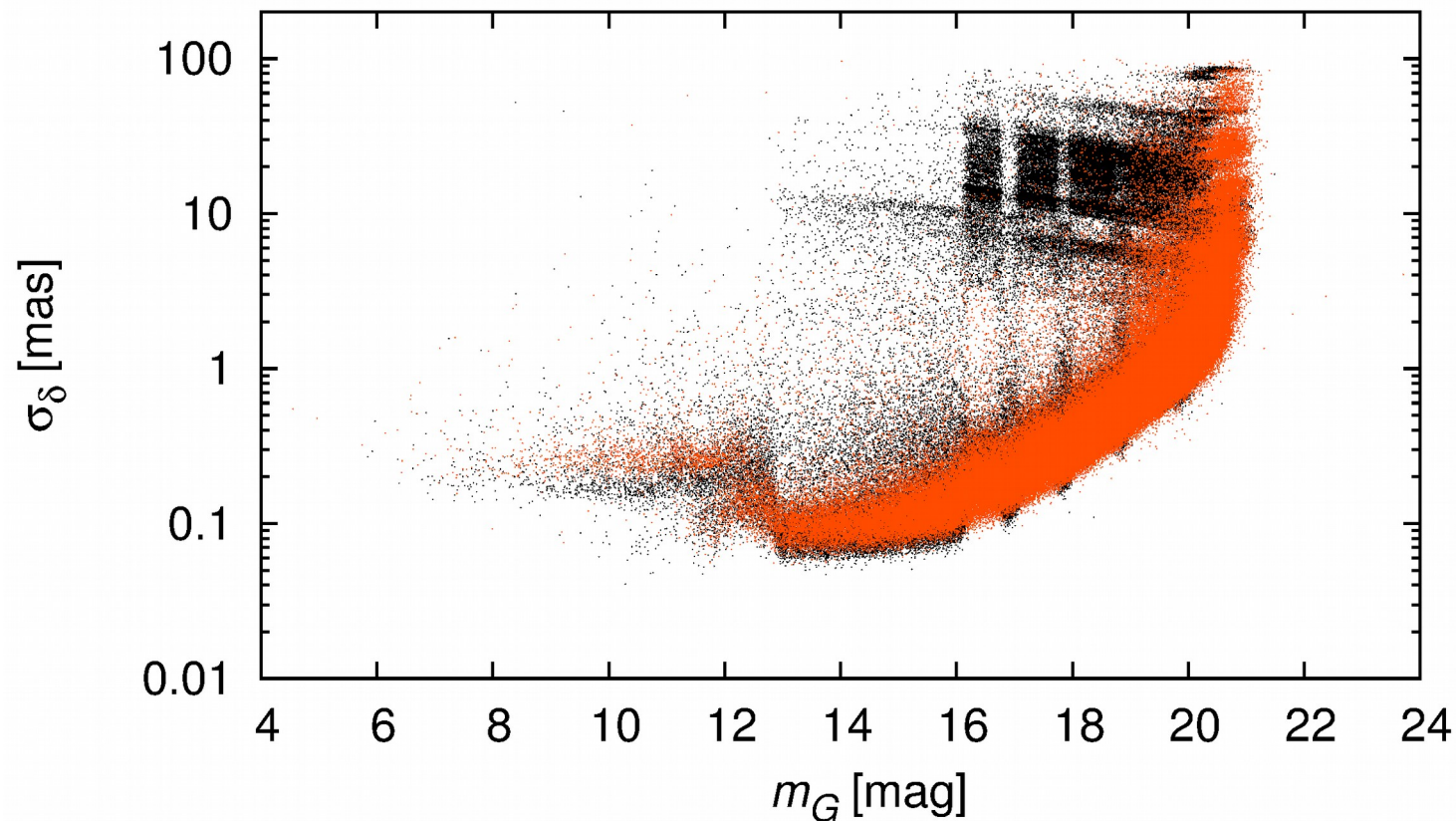
Pokrytí oblohy

- Gaia DR1: 1,141 *miliardy* sekundárních hvězd



Přesnost astrometrie

- dvě oblasti z DR1, zatím 0,05 mas, 1 epocha bez μ_α , μ_δ , priorní data, neuzavřený cyklus, místy řídké pokrytí, mikrorupnutí, mikrometeoroidy, jednoduché *, jednoduché kalibrace (BA), prostorově korelované systematiky...

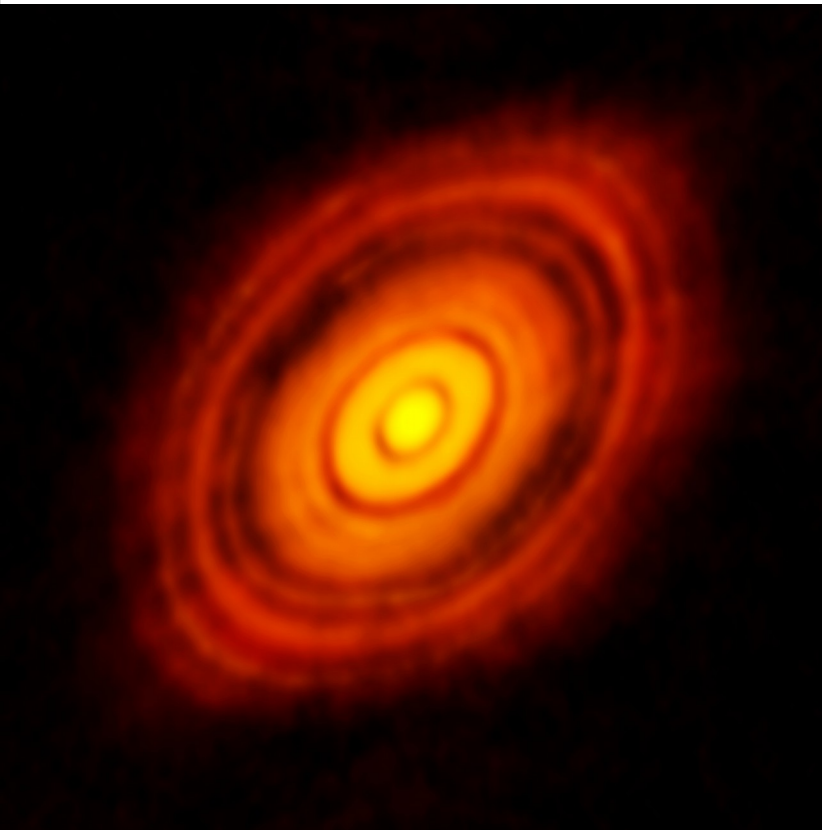


ALMA

- $B/\lambda = 16 \text{ km}/0,3 \text{ mm} = 5 \cdot 10^8 \text{ c.}$ na z. horší než CHARA, ale na protoplanetární disky to stačí, navíc jsou chladné...

HL Tau, Brogan et al. (2015)

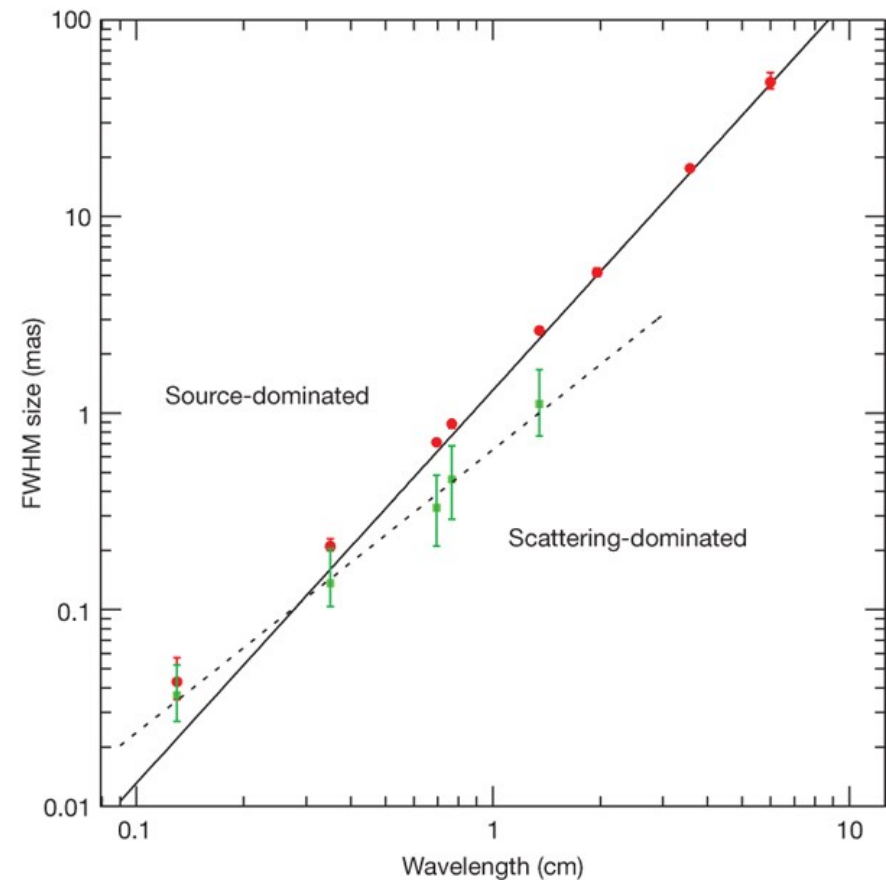
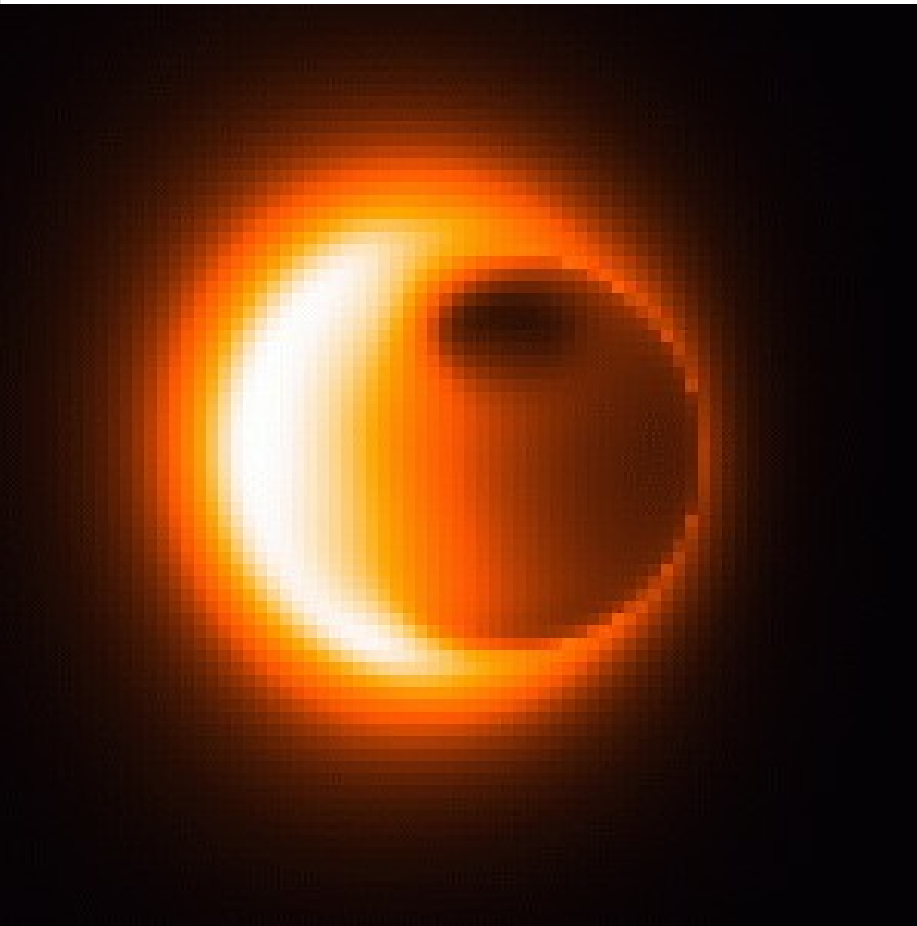
© ESO, Y. Beletsky



EHT

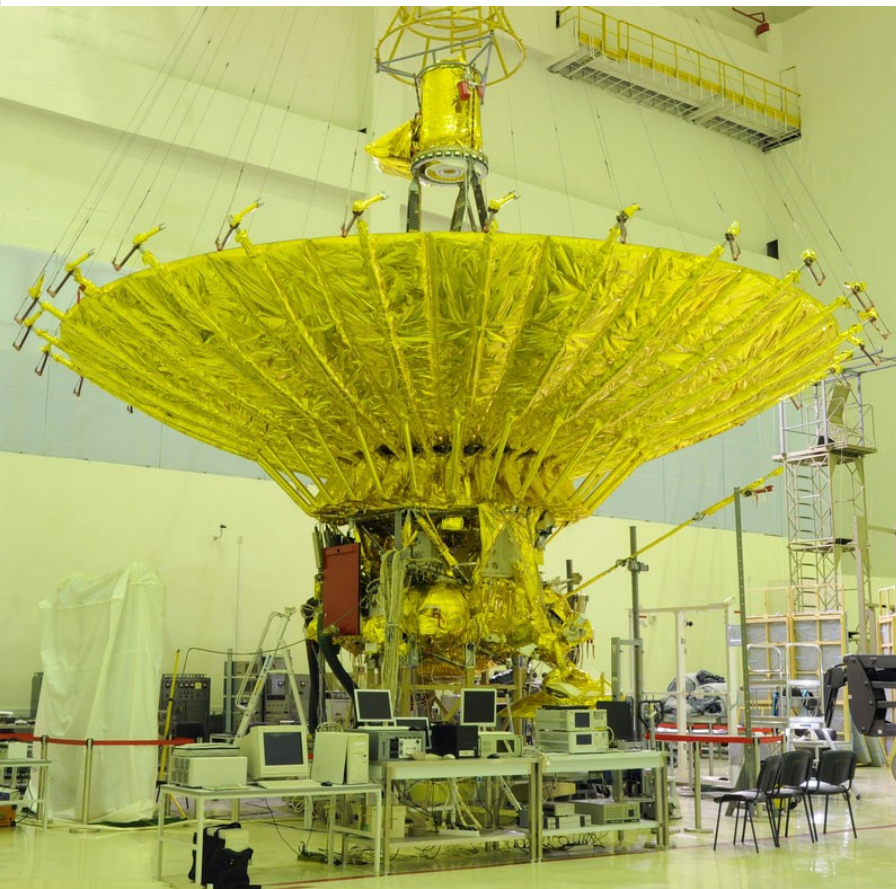
- VLBI, horizont, mezi* plazma, Doppler (Doeleman et al. 2008)

http://www.eventhorizontelescope.org/technology/higher_obs_freq.html

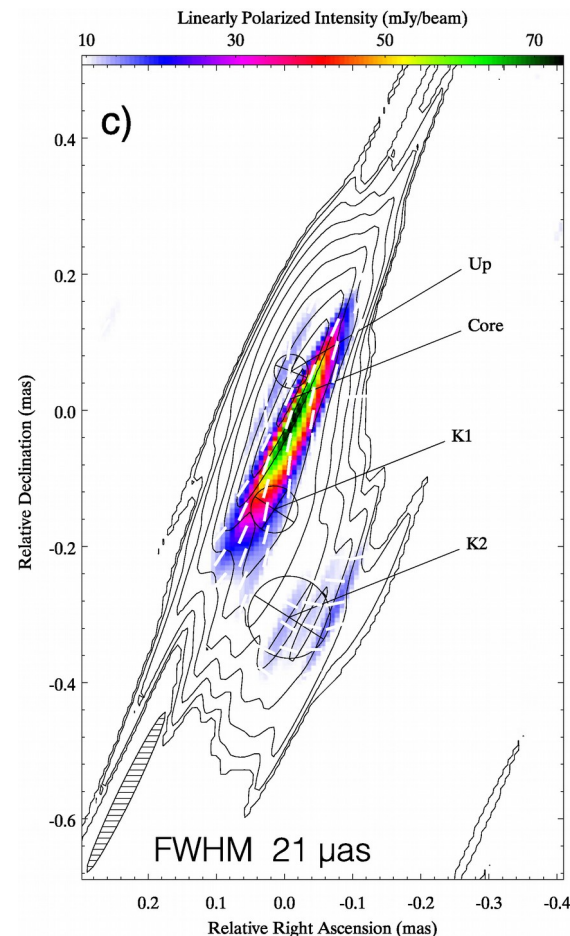


Kosmické VLBI

- družice Spektr-R (Radioastron), $B = 350\,000$ km, $B/\lambda = 6 \cdot 10^9!$
ale eliptická dráha ($e = 0,906$) → omezené pokrytí roviny (u, v)



http://www.russianspaceweb.com/spektr_r.html



blazar
BL Lacertae
(Gómez et al. 2016)

Reference

- http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/astronomicka_mereni/

& [432] referencí tamtéž