Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy
Astronomický ústav

diplomová práce

Orbitální vývoj asteroidálních fragmentů způsobený vlivem gravitace planet a tepelnými efekty

Miroslav Brož

vedoucí práce: RNDr. **David Vokrouhlický**, DrSc.

Praha, 1999

Poděkování patří zejména RNDr. D. Vokrouhlickému za námět a vedení této diplomové práce a také panu P. Farinellovi a Z. Kneževićovi za neocenitelné diskuze.

Dále je tu celá řada lidí, kteří mi pomohli, každý svým způsobem: David Ondřich, Martin Jelínek, Josef Ďurech, Daniel Tůma, Miroslav Šlechta, Zdeněk Moravec, Jana Kašparová a v neposlední řadě Michaela Havrdová.

Ještě by rád poděkoval Hvězdárně a planetáriu v Hradci Králové, za možnost využití výpočetní techniky a dalekohledu, kterým jsem se mohl na „ty své“ planetky podívat.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a že jsem citoval všechnu použitou literaturu.

Praha, 1999

Miroslav Brož

Brož, Miroslav

Orbitální vývoj asteroidálních fragmentů způsobený
vlivem gravitace planet a tepelnými efekty

(nebeská mechanika, asteroidy, tepelné efekty)

miroslav.broz@email.cz, http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/

sazba systémem plainTEX

Obsah

Zadání. *Přirozeným rezervoárem blízkozemních těles (prachové částice, meteoroidy, malé asteroidy atp.) je hlavní pás asteroidů. V řadě prací v 70. a 80. letech studovali autoři mechanismus přenosu hmoty z pásu asteroidů k Zemi zvláště s přihlédnutím k rezonancím s velkými planetami. V této diplomové práci navrhujeme zlepšit tento pohled uvážením tepelných efektů působících na dráhu asteroidálních fragmentů (těles v intervalu velikostí 0.1 až 100 m).*

---

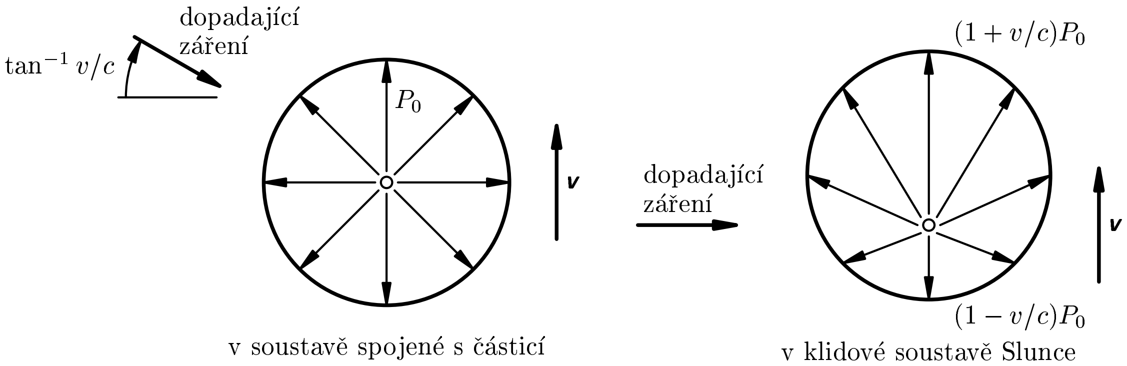
1. Úvod

Pohyb asteroidů, měsíců planet, komet, meteoroidů (ale dnes i kosmických sond a umělých satelitů) ve sluneční soustavě určuje především gravitační síla Slunce a poruchy přicházející od planet. Až do poloviny 19. století to také byla jediná síla, která byla uvažována v pohybových rovnicích. Přesnost měření poloh nebeských objektů a rozvoj nebeské mechaniky však dovolili koncem 19. století odhalit první negravitační sílu, která podstatně ovlivňuje pohyb komet – uvolňování plynu a prachu z jejich povrchu. Od té doby bylo objeveno několik dalších negravitačních efektů, které určují tvářnost naší sluneční soustavy a které jsou nezbytné pro pochopení jejího dlouhodobého vývoje až k dnešnímu stavu.

Jedná se především o síly radiační, jejichž základním principem je výměna energie a hybnosti, řídící se zákonem akce a reakce, mezi zářivým polem a tělesem. Tyto síly mají obecně větší vliv na malá tělesa, neboť radiační síly, jakožto povrchové jevy, rostou s druhou mocninou rozměru tělesa, ale gravitační síla je úměrná třetí mocnině rozměru. Dominantním zdrojem zářivého pole může být v různých případech Slunce, planeta svítící převážně v infračerveném oboru, příp. těleso s vlastním zdrojem (kosmická sonda).

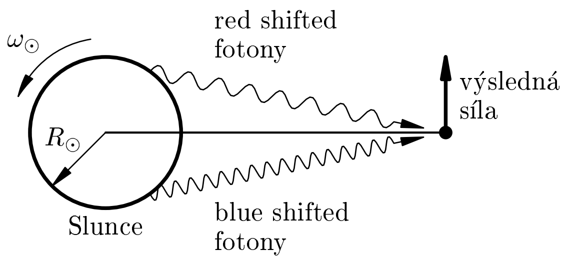
Základními variantami radiačních sil jsou přímý tlak záření, Poyntingův– Robertsonův efekt, diferenciální Dopplerův efekt a *Yarkovského efekt.* Právě aplikacemi Yarkovského efektu se zabývá tato práce, proto je mu věnována samostatná kapitola 2. S těmi ostatními se stručně seznámíme v následujících odstavcích — podrobným článkem, ze kterého jsme čerpali, je Burns *et al.* (1979).

- *Tlak záření a Poyntingův–Robertsonův efekt.* Interakce radiačního pole s malými částicemi probíhá jednak prostřednictvím přímého tlaku záření, tedy absorpcí fotonů nesoucích hybnost. Pohybující se částice však reemituje absorbovanou energii preferenčně ve směru pohybu a vzniká tak brzdná síla (Poyntingova–Robertsonova, viz obr. 1). Výsledkem je zmenšování velkých poloos, spirálování především milimetrových a submilimetrových částic do centra.



Obr. 1 — Schématická ilustrace Poyntingova–Robertsonova efektu. Pohybující se částice vyzařuje preferenčně ve směru pohybu, díváme-li se v klidové soustavě Slunce. Délky vektorů odpovídají hybnostem reemitovaného záření.

- *Sluneční vítr.* Celkový tlak záření je mírně zvýšen interakcí s částicemi slunečního větru. Obdoba Poyntingova–Robertsonova efektu pro sluneční vítr, však může vést ke znatelnému zvýšení brzdné síly (aberační úhel zavedený na obr. 1 je v tomto případě mnohem větší, neboť částice slunečního větru se nepohybují rychlostí světla). Pro částice menší než 0.1 μm je dokonce tento příspěvek dominantní.
- *Diferenciální Dopplerův efekt.* Poněkud slabší radiační síla vzniká tím, že fotony emitované z rotujícího Slunce jsou Dopplerovsky posunuty (a tedy mají různou hybnost), podle toho, zda přicházejí z přibližující se polokoule, nebo z té, která se vzhledem k částici vzdaluje (viz obr. 2). Vznikající síla je vždy menší než Poyntingova–Robertsonova, je důležitá pouze v těsné blízkosti slunečního povrchu, kde zesiluje působení Poyntingova–Robertsonova efektu.



Obr. 2 — Schématický diagram diferenciálního Dopplerova efektu. Fotony dopadající na částici ze vzdalující se východní polokoule nesou v průměru méně hybnosti, neboť jsou posunuté k červenému konci spektra, než modře posunuté fotony přicházející ze vzdalující se západní polokoule.

Obsah. V kapitole 2 je detailně popsán Yarkovského tepelný efekt. Astronomickými souvislostmi Yarkovského efektu se zabývá kapitola 3. Kapitoly 4, 5 a 6 jsou konkrétní aplikace tepelných sil ve sluneční soustavě. Zatímco v kapitole 4 a 5 studujeme vývoj hypotetických fragmentů uvolněných z asteroidů (170) Maria a (6) Hebe, v kapitole 6 se zabýváme chováním reálných asteroidů (2953) Vysheslavia, 1991 UA2 and 1993 FR58. Kapitola 7 je věnována diskuzi a námětům pro budoucí práci. Poslední kapitolou 8 je seznam použité literatury.

Dodatek A pojednává o digitálním filtrování orbitálních elementů. V dodatku B jsou shrnuty výsledky numerických testů několika běžných numerických metod. Dodatek C je seznamem a stručnou dokumentací vyvinutého software. Poslední dodatek D obsahuje několik ukázek vývoje planetárních drah.

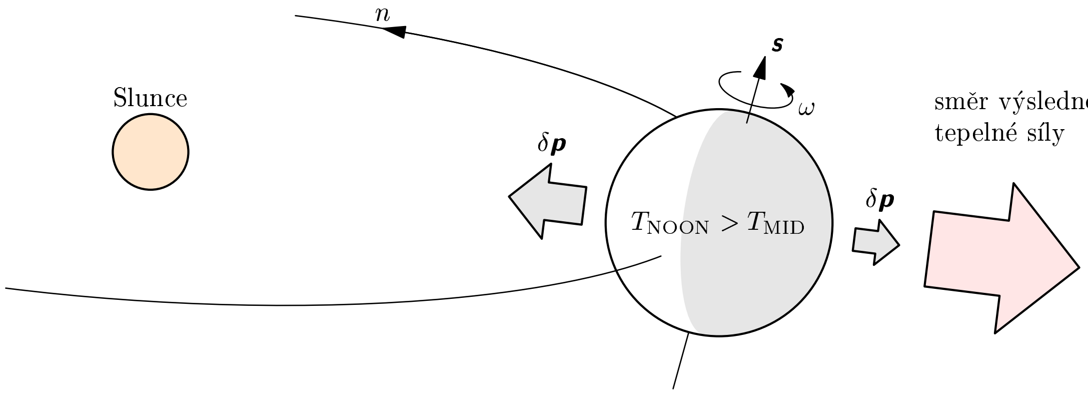
Součástí této práce jsou také dvě přílohy: první je poster *Yarkovsky effects as a source of mobility for the asteroid fragments* prezentovaný na 173. kolokviu IAU „Evolution and Source Regions of Asteroids and Comets“ v Tatranské Lomnici, 24. − 28. 8. 1998 a na konferenci JENAM v Praze, 9. − 12. 9. 1998. Druhou je článek David Vokrouhlický & Miroslav Brož: *An improved model of the seasonal Yarkovsky force for regolith–covered asteroid fragments* zaslaný do časopisu Astronomy and Astrophysics. Obě přílohy jsou ponechány v původní typografické úpravě.

2. Yarkovského efekt

Kapitola 2.1 nejprve seznamuje se základními fyzikálními principy Yarkovského efektu a poté v následující kapitole 2.2 přináší odvození linearizovaného modelu tepelných efektů, který byl publikován ve Vokrouhlický (1999). V této publikaci jsou uvedeny také příklady sekulární vlivu Yarkovského efektu na orbitální velkou poloosu, jež reprodukujeme v kapitole 2.3. Tytéž výsledky posloužili pro ověření správnosti implementace tepelných efektů v numerickém integrátoru `swift_rmvsy`. Právě srovnání výsledků získaných naším integrátorem s dříve publikovanými se zabývá kapitola 2.4. Kapitola 2.5 je obsáhlým přehledem vlivu Yarkovského efektu na orbitální elementy v závislosti na tepelných parametrech a rozměrech tělesa. Umožňuje také získat první představu o možných astronomických souvislostech, kterým je však věnována samostatná kapitola 3.

2.1 Základní principy

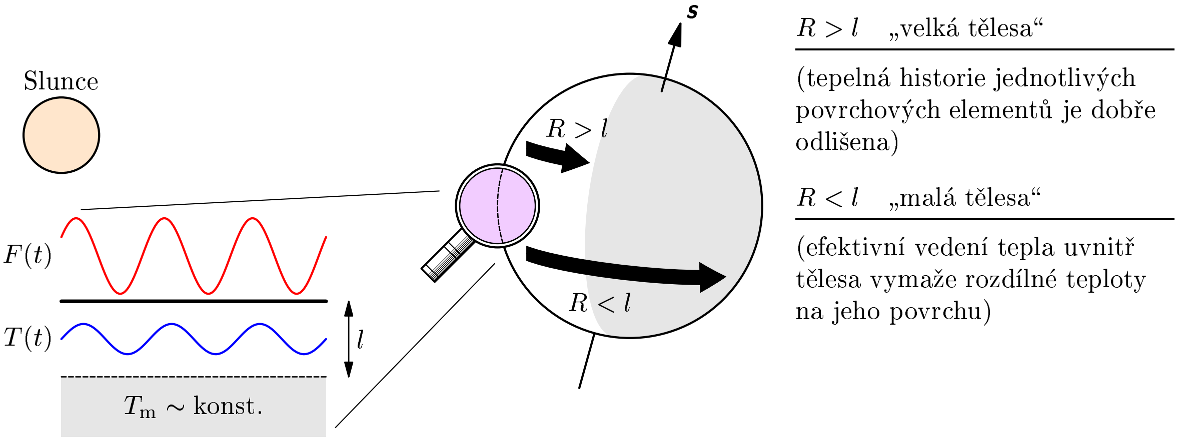
Jedna z radiačních sil vzniká tehdy, ustaví-li se na povrchu tělesa *nerovnoměrné rozložení teploty.* Taková situace může vzniknout velmi přirozeně, když tělesa (např. asteroid) obíhá okolo zdroje záření (v dalším budeme předpokládat Slunce), viz obr. 3. Polokoule asteroidu, která je přivrácená ke Slunci bude mít vyšší teplotu, než odvrácená strana ($T_{\rm NOON} > T_{\rm MID}$ na obrázku). Fotony, které jsou vyzařovány z teplejších oblastí odnášejí více energie a hybnosti, než odpovídající fotony z chladných částí povrchu. Výsledkem této nerovnováhy je vznik negravitační síly, která se z historických důvodů nazývá *Yarkovského silou.* To je tedy základní princip Yarkovského efektu, podívejme se však podrobněji na tepelné vlastnosti asteroidu.



Obr. 3 — K vysvětlení základního principu Yarkovského efektu.

Výsledná velikost tepelné síly bude mimo jiné záviset na rozměru tělesa. Malá tělíska (navíc pokud mají vyšší tepelnou vodivost) totiž stačí odvést teplo z teplejší hemisféry do chladnější, vyrovnat tím rozdíly teploty na povrchu a Yarkovského efekt bude potlačen. Pro tělesa s velkými rozměry také velikost efektu klesá, jak jsme diskutovali v kapitole 1.

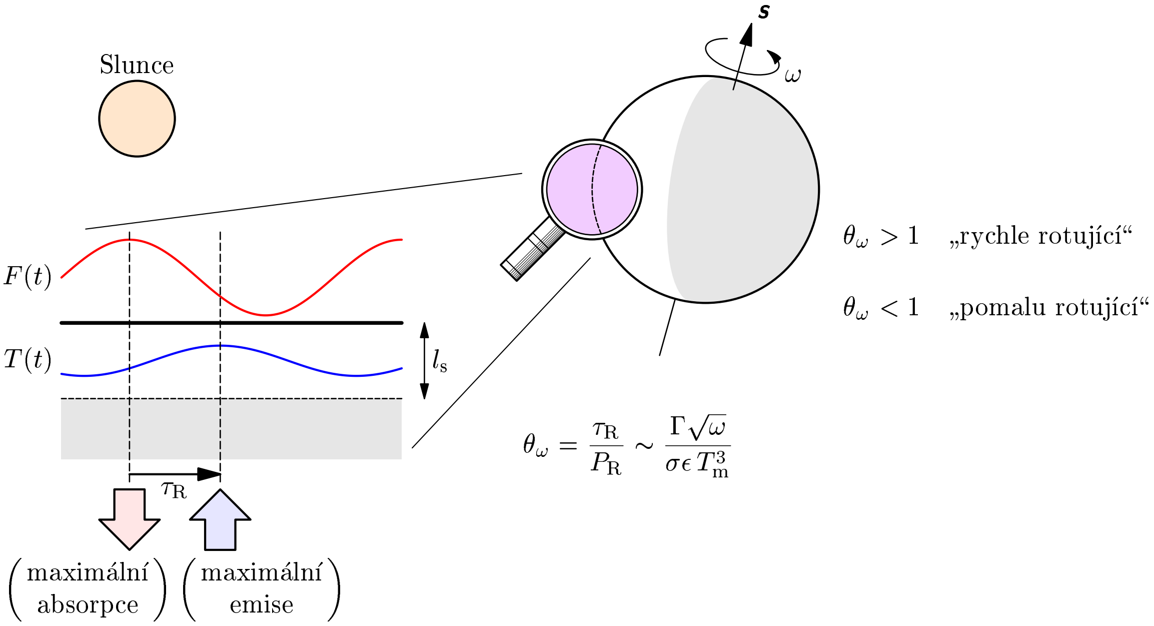
Závěr tedy je, že Yarkovského síla bude efektivně působit jen v určitém rozsahu velikostí těles. V této souvislosti je vhodné zavést následující pohled na velikost tělesa, kterou budeme poměřovat hloubkou proniku l tepelné vlny (danou jeho tepelnými parametry). Budeme tedy hovořit o tělesech velkých s $R \gg l$, u kterých se změny teploty objevují jen v tenké povrchové vrstvě a o tělesech malých $R \simeq l$, u nichž se mění teplota i poměrně hluboko pod povrchem, viz obr. 4.



Obr. 4 — Zavedení hloubky proniku tepelné vlny l, koncept velkých a malých těles.

Ještě detailnější pohled (viz obr. 5) ukáže časové zpoždění mezi absorpcí záření a jeho reemisí, které je způsobeno konečnou tepelnou vodivostí. Kvantitativně důležitým parametrem je v tomto případě frekvence, s jakou se mění přicházející tok záření na daný povrchový element. Při studiu oběhu rotujícího asteroidu kolem Slunce tedy budou hrát roli orbitální frekvence (střední pohyb) a rotační frekvence asteroidu.

Maximum povrchového rozložení teploty je poněkud posunuté od směru Slunce – asteroid, což je podstatná skutečnost, jejíž hlavní důsledek – změnu velké poloosy dráhy asteroidu – zjistíme až v kapitole 2.3.



Obr. 5 — Zpoždění mezi absorpcí a reemisí záření, zavedení tepelného parametru θ, koncept rychle a pomalu rotujících těles.

V následující kapitole 2.2 ukážeme rozpracování těchto základních poznatků do podoby matematické teorie, která nám umožní získat přesné kvantitativní výsledky vlivu tepelných efektů na pohyb tělesa s danými tepelnými vlastnostmi a rozměrem.

Některé tepelné vlastnosti materiálů, které jsou běžné mezi meteoroidy a asteroidy a které budeme uvažovat v dalších kapitolách, uvádí tab. 1.

typ materiálu	hustota	povrchová hustota	tepelná vodivost	specifické teplo
	ϱ [kg · m^{-3}]	$\varrho_{\rm sur}$ [kg · m^{-3}]	K [W · m^{-1} · K^{-1}]	C [J · kg^{-1} · K^{-1}
bazaltický	3500	3500	2.65	680
metalický	8000	8000	40	500
pokrytý regolitem	3500	1500	0.0015	680

Tab. 1 — Tepelné vlastnosti různých materiálů, viz Rubincam (1995, 1998), Farinella *et al.* (1998).

2.2 Linearizovaná teorie Yarkovského efektu

Problém vyčíslení Yarkovského tepelné síly se přirozeně dělí na dva kroky: (i) určení povrchového rozdělení teploty a (ii) výpočet tepelné síly. Pokud uvažujeme dráhu asteroidu blízkou kruhové, můžeme předpokládat teplotu blízkou konstantní střední teplotě, což problém řešení velmi zjednoduší — bude možné odvodit lineární teorii. Řešení, které zde předkládáme, je podle Vokrouhlický (1999a,b).

Předpoklady. Zjednodušující předpoklady, které nám dovolí získat analytické vztahy pro tepelnou sílu bez numerického řešení, jsou následující:

- Těleso je kulové (zobecnění viz Vokrouhlický (1998b) a Vokrouhlický & Farinella (1998b)).
- Povrch tělesa emituje záření jako šedé těleso s emisivitou ϵ podle Lambertova zákona.
- Teplota $T(\boldsymbol{r},t)$ v libovolném místě $\boldsymbol{r}$ tělesa a libovolném čase t je blízká konstantní střední hodnotě $T_{\rm av}$, čili

$$T(\boldsymbol{r},t) = T_{\rm av} + \Delta T(\boldsymbol{r},t) \quad \text{při} \quad |\Delta T(\boldsymbol{r},t)| \ll |T_{\rm av}| \,. \tag{1}$$

  Tato podmínka omezuje použití teorie na dráhy s nízkou excentricitou, neboť s vysokou excentricitou lze očekávat i výrazné změny teploty při oběhu kolem Slunce.
- Těleso obíhá kolem radiačního centra po kruhové dráze, zanedbáváme členy, v nichž vystupuje excentricita dráhy. Úplná nelinearizovaná teorie Yarkovského efektu (ročního, viz dále) byla prezentována ve Vokrouhlický & Farinella (1998b).
- Podíl m mezi frekvencí rotace $\omega_{\rm rot}$ a středním pohybem $\omega_{\rm rev}$ je celé číslo. Tato podmínka dovoluje snadnější vyjádření radiačního toku pro libovolný element povrchu.

Základní rovnice. Fundamentální rovnice vedení tepla jsou podmínky zákona zachování energie, které lze vyjádřit buď v objemu tělesa (tzv. Fourierova rovnice)

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \,, \tag{2}$$

nebo na jeho povrchu

$$\left(K \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R + \epsilon \sigma T^4 = \alpha \mathcal{E} \,. \tag{3}$$

Druhá rovnice je okrajovou podmínkou pro rozdělení teploty. Těleso chápeme jako homogenní sféru s hustotou ϱ, tepelnou vodivostí K a tepelnou kapacitou C. V obecném případě mohou být tyto parametry tělesa závislé na T nebo $\boldsymbol{r}$, v dalším však předpokládáme jejich nezávislost. Povrchový absorpční koeficient (1 − albedo) značíme α, tepelnou emisivitu ϵ, typické hodnoty těchto parametrů jsou blízké jedničce. $\mathcal{E}$ je dopadající radiační tok pro daný povrchový element.

Zanedbáme-li člen reprezentující vedení tepla ve (3) a za předpokladu kruhové dráhy, můžeme definovat střední teplotu $T_{\rm av}$ rovnicí $4\epsilon\sigma T_{\rm av}^4 = \alpha \mathcal{E}_\star$. Zde $\mathcal{E}_\star$ je radiační tok ve vzdálenosti tělesa od centra.

Před vlastním řešením rovnic (2) a (3) ještě zavedeme nové bezrozměrné proměnné. Správné škálování sloučí numerické faktory v rovnicích do jediného tzv. *tepelného parametru* $\Theta = \sqrt{K\rho C}\sqrt{\omega_{rev}}/\epsilon\sigma T_\star^3$. Proměnná $T_\star$ je subsolární teplota definovaná vztahem $\epsilon\sigma T_\star^4 = \alpha \mathcal{E}_\star$. Navíc místo teploty budeme používat $\Delta T = T - T_{\rm av}$, která je ve srovnání s $T_{\rm av}$ malá. Bezrozměrné proměnné tedy budou

- radiální souřadnice r, měřená od centra tělesa, škálovaná hodnotou $l_s = \sqrt{K/\rho C\omega_{\rm rev}}$, tedy $r \to r' = r/l_s$.
- teplotní změna ΔT podělená subsolární teplotou $T_\star$, tj. $\Delta T \to \Delta T' = \Delta T/T_\star$,
- proměnnou část vnějšího radiačního toku $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_\star/4$ budeme škálovat hodnotou $\mathcal{E}_\star$ radiačního toku ve vzdálenosti tělesa od zdroje, tj. $\Delta\mathcal{E}' = \Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}_\star$, a
- čas t bude nahrazen komplexní proměnnou $\zeta = \exp[i\,\omega_{\rm rev}(t - t_0)]$.

Kvůli symetrii tělesa budeme používat systém sférických souřadnic s počátkem ve středu tělesa. Šířková souřadnice θ je měřena od rotační osy tělesa, délka ϕ od rovníkové osy X. Systém rotuje společně s tělesem, osa X směřuje k radiačnímu centru v určitém čase t_0 (pro kruhovou dráhu takový čas vždy existuje).

Přepsáním rovnic (2) a (3) do nových proměnných získáme rovnice

$$i\zeta\frac{\partial}{\partial\zeta}\Delta T'(r';\theta,\phi;\zeta) = \frac{1}{r'^2}\left\{\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'^2\frac{\partial}{\partial r'}\right) + \Lambda\left(\theta,\phi\right)\right\}\Delta T'(r';\theta,\phi;\zeta)\,, \tag{4}$$

$$\sqrt{2}\Delta T' + \Theta\left(\frac{\partial\Delta T'}{\partial r'}\right)_{R'} + \mathcal{O}(2) = \Delta\mathcal{E}'\,. \tag{5}$$

Operátor $\Lambda(\theta,\phi)$ v rovnici (4) představuje úhlovou část Laplaceova operátoru a je roven

$$\Lambda\left(\theta,\phi\right) = \frac{1}{\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right]\,. \tag{6}$$

Člen označený $\mathcal{O}(2) \equiv \mathcal{O}[(\Delta T/T_{\rm av})^2]$ připomíná, že v našich vztazích vždy zanedbáváme nelineární členy. Cílem řešení je nalezení teploty $\Delta T'$ všude v tělese (r',θ,ϕ), s r' jdoucím od 0 až k povrchu R', v libovolném čase ζ. Řešení je určováno (i) hodnotou tepelného parametru Θ a (ii) explicitním zadáním radiačního toku $\Delta\mathcal{E}'$.

Radiační tok. Musíme tedy nalézt vyjádření členu $\Delta\mathcal{E}'$ pro libovolný povrchový element daný úhlovými proměnnými (θ,ϕ). Protože $\Delta\mathcal{E}'$ je funkcí na kouli, bude vhodné hledat jej ve tvaru rozvoje do sférických funkcí

$$\Delta\mathcal{E}' = \sum_{n\geq 1}\sum_{k=-n}^{n} a_{nk}(\zeta)\,Y_{nk}(\theta,\phi)\,. \tag{7}$$

Výhodou řešení je potřeba pouze tří dipólových ($n = 1$) členů:

$$a_{10}(\zeta) = \sqrt{\frac{\pi}{3}}\cos\theta_0\,, \qquad a_{1\pm1}(\zeta) = \mp\sqrt{\frac{\pi}{6}}\sin\theta_0\,e^{\mp i\phi_0}\,, \tag{8}$$

kde (θ_0,ϕ_0) jsou šířka a délka vektoru směřujícího k radiačnímu centru. Při pohybu tělesa po své dráze se tyto hodnoty mění a to podle vztahů

$$\cos\theta_0 = -\sin\gamma\sin\lambda = \frac{i}{2}\sin\gamma\left(\zeta - \zeta^{-1}\right)\,, \tag{9}$$

kde γ je obliquita rotační osy (úhel měřený od normály dráhy k rotační ose), a

$$\sin\theta_0\,e^{\pm i\phi_0} = \sin^2\frac{\gamma}{2}\,\zeta^{\mp(m+1)} + \cos^2\frac{\gamma}{2}\,\zeta^{\mp(m-1)}\,. \tag{10}$$

Dipólové řešení teploty. Po podrobné formulaci problémů můžeme tedy začít řešit rovnice (4) a (5) s rovnicí pro radiační tok (7). Opět nás budou zajímat jen dipólní členy $t'_{nk}(r';\zeta)$ ve sférickém rozvoji funkce $\Delta T'$

$$\Delta T'(r';\theta,\phi;\zeta) = \sum_{n\geq 1} \sum_{k=-n}^{n} t'_{nk}(r';\zeta)\, Y_{nk}(\theta,\phi) \; . \tag{11}$$

Nejdůležitějším zjednodušením problému je linearita systému rovnic (4) a (5). Ortogonalita sférických funkcí $Y_{nk}(\theta,\phi)$ potom vede k odstranění vazeb mezi rovnicemi pro amplitudy $t'_{nk}(r';\zeta)$. Každá zvlášť splňuje

$$i\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} t'_{nk}(r';\zeta) = \frac{1}{r'^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} \left(r'^2 \frac{\partial}{\partial r'} \right) - n\,(n+1) \right\} t'_{nk}(r';\zeta) \; , \tag{12}$$

s okrajovými podmínkami

$$\sqrt{2}\, t'_{nk}(R';\zeta) + \Theta \left(\frac{\partial t'_{nk}}{\partial r'} \right)_{(R';\zeta)} = a_{nk}(\zeta) \tag{13}$$

Protože operátor $\zeta(d/d\zeta)$ „nemíchá“ Fourierovské mody [$\zeta(d/d\zeta)\zeta^k = k\zeta^k$ pro všechna celá k], můžeme také zvlášť řešit všechny amplitudy ve Fourierově rozvoji a_{nk} a příslušném rozvoji t'_{nk} [viz rovnice (8) – (10) pro dipólní členy]. Výsledkem je, že lze jednoduše separovat radiální část $t'_{nk}(r';\zeta)$ a část závislou na čase. Radiální funkce potom musí splňovat systém homogenních sférických Besselových rovnic s komplexními koeficienty. Detaily řešení výše uvedených rovnic lze nalézt např. ve Vokrouhlický (1998a) a Vokrouhlický (1998b).

Po jistých výpočtech můžeme vyjádřit zonální dipólový koeficient $t'_{10}(r';\zeta)$ na povrchu tělesa jako

$$t'_{10}(R';\zeta) = -\sqrt{\frac{\pi}{6}}\, \sin\gamma\, \frac{E_{R'} \sin(\lambda + \delta_{R'})}{1+\chi} \; , \tag{14}$$

kde $\lambda = \omega_{rev}(t - t_0)$ je střední orbitální délka. Dále zavedeme amplitudu $E_{R'}$ a fázi $\delta_{R'}$ rovnicí

$$E_{R'} \exp\left(i\delta_{R'}\right) = \frac{A(x) + iB(x)}{C(x) + iD(x)} \; , \tag{15}$$

s $x = \sqrt{2} R'$ a pomocnými funkcemi $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$ určenými vztahy

$$A(x) = -(x+2) - e^x \left[(x-2)\cos x - x \sin x \right] \; , \tag{16}$$

$$B(x) = -x - e^x \left[x\cos x + (x-2)\sin x \right] \; , \tag{17}$$

$$C(x) = A(x) + \frac{\chi}{1+\chi} \; \left\{ 3\,(x+2) + e^x \left[3\,(x-2)\cos x + x\,(x-3)\sin x \right] \right\} \; , \tag{18}$$

$$D(x) = B(x) + \frac{\chi}{1+\chi} \; \left\{ x\,(x+3) - e^x \left[x\,(x-3)\cos x - 3\,(x-2)\sin x \right] \right\} \; . \tag{19}$$

Parametr χ je definován jako $\chi = \Theta/(\sqrt{2}R')$.

Fourierovské vyjádření teserálních dipólních koeficientů $t'_{1\pm1}(r';\zeta)$ má poněkud komplikovanější tvar

$$t'_{1\pm1}(r';\zeta) = \tau_1^{\pm}(r')\, \zeta^{\pm(m+1)} + \tau_{-1}^{\pm}(r')\, \zeta^{\pm(m-1)} \; . \tag{20}$$

Radiální funkce τ opět splňují systém sférických Besselových rovnic. Jejich vyjádření je možno nalézt např. ve Vokrouhlický (1999a,b).

Výpočet tepelné síly. Nyní již máme určeny základní vlastnosti rozdělení teploty na povrchu tělesa a můžeme přistoupit k výpočtu tepelné (Yarkovského) síly. Máme-li orientovaný element plochy d$\boldsymbol{S}$ s teplotou T, reakční síla na jednotku hmoty d$\boldsymbol{f}$ je rovna d$\boldsymbol{f} = -(2/3)\,(\epsilon\sigma T^4/mc)\,d\boldsymbol{S}$. Rovnice je důsledkem platnosti Lambertova zákona pro směrové charakteristiky tepelného záření: (i) síla je opačně orientovaná než jednotkový vektor plochy d$\boldsymbol{f} \propto -$d$\boldsymbol{S}$ a (ii) faktor 2/3 má svůj původ v izotropii záření.

Integrováním přes celý povrch kulového tělesa, při zachování lineární aproximace $T_{\rm av}^4 + 4T_{\rm av}^3\Delta T + \ldots$, obdržíme

$$\boldsymbol{f}(\zeta) = -\frac{2\sqrt{2}}{3\pi}\alpha\,\Phi \int \mathrm{d}\Omega\, \Delta T'(R';\theta,\phi;\zeta)\,\boldsymbol{n}\,. \tag{21}$$

$\Phi = (\mathcal{E}_\star \pi R^2/mc)$ je obvyklý faktor ve výrazu pro radiační sílu: m je hmotnost tělesa, c rychlost světla a $\boldsymbol{n}$ jednotkový vektor kolmý k povrchu.

Protože vektor normály k ploše $\boldsymbol{n}$ v integrandu (21) může být vyjádřen jako kombinace sférických funkcí pouze řádu 1 a také proto, že jsou kulové funkce ortogonální, plynou pro složky Yarkovského síly následující vztahy

$$f_X(\zeta) + i f_Y(\zeta) = -\frac{8}{3\sqrt{3\pi}}\,\alpha\,\Phi\, t'_{1-1}(R';\zeta)\,, \tag{22}$$

$$f_Z(\zeta) = -\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2}{3\pi}}\,\alpha\,\Phi\, t'_{10}(R';\zeta)\,. \tag{23}$$

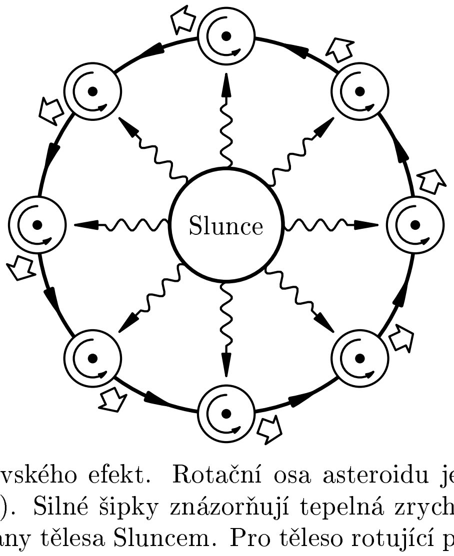
Samozřejmě se stále jedná o složky v soustavě souřadné pevně rotující s tělesem. Složka f_Z je projekcí Yarkovského síly na rotační osu, zatímco složky (f_X, f_Y) leží v rovině rovníku.

Složka síly f_Z – zavedená rovnicemi (23) a (14) – nezávisí na rotační periodě tělesa, vystupuje v ní pouze perioda oběhu okolo radiačního centra. Proto bývá nazývána *roční složka* Yarkovského síly (v anglické literatuře se setkáme s termínem seasonal). Grafické znázornění tepelné síly během jednoho oběhu okolo radiační centra je na obr. 7. Zajímavostí je, že tato složka tepelné síly byla zcela opomenuta v prvních pracech Öpika (1951) a Petersona (1976) „objevena“ byla až v osmdesátých letech při studiu pohybu satelitu LAGEOS, viz Rubincam (1987). Jak uvidíme dále, roční Yarkovského efekt má přitom nejspíše důležité implikace pro transport kamenných meteoroidů.

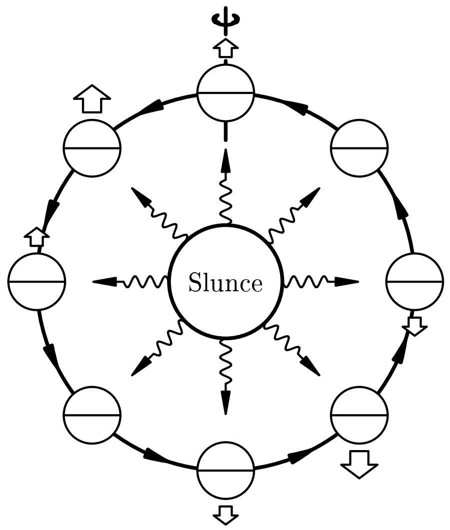
V původních pracech Öpika (1951) a Radzievskiého (1952) studují pouze efekty složek f_X a f_Y tepelné síly. S použitím explicitních výrazů pro radiální funkce τ v (20) vypočteme

$$f_X + i f_Y = -\frac{4}{9}\,\frac{\alpha\Phi}{1+\chi}\left\{\sin^2\frac{\gamma}{2}\,E_{R'_+}\exp(-i\delta_{R'_+})\,\zeta^{-1} + \cos^2\frac{\gamma}{2}\,E_{R'_-}\exp(-i\delta_{R'_-})\,\zeta\right\}\zeta^{-m}\,. \tag{24}$$

Zde jsme zavedli $R'_\pm = \sqrt{1\pm 1/m}\,R'_m$ ($R'_m = \sqrt{m}\,R'$), ostatní proměnné mají stejný význam jako výše. Protože složky síly v (24) závisí na rotační frekvenci (viz faktor m) nazýváme je *denní* (diurnal), grafické znázornění viz obr. 6.



Obr. 6 — Denní Yarkovského efekt. Rotační osa asteroidu je kolmá k jeho orbitální rovině (obliquita $\gamma = 0°$). Silné šipky znázorňují tepelná zrychlení, která vznikají díky nahřívání přivrácené strany tělesa Sluncem. Pro těleso rotující prográdně (jako na tomto obrázku) způsobuje podélná komponenta tepelné síly zvětšování dráhy, retrográdní rotace by zapříčiňovala zmenšování.



Obr. 7 — Roční Yarkovského efekt. Rotační osa tentokrát leží v rovině dráhy (obliquita $\gamma = 90°$). Nahřívání a ochlazování severní a jižní polokoule dává vzniknout tepelné síle, která působí podél rotační osy. Roční efekt vždy způsobuje zmenšování drah.

2.3 Sekulární změny velké poloosy

Tři komponenty Yarkovského síly (f_X, f_Y, f_Z) z předchozí kapitoly 2.2 jsou zadány v soustavě korotující s tělesem. Abychom mohli posoudit vliv tepelné síly na orbitální elementy, musíme ji transformovat do soustavy souřadné pevně orientované vzhledem ke dráze tělesa. Zvláště nás bude zajímat vyjádření transverzální složky síly $\mathcal{T}$, neboť změna velké poloosy je dána Gaussovou rovnicí $(da/dt) = 2\mathcal{T}/\omega_{\rm rev} + \mathcal{O}(e)$ (viz např. Brouwer & Clemence, 1961). Dále v této podkapitole nebudeme uvažovat perturbace jiných orbitálních elementů, neboť ty jsou mnohem méně důležité (viz dále).

Nejprve předpokládejme jen působení složky Yarkovského síly podél osy. Středováním zmíněné Gaussovy rovnice přes jeden oběh dostaneme střední drift velké poloosy ve tvaru

$$\left(\frac{{\rm d}a}{{\rm d}t}\right)_{\rm s} = \frac{4\alpha}{9}\,\frac{\Phi}{\omega_{\rm rev}}\,\frac{E_{R'}\sin\delta_{R'}}{1+\chi}\,\sin^2\gamma\,. \tag{25}$$

Analogicky získáme střední změnu velké poloosy způsobenou denním Yarkovského efektem (složky síly f_X, f_Y) jako

$$\begin{aligned}\left(\frac{{\rm d}a}{{\rm d}t}\right)_{\rm d} &= -\frac{8\alpha}{9\omega_{\rm rev}}\,\frac{\Phi}{1+\chi}\left\{\cos^4\frac{\gamma}{2}\,E_{R'_-}\sin\delta_{R'_-} - \sin^4\frac{\gamma}{2}\,E_{R'_+}\sin\delta_{R'_+}\right\}\\ &\simeq -\frac{8\alpha}{9}\,\frac{\Phi}{\omega_{\rm rev}}\,\frac{E_{R'_m}\sin\delta_{R'_m}}{1+\chi}\,\cos\gamma\,.\end{aligned} \tag{26}$$

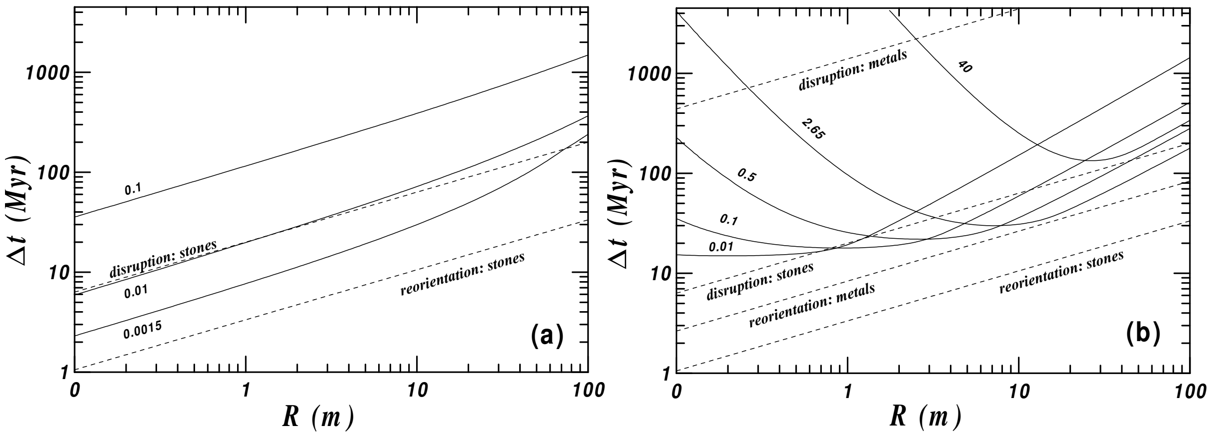
V typických astronomických aplikacích (např. zmiňovaný oběh asteroidu kolem Slunce) je $m \gg 1$, což vede k $R'_\pm \simeq R'_m$. Připomínáme, že $R'_m = \sqrt{m}\,R'$, zatímco $R' = R/l_{\rm s}$ a $l_{\rm s}$ je hloubka proniku roční tepelné vlny. Můžeme také zavést hloubku proniku pro denní efekt $l_d = l_{\rm s}/\sqrt{m}$, takže $R'_m = R/l_{\rm d}$.

Mezi rovnicemi (25) a (26) jsou dva velmi podstatné rozdíly: (i) přestože obě rovnice obsahují členy $(E\,\sin\delta)$, škálování poloměru R se liší ($l_{\rm s}$ vs. $l_{\rm d}$) a (ii) zcela jiná závislost na obliquitě γ. Roční efekt díky druhé mocnině $\sin\gamma$ v rovnici (25) vždy způsobuje zmenšování orbity: $({\rm d}a/{\rm d}t)_{\rm s} < 0$ (fáze δ'_R je totiž záporná). Na druhé straně drift $({\rm d}a/{\rm d}t)_{\rm d}$ zapříčiněný denním efektem může být kladný i záporný.

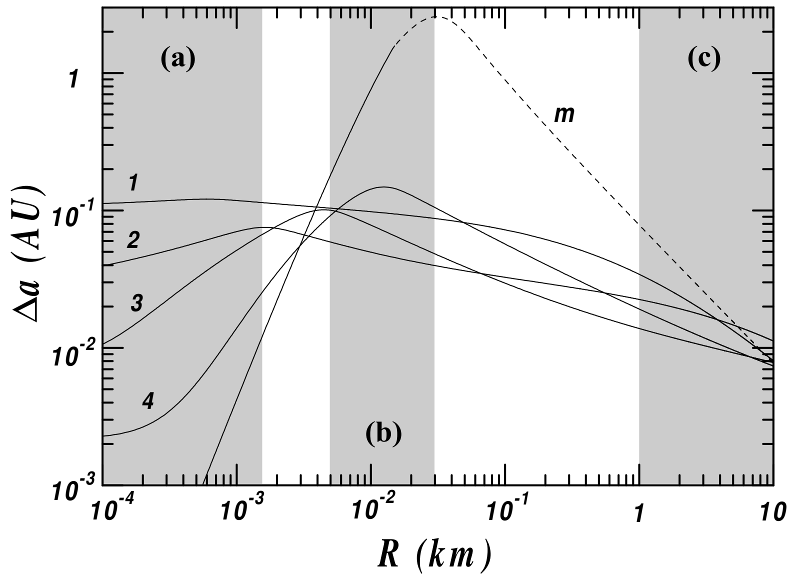
Příklady mobility velké poloosy. Výše uvedené vztahy nám umožňují vypočíst předpokládané změny velké poloosy Δa během daného času Δt.

Abychom demonstrovali možnosti změn velké poloosy asteroidálních fragmentů, vypočetli jsme následující závislosti:

- Δa jsme fixovali a hledali jsme čas Δt potřebný ke změně velké poloosy o danou hodnotu Δa, viz obr. 8.
- Δt jsme drželi konstantní a zjišťovali jsme odpovídající Δa. Za Δt jsme zvolili kolizní dobu života fragmentů, viz obr. 9.



Obr. 8 — Charakteristický čas Δt nutný k posunu velké poloosy o $\Delta a = 0.05\,\mathrm{AU}$ v závislosti na poloměru R v metrech. Denní efekt (levý obrázek) a roční efekt (pravý obrázek) jsou uvažovány zvlášť. Čísla podél křivek jsou hodnoty tepelné vodivosti (ve W/m/K) povrchové vrstvy. Křivky pro nízkou vodivost ($K < 0.01$) odpovídají třídě těles, která mají na povrchu tenkou vrstvu regolitu. Případy vyšší vodivosti ($K > 0.1$) odpovídají kamenným bazaltickým tělesům a hodnota $K = 40$ je pro metalická tělesa. Jednoduchým modelem Monte Carlo byl započten efekt náhodné reorientace rotační osy.



Obr. 9 — Tepelný drift Δa během kolizní doby života asteroidálního fragmentu τ_{coll} ($= \Delta t$) v závislosti na poloměru R. Doba τ_{coll} byla určena z rovnovážné teorie Dohnanyi (1969), $\tau_{\mathrm{coll}} \approx 16.8\sqrt{R}\,\mathrm{Myr}$. Započteny jsou denní i roční varianta Yarkovského efektu. Předpokládáme různé hodnoty vodivosti povrchové vrstvy: (i) $K = 0.002$ W/m/K – křivka 1, (ii) K = 0.02 W/m/K – křivka 2, (iii) $K = 0.2$ W/m/K - křivka 3, (iv) $K = 2$ W/m/K – křivka 4, and (v) $K = 40$ W/m/K – křivka m (metalické fragmenty). Šedé oblasti (a) – (c) jsou astronomicky relevantní třídy těles, které budeme diskutovat v kapitole 3. Za pozornost stojí skutečnost, že v oblastech (a) a (b) silně závisí výsledné drifty Δa na vodivosti K, ale v části označené (c), tj. pro velké fragmenty, není výsledek vzhledem k tomu parametru citlivý.

Reorientace rotační osy a životní doby. Pokud zvolíme dobu Δt delší než je typická doba změny orientace rotační osy asteroidu kvůli kolizím, musíme vzít v úvahu tento proces, který mění obliquitu γ, což je důležitý parametr určující účinnost denního a ročního Yarkovského efektu. V dalším jsme používali následující vztahu pro hodnoty střední doby reorientace τ_{reor} a střední doby života τ_{disr} (Farinella & Vokrouhlický, 1999):

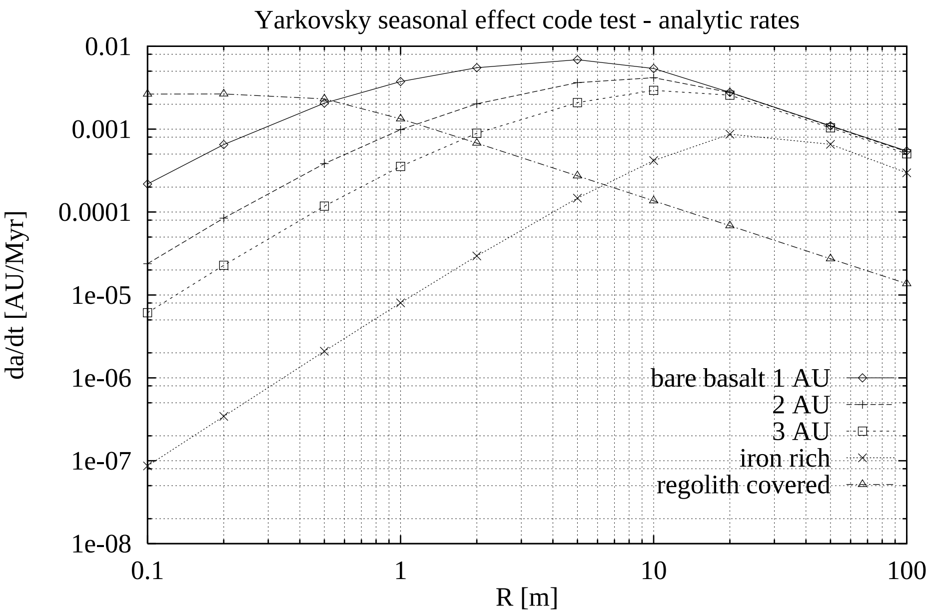
$$\tau_{\mathrm{reor}} = 15.01\sqrt{R}\,, \qquad (27)$$
$$\tau_{\mathrm{disr}} = 16.79\sqrt{R}\,.$$

2.4 Testování Yarkovského kódu

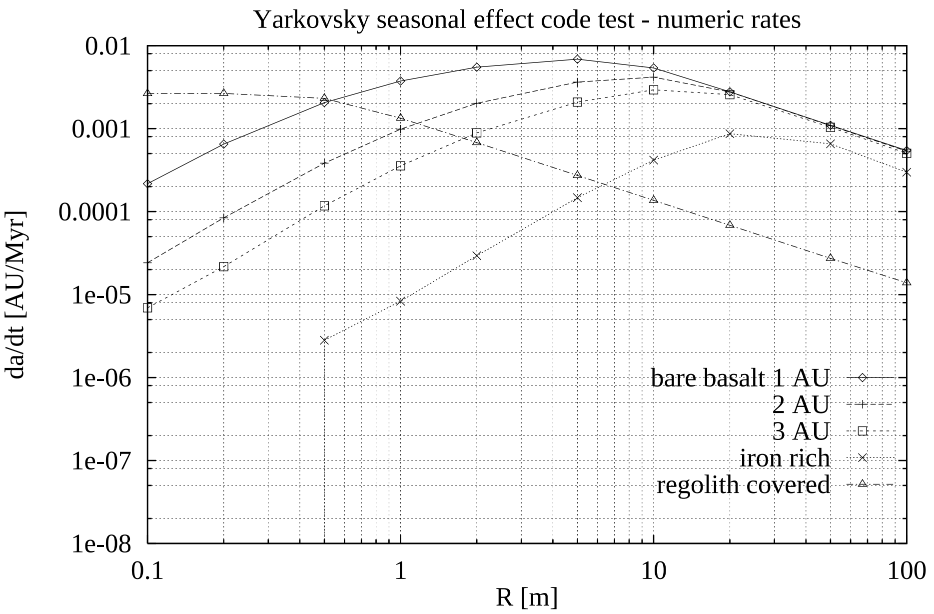
Náš program `swift_rmvsy`, který budeme používat pro numerické integrace, jsme podrobili několika testům, abychom ověřili správnost výpočtu tepelného zrychlení. Tato krátká kapitola se zabývá jejich popisem.

V článku Farinella *et al.* (1998) byly publikovány lineární drifty hlavní poloosy pro tři základní typy asteroidálních fragmentů (viz tab. 1). Naším cílem bylo reprodukovat tyto výsledky pro denní i roční variantu Yarkovského efektu. Grafy na obr. 10 a 11 porovnávají drifty da/dt vypočtené z analytických vztahů (Gaussových rovnic, viz (26) a (25)) a lineárních fitů závislosti $a(t)$ produkované numerickým integrátorem `swift_rmvsy`. Analyticky spočtené drifty jsou vyjádřeny jen do nultého řádu excentricity, bereme tedy kruhové dráhy i v numerické integraci. Shoda obou výsledků je velmi dobrá.

Podobný test jsme provedli i pro denní Yarkovského efekt, i když přímé srovnání neuvádíme. Odkazujeme na práci Farinella *et al.* (1998) a obr. 14 – 16 z následující kapitoly 2.5.

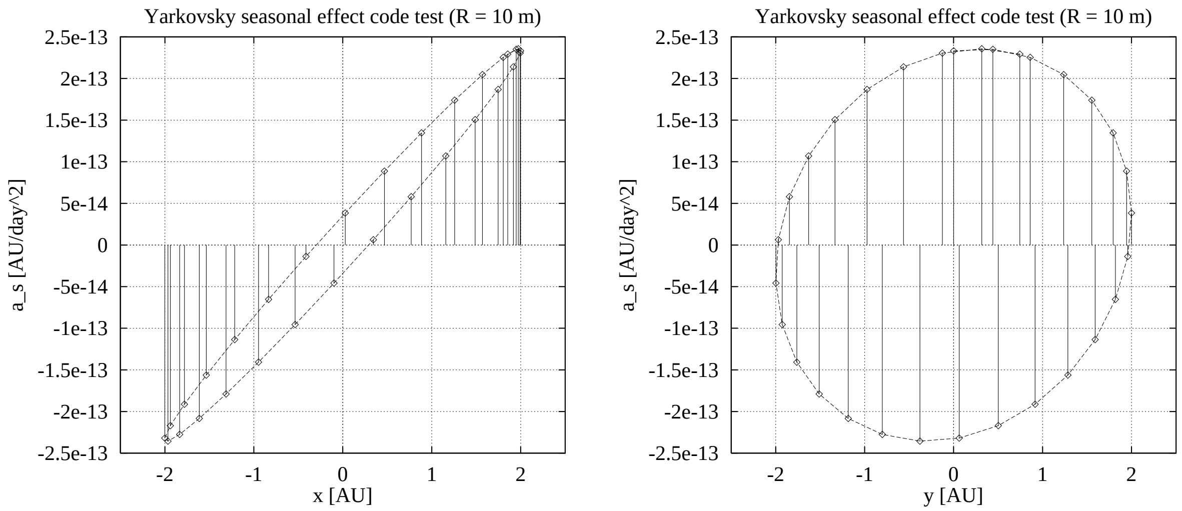


Obr. 10 — Analytické lineární drifty da/dt převzaté z Farinella *et al.* (1998). Počáteční velkou poloosu jsme vzali 2 AU pro metalické a regolitové fragmenty a 1 AU, 2 AU, 3 AU pro bazaltická tělesa. Hodnoty ostatních keplerovských elementů jsou nulové. Rotační osy všech fragmentů leží v orbitální rovině (tzn. maximální roční drift díky závislosti $\sin^2(\zeta)$).



Obr. 11 — Změny velké poloosy vypočtené z výstupu programu `swift_rmvsy`. Integrační čas 0.1 Myr nebyl dostatečně dlouhý, abychom mohli spočíst drifty malých metalických těles, což se projeví přerušením tečkované čáry v grafu blízko $R = 5\,\mathrm{m}$.

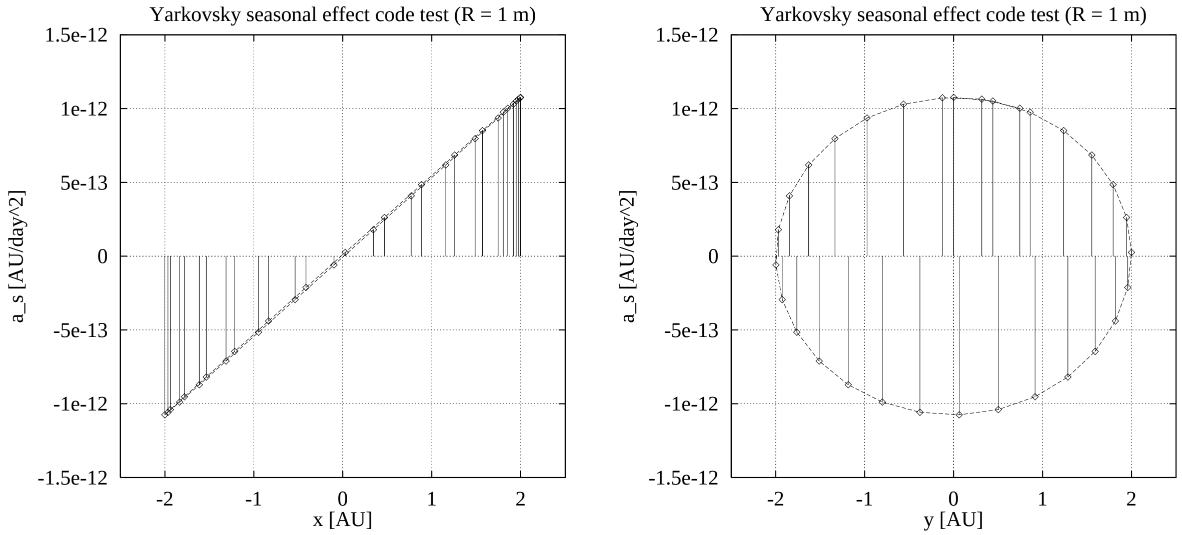
Následující obr. 12 – 13 byly inspirovány prací Bottke *et al.* (1999). Abychom lépe pochopili, jakým způsobem pracuje roční Yarkovského efekt, vykreslili jsme závislosti tepelného zrychlení na poloze tělesa v dráze (s určitým časovým krokem) pro různě veliká tělesa.



Obr. 12 — Závislost velikosti vektoru ročního tepelného zrychlení $\boldsymbol{a}_\mathrm{s}$ na poloze v dráze x a y pro jeden oběh bazaltického fragmentu $R = 10\,\mathrm{m}$ okolo Slunce. Velikosti a_s jsou vyznačeny plnými svislými čarami. Časový krok integrace jsme zvolili 36.525 dne, orientaci rotační osy (tj. směr, ve kterém působí roční síla) $(1, 0, 0)$. Hodnota fázového úhlu $\delta_{R'}$ (zavedení viz kapitolu 2.2 rovnice (15)) se odráží v poměru malé a velké poloosy čárkované elipsy. Menší fázový úhel vede k užší elipse na levém grafu.

Nejprve na obr. 12 vidíme případ tělesa s $R = 10\,\mathrm{m}$ – maximální tepelné zrychlení se objevuje až po průchodu polohou $x = 2$ AU, $y = 0$ AU, což je místo, kde rotační osa asteroidu směřuje ke Slunci. Proto má vektor tepelného zrychlení při maximální velikosti nenulovou transverzální složku, která zapříčiňuje sekulární drift ve velké poloose (Brouwer & Clemence, 1961).

Na obr. 13 jsou tytéž grafy pro těleso s $R = 1\,\mathrm{m}$. Velikost tepelných zrychlení je asi 5 krát vyšší, díky malému úhlu $\delta_{R'}$ (viz rovnice (15)) jsou však transverzální složky vektorů tepelného zrychlení menší než v předchozím případě, což vede k menším driftům da/dt (srovnej s obr. 11, bazaltická tělesa s iniciální velkou poloosou 2 AU).



Obr. 13 — Tytéž dva grafy jako na obr. 12 byly spočteny znovu pro fragment s poloměrem $R = 1\,\mathrm{m}$. Hodnoty tepelných zrychlení jsou přibližně 5 krát větší než předchozím případě, úhel $\delta_{R'}$ je však mnohem menší.

Závěrem shrňme, že se podařilo reprodukovat již publikované analytické výsledky da/dt pro denní i roční variantu Yarkovského efektu s chybou menší než 1 %. Náš model tepelných efektů a jeho implementace v numerickém integrátoru `swift_rmvsy` tedy pracuje správně a můžeme přistoupit ke studiu vlastností Yarkovského efektu a jeho vlivu na orbitální vývoj.

Srovnání da/dt bylo provedeno pro kruhové dráhy ($e = 0$). Integrátor `swift_rmvsy` má však implementovány i e-korekce pro výpočet roční Yarkovského síly podle (Vokrouhlický & Farinella, 1999b). V případě mírně excentrických drah dává náš model korektní hodnoty driftů, pro dráhy s velmi vysokou excentricitou však výsledky nemusí být správné .

2.5 Lineární změny orbitálních elementů

Tato kapitola přináší přehled změn orbitálních elementů, které způsobují Yarkovského tepelné síly. Výsledky mohou sloužit jako základní představa o efektivitě tepelných sil, také mohou být dobrým testem programu `swift_rmvsy`. Stručně jsou diskutovány některé astronomické aplikace.

V dalším předkládáme výsledky numerických integrací systému dvou těles se Sluncem a nehmotnými asteroidálními fragmenty, gravitační poruchy od planet nejsou brány v úvahu. Orbitální elementy se tedy budou měnit jen díky tepelné Yarkovského síle.

Časový vývoj orbitálních elementů byl lineárně fitován metodou nejmenších čtverců. Výsledné drifty da/dt, de/dt, di/dt nám přinesou první představu o tom, jaký význam mohou mít tepelné síly ve sluneční soustavě. Srovnání našich výsledků s odpovídajícími analytickými drifty publikovanými ve Farinella *et al.* (1998) bylo jednou z kontrol správnosti kódu programu `swift_rmvsy` (podobné srovnání pro roční variantu Yarkovského efektu jsme již uvedli v 2.4).

Technika přímé numerické integrace nám navíc dovoluje vyčíslit drifty pro fragmenty na nekruhových drahách, pro které by analytické vztahy byly podstatně složitější. Musíme však přitom mít na paměti limity linearizované teorie zmiňované v kapitole 2.2.

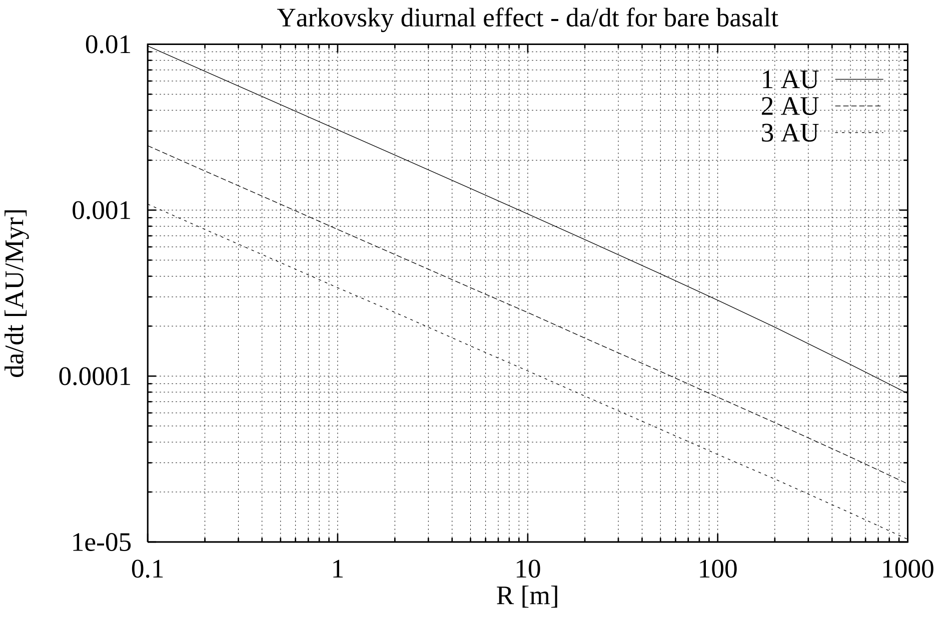
Tepelné vlastnosti různých materiálů byly zvoleny podle tab. 1. Další relevantní fyzikální vlastnosti společné pro všechny tři typy materiálů jsou povrchové albedo $A = 0$, infračervená emisivita $\epsilon = 1$. Poloměry fragmentů se pohybují v intervalu od 0.1 m do 1 km. V tab. 2 a tab. 3 jsou uvedeny spočtené hodnoty lineárních driftů pro vybrané hodnoty parametrů.

V každém běhu jsme integrovali soubor částic po dobu 100 kyr s časovým krokem 36.525 dne. Oskulační elementy byly ukládány do binárního souboru ve formátu real*4 (integrace samotná běží v double precision). Krátký integrační čas a malá přesnost real*4 čísel omezuje drifty, které lze touto metodou detekovat. Nejmenší pozorovatelné změny velké poloosy jsou přibližně $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t \sim 10^{-6}$ AU/Myr.

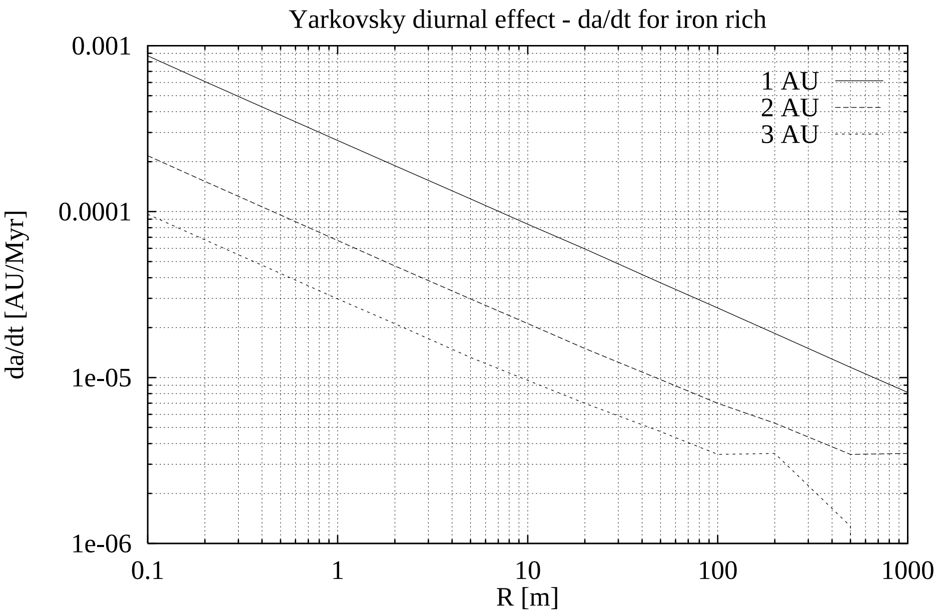
Denní efekt – kruhové dráhy, obliquita $\gamma = 0°$.. Obr. 14 – 16 ukazují změny velké poloosy pro tři základní typy materiálů a tři počáteční velké poloosy: 1 AU, 2 AU and 3 AU. Všechny ostatní keplerovské elementy mají nulové hodnoty. Pro rotační frekvenci předpokládáme závislost na poloměru fragmentu ve tvaru $\omega \propto R^{-1}$ (viz Farinella *et al.*, 1998). Připomínáme, že pro fragmenty s poloměrem větším než 100 m již tato jednoduchá závislost neplatí a může vést k nerealisticky dlouhým rotačním periodám.

R [m]	bazaltická	metalická	pokrytá regolitem
0.1	0.00244381	0.00021707	0.14708825
0.2	0.00172196	0.00015212	0.10219639
0.5	0.00108526	0.00009542	0.06228121
1.0	0.00076578	0.00006703	0.04219339
2.0	0.00054041	0.00004704	0.02807470
5.0	0.00034098	0.00002979	0.01575535
10.0	0.00024178	0.00002113	0.00976899
20.0	0.00016936	0.00001496	0.00578020
50.0	0.00010656	0.00000972	0.00264023
100.0	0.00007461	0.00000699	0.00134983
200.0	0.00005243	0.00000531	0.00064373
500.0	0.00003249	0.00000344	0.00021895
1000.0	0.00002242	0.00000349	0.00009092

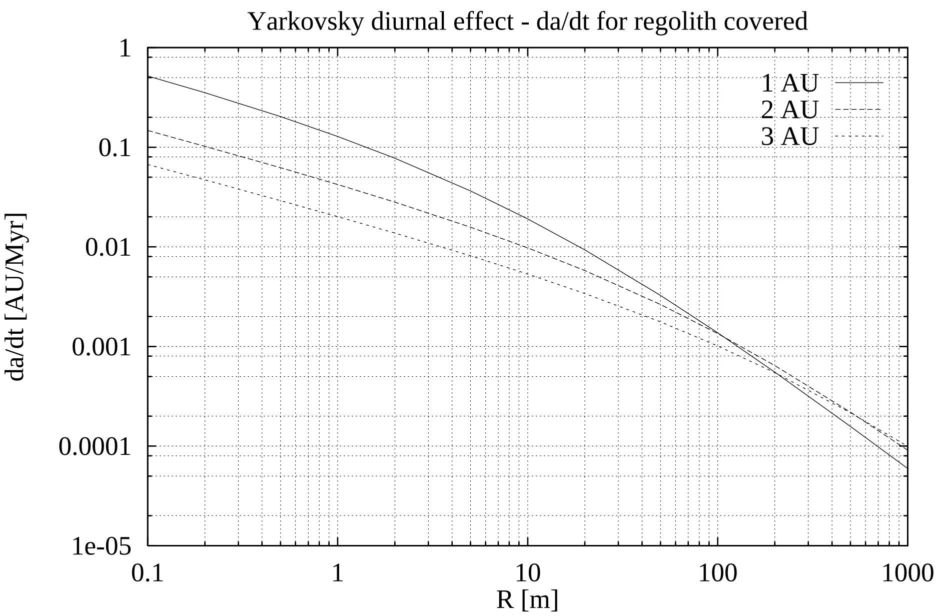
Tab. 2 — Hodnoty maximálních denních změn velké poloosy v AU/Myr pro kruhovou dráhu s počáteční velkou poloosou $a = 2$ AU.



Obr. 14 — Závislost změn velké poloosy na poloměru pro bazaltická tělesa.

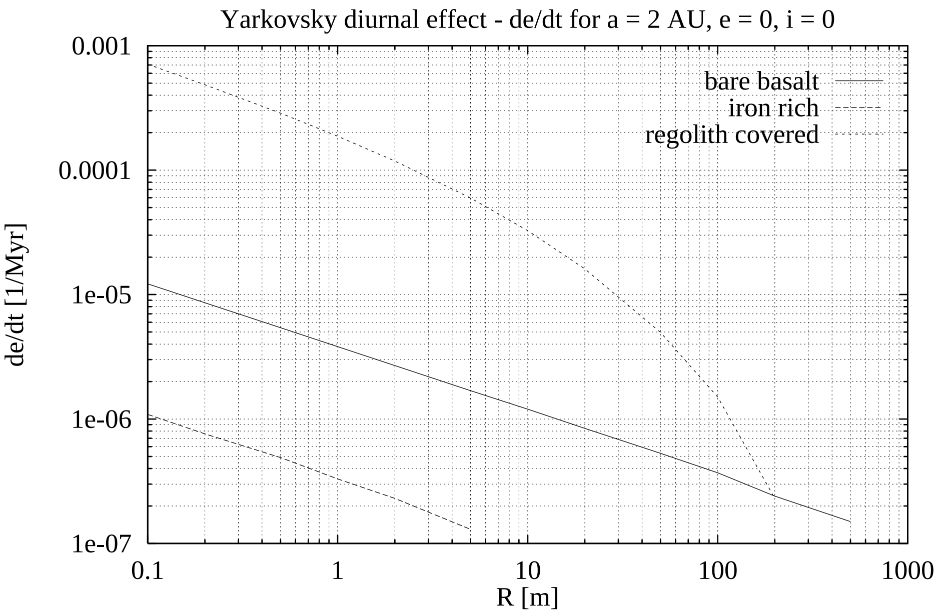


Obr. 15 — Závislost změn velké poloosy na poloměru pro metalická tělesa.



Obr. 16 — Závislost změn velké poloosy na poloměru pro tělesa pokrytá regolitem.

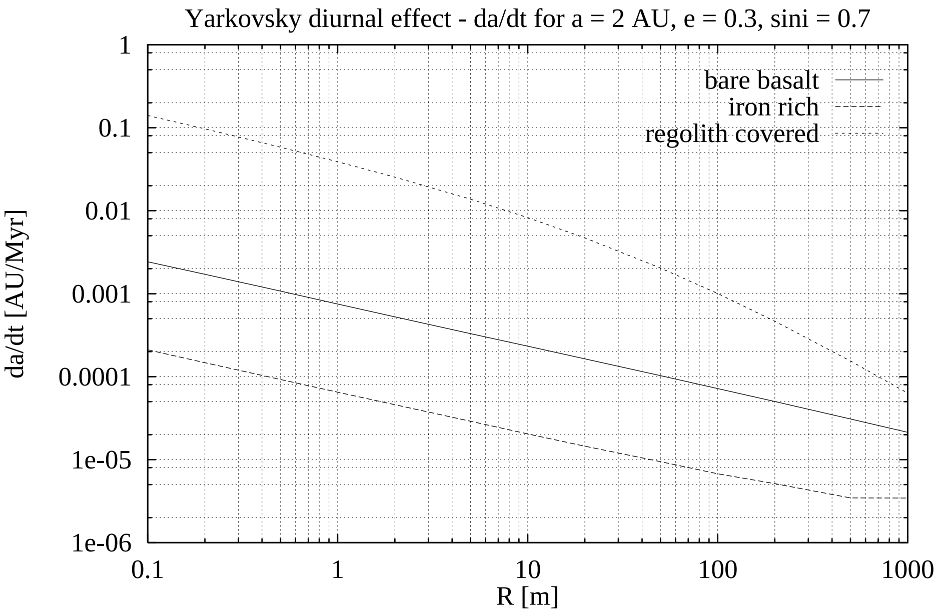
Maximální drifty ve velké poloose dosahují hodnot $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t \doteq 0.1$ AU/Myr pro malá tělesa ($R < 1\,\mathrm{m}$) v hlavním pásu (mezi 2 a 3 AU); pro detailní diskuzi viz kapitolu 9. Všeobecně platí, že denní varianta Yarkovského efektu je nejefektivnější pro tělesa s nízkou tepelnou vodivostí (tj. pokrytá regolitem).



Obr. 17 — Na grafu $\mathrm{d}e/\mathrm{d}t(R)$ je vidět velmi malý nárůst excentricity pro regolitem pokrytá tělesa. Bazaltická a metalická mají změny excentricity ještě menší.

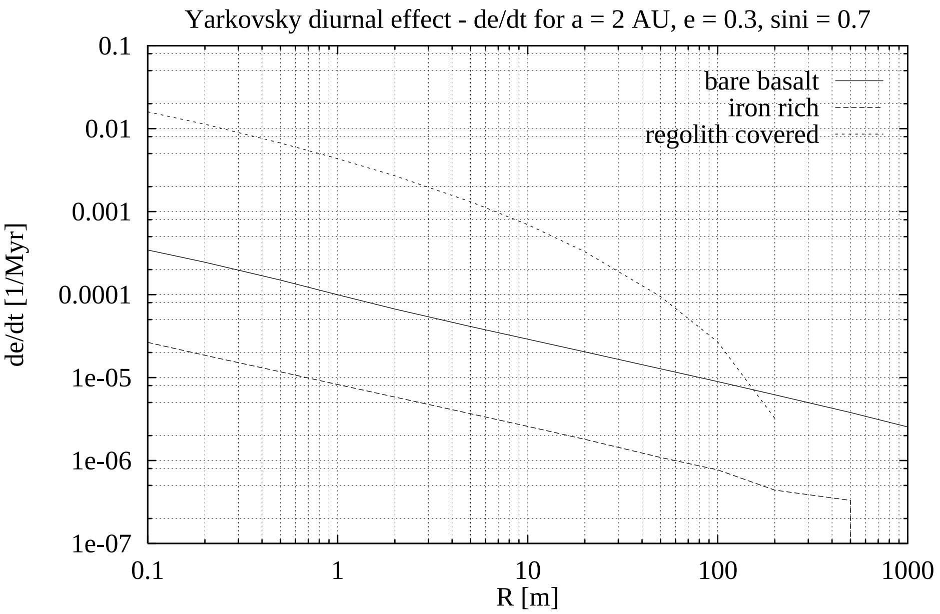
Změny *excentricity* jsou nejspíše příliš malé, aby měly nějaké zajímavé astronomické souvislosti. Podobně *sklony* nevykazují žádné změny na časové škále 0.1 Myr. Viz další odstavec, kde je uvažována excentrická dráha a jiná orientace osy, pro které dosahují $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ nezanedbatelných hodnot.

Denní efekt – excentrické dráhy, obliquita $\gamma = 45°$. Předchozí výpočty jsme zopakovali pro excentrické dráhy a obliquitu $\gamma = 45°$. Uvažovali jsme 39 testovacích částic s $a = 2\,\mathrm{AU}$, $e = 0.3$.



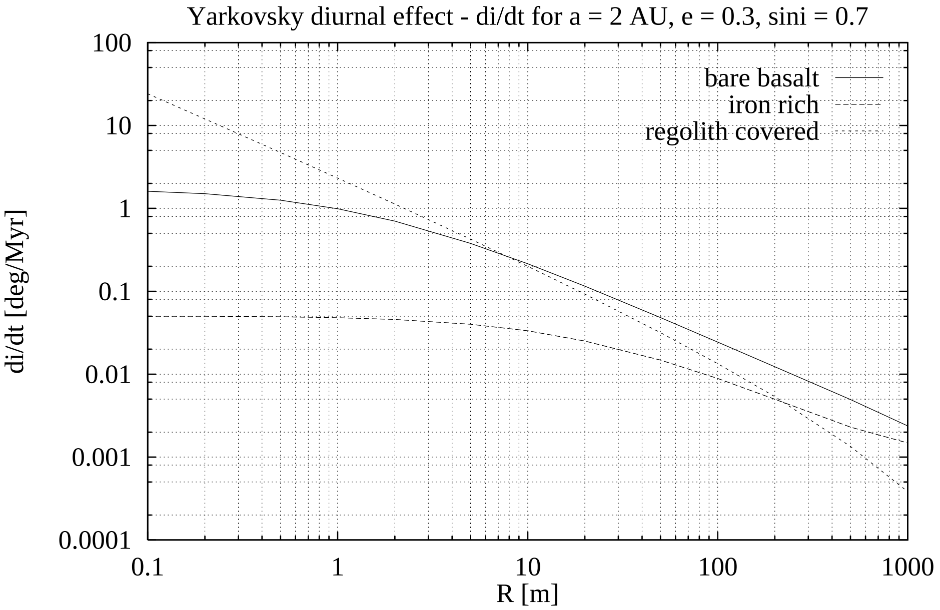
Obr. 18 — Závislost změn velké poloosy $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ na poloměru fragmentu R pro denní Yarkovského efekt.

Drifty velké poloosy se proti předchozímu paragrafu příliš nezměnily. Vliv zvýšení excentricity dráhy je totiž vyvážen změnou obliquity rotační osy.



Obr. 19 — Závislost změn excentricity de/dt na poloměru fragmentu R pro denní Yarkovského efekt.

Změny excentricity jsou více než desetkrát větší oproti kruhovým drahám. Pro bazaltická tělesa o průměru větším než 100 m se excentricita mění rychleji.



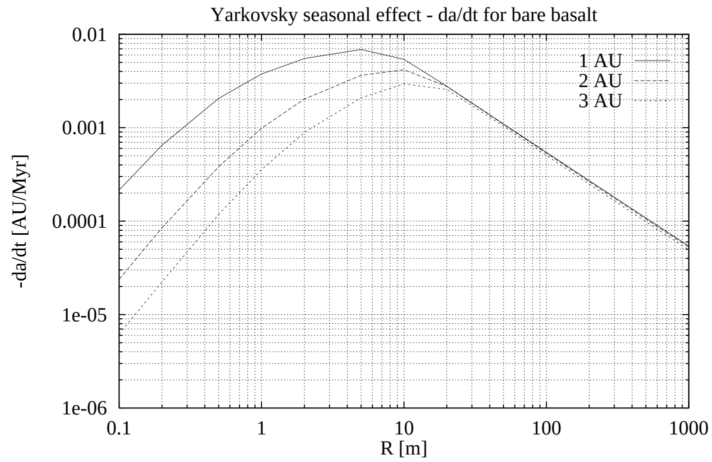
Obr. 20 — Závislost změn sklonu di/dt na poloměru fragmentu R pro denní Yarkovského efekt.

Drifty ve sklonu di/dt se velmi podstatně zvýšily. Hodnoty jsou natolik vysoké, že by změny sklonu Yarkovského silou mohly být efektivním prostředkem, jak by fragmenty dosáhly ν_6 rezonance, která je na sklonu silně závislá. Drifty di/dt však budou podstatně sníženy precesí uzlů drah způsobeného planetárními perturbacemi a také precesí rotační osy samotné (příklad viz obr. 33).

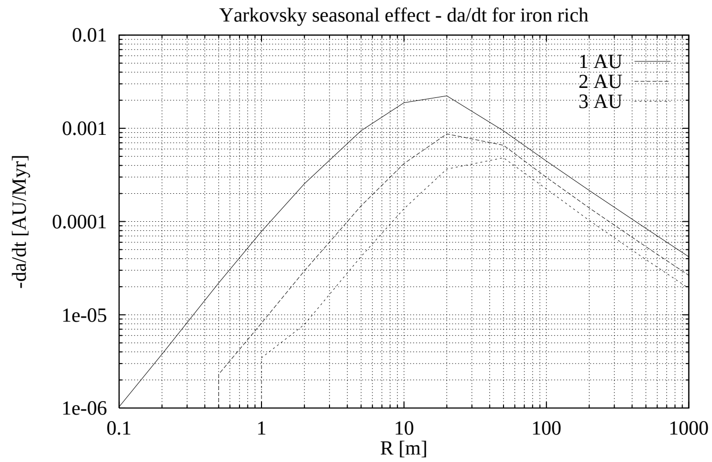
Roční efekt – kruhové dráhy, obliquita $\gamma = 90°$. Výše prezentované výpočty jsme zopakovali pro roční Yarkovského efekt. V tomto případě klademe obliquitu $\gamma = 90°$. Hodnoty da/dt jsou vypsány v tab. 3, porovnání těchto driftů v jednom grafu bylo již dříve uvedeno v obr. 11.

R [m]	bazaltická	metalická	regolitem pokrytá
0.1	-0.00002380	-0.00000000	-0.00250228
0.2	-0.00008478	-0.00000000	-0.00259197
0.5	-0.00038357	-0.00000230	-0.00229080
1.0	-0.00098730	-0.00000814	-0.00132211
2.0	-0.00202448	-0.00002961	-0.00067420
5.0	-0.00363967	-0.00014731	-0.00027157
10.0	-0.00417512	-0.00041854	-0.00013610
20.0	-0.00276790	-0.00087084	-0.00006807
50.0	-0.00108725	-0.00065712	-0.00002725
100.0	-0.00053489	-0.00029802	-0.00001356
200.0	-0.00026473	-0.00013998	-0.00000690
500.0	-0.00010512	-0.00005382	-0.00000283
1000.0	-0.00005257	-0.00002648	-0.00000175

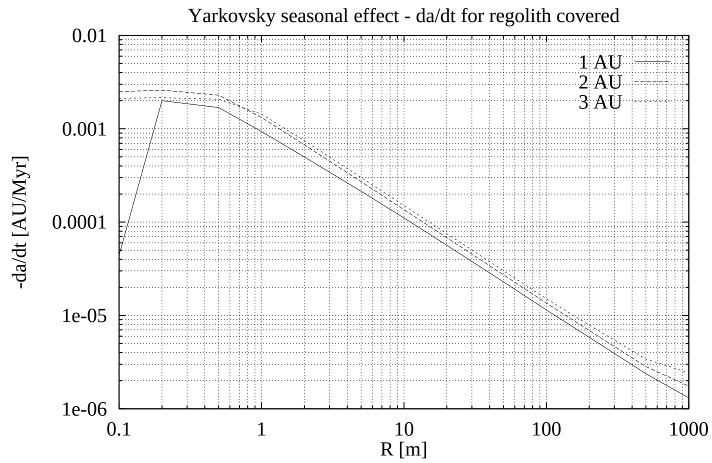
Tab. 3 — Hodnoty maximálních změn velké poloosy v AU/Myr pro roční Yarkovského efekt. Počáteční dráha fragmentu byla kruhová, s nulovým sklonem a velkou poloosou $a = 2\,\mathrm{AU}$.



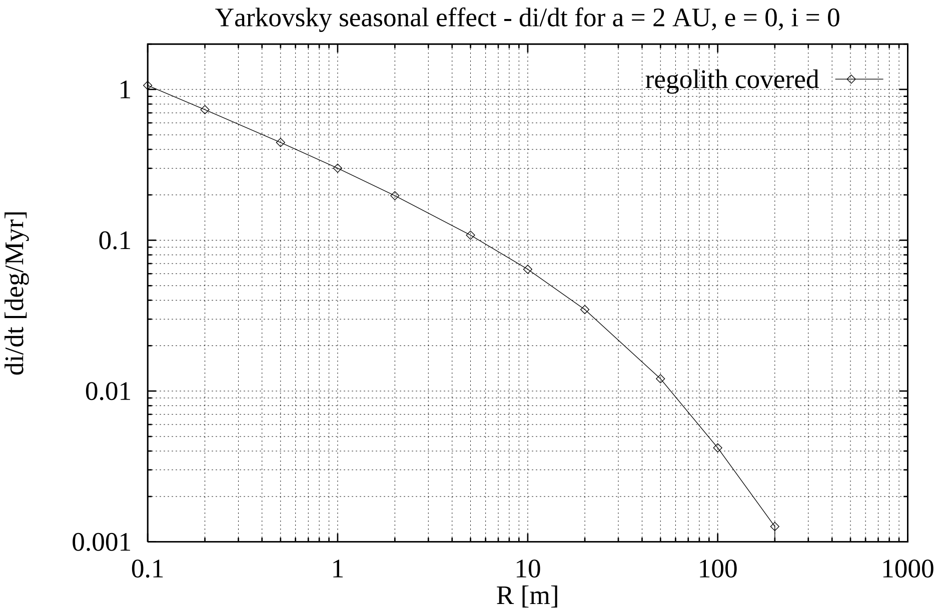
Obr. 21 — Závislost změn velké poloosy da/dt na poloměru fragmentu R pro roční Yarkovského efekt a bazaltická tělesa. Drift da/dt má vždy záporné znaménko, neboť roční efekt způsobuje zmenšování velké poloosy.



Obr. 22 — Závislost změn velké poloosy da/dt na poloměru fragmentu R pro roční Yarkovského efekt a metalická tělesa.



Obr. 23 — Závislost změn velké poloosy da/dt na poloměru fragmentu R pro roční Yarkovského efekt a regolitem pokrytá tělesa.



Obr. 24 — Závislost změn sklonu di/dt na poloměru fragmentu R pro regolitem pokryté těleso.

Tvar závislostí na obr. 23 neodpovídá přesně reálným tělesům, neboť pod tenkou povrchovou vrstvou regolitu se nachází vrstva dobře vodivého materiálu. Tato dvouvrstevná struktura se promítne do celkových tepelných vlastností fragmentu a způsobí zmenšení driftů pro fragmenty menší než 10 m a naopak zvýšení pro větší fragmenty s poloměry nad 50 m. Zlepšený model dvouvrstvých těles byl publikován v práci Vokrouhlický a Brož (1999).

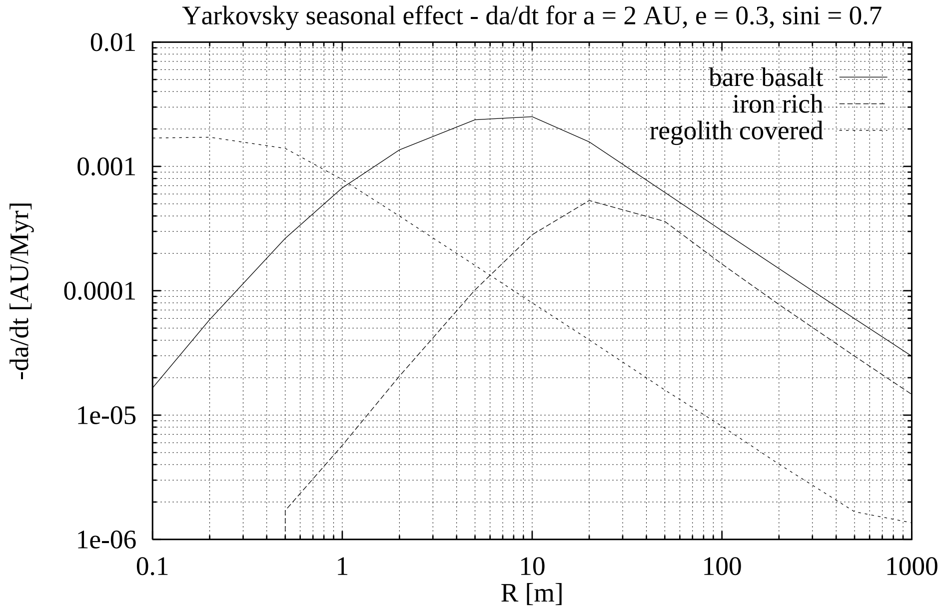
Shrneme-li obr. 21 až 23 můžeme říci, že podstatné drifty ve velké poloose pozorujeme pro následující třídy těles:

- regolitem pokryté fragmenty s poloměrem od 0.1 m do 1 m ($-2 \cdot 10^{-3}$ AU/Myr),
- bazaltická tělesa s poloměrem 1 m až 20 m ($-4 \cdot 10^{-3}$ AU/Myr),
- větší metalická tělesa v rozsahu velikostí 10 m až 100 m ($-8 \cdot 10^{-4}$ AU/Myr).

Přestože mají metalické fragmenty drifty asi 5 krát menší než bazaltické, jejich charakteristická doba rozpadu je téměř stokrát delší než pro kamenná tělesa.

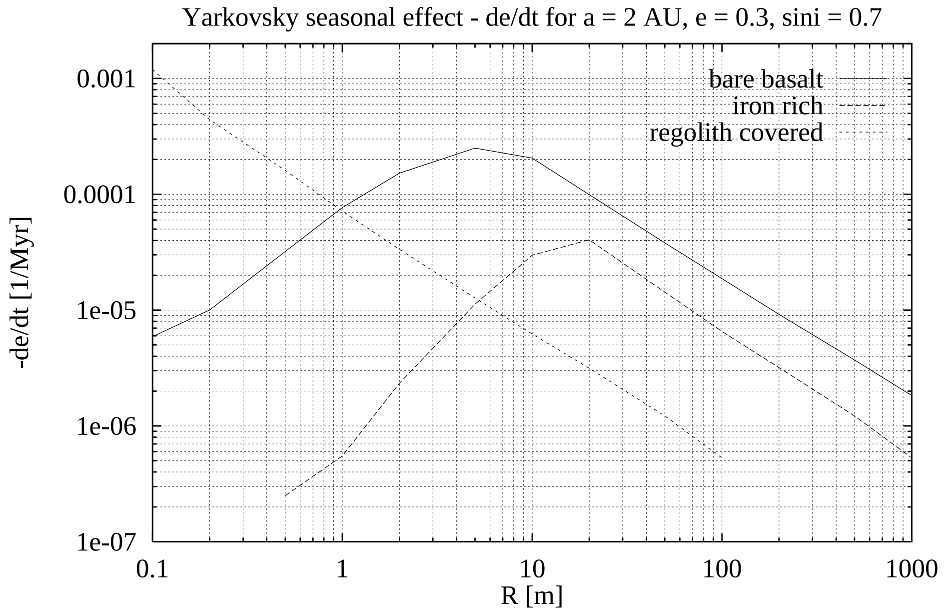
Zatímco změny excentricity jsou mnohem menší než pro denní efekt, sklony se mění znatelně, zvláště pro malé regolitem pokryté fragmenty. Jak jsme již zmínili dříve, drifty ve sklonu budou podstatně zmenšeny díky precesím (viz obr. 33).

Roční efekt – excentrické dráhy, obliquita $\gamma = 45°$. Stejným způsobem jsme zopakovali integrace pro dráhy s nenulovou excentricitou a obliquitou $\gamma = 45°$. Počáteční podmínky pro všechny testovací částice byly $a = 2\,\mathrm{AU}$, $e = 0.3$.



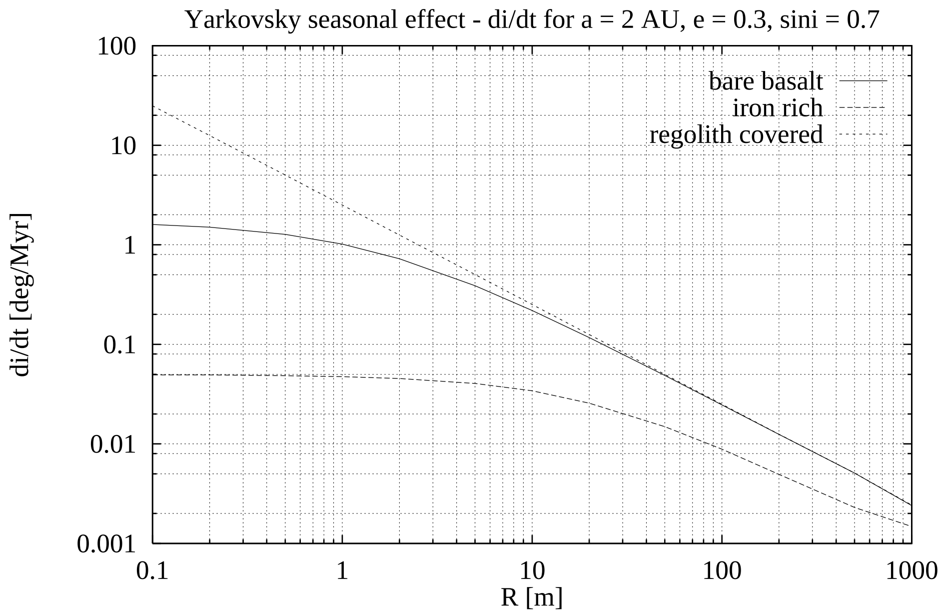
Obr. 25 — Závislost změny velké poloosy da/dt na poloměru fragmentu R pro roční Yarkovského efekt a tři základní typy materiálů

Drifty da/dt jsou asi dvakrát menší, když je porovnáme s drifty pro kruhovou dráhu. Důvodem je závislost na obliquitě fragmentů ($\sin^2 45° = 0.5$). Vyšší hodnota excentricity nezpůsobila podstatný nárůst driftu ve velké poloose.



Obr. 26 — Závislost změny excentricity de/dt na poloměru fragmentu R pro roční Yarkovského efekt.

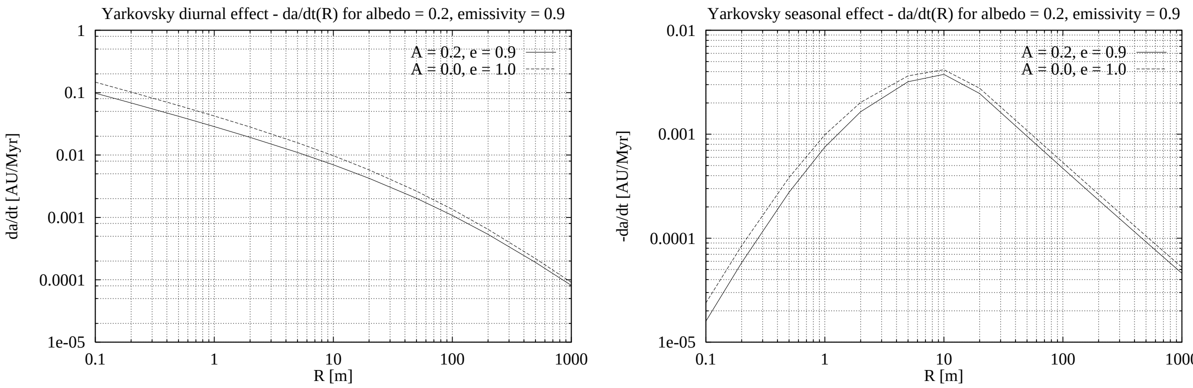
Absolutní hodnoty změn excentricity de/dt jsou skutečně zanedbatelné a nemají zřejmě žádnou zajímavou astronomickou aplikaci. Snad jedinou věcí, která stojí za pozornost je, že roční efekt způsobuje pomalý pokles excentricity, zatímco denní varianta přispívá k růstu excentricity.



Obr. 27 — Závislost změny sklonu di/dt na poloměru fragmentu R pro roční Yarkovského efekt.

Drifty sklonu jsou maximální pro fragmenty regolitem pokryté a také pro bazaltické s poloměry menšími než asi 2 m. Podrobnější diskuze o změnách sklonu viz obr. 33.

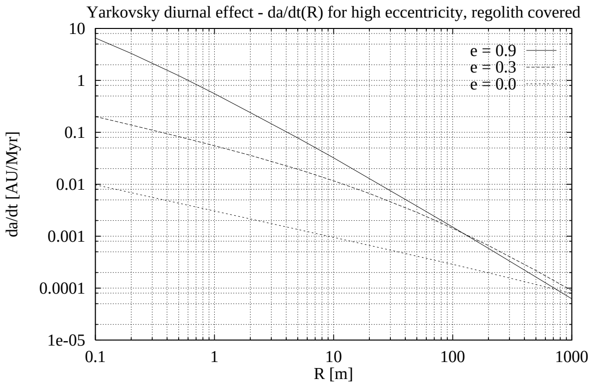
Speciální případy. V tomto paragrafu uvádíme zajímavé grafy, srovnání a vlastnosti Yarkovského efektů, které ještě nebyly diskutovány v předchozích odstavcích. Nejprve na obr. 28 porovnáváme drifty da/dt pro albedo $A = 0.2$ a emisivitu $\epsilon = 0.9$.

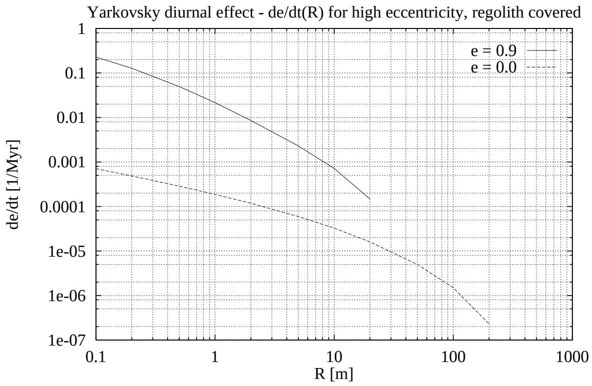


Obr. 28 — Porovnání driftu da/dt pro albedo = 0.2, infračervenou emisivitu 0.9 se základním případem, kdy uvažujeme albedo = 0.0 a emisivitu = 1.0. Ukazuje se, že nové drifty jsou asi o 50 % nižší.

Při excentricitě dráhy $e = 0,9$ překračujeme limity linearizovaného modelu tepelného efektu. Příklad lineárních driftů na obr. 29 slouží jen jako demonstrace skutečnosti, že pro $e \gg 0$ dochází k řádovým nárůstům driftů da/dt, de/dt.

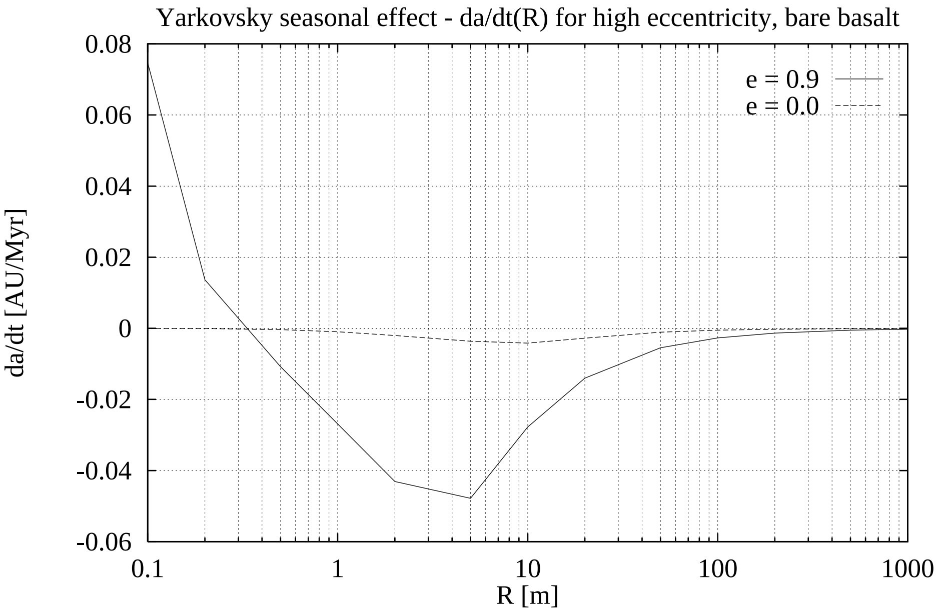
S tím je spojená možná zajímavá skutečnost — Yarkovského efekt může hrát nezanedbatelnou roli i ve chvíli, kdy jsou fragmenty již v rezonanci. Doposud jsme vždy kladli důraz na tepelné síly jako prostředek umožňující dopravu fragmentů k rezonancím. Velký drift da/dt by mohl způsobit „záchranu“ fragmentu před dalším nárůstem excentricity a následným rozptylem na Jupiteru či srážkou se Sluncem, což jsou nejčastější konce asteroidálních fragmentů, jak víme např. z Gladman *et al.* (1997). Proti této astronomické souvislosti však stojí pozorované rezonanční záchyty, které tlumí tepelné síly, podrobnější diskuzi viz kapitolu 4.3.





Obr. 29 — Vysoká excentricita (v této simulaci $e = 0.9$) může způsobit velmi výrazný nárůst driftu $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ a také $\mathrm{d}e/\mathrm{d}t$. Tyto dva grafy jsou spočteny pro denní variantu Yarkovského efektu působícího na regolitem pokrytá tělesa.

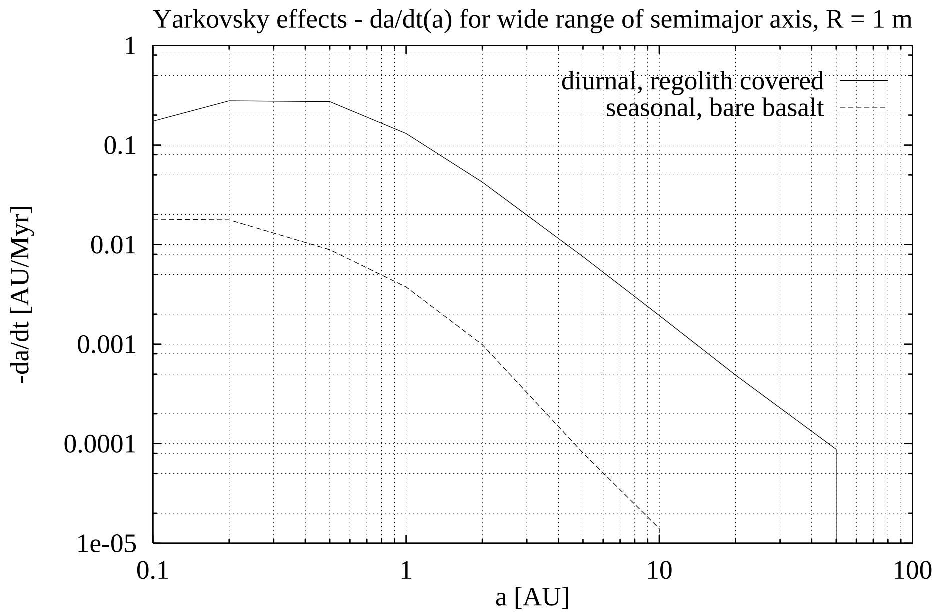
Při výpočtu roční Yarkovského síly se používají rozvoje v excentricitách (viz Vokrouhlický & Farinella, 1999b), jejichž konvergence není pro vysoké hodnoty excentricity zaručena. To může být důvodem pozorovaného nárůstu velké poloosy na obr. 30 i když v lineárním přiblížení má roční efekt velkou poloosu vždy zmenšovat.



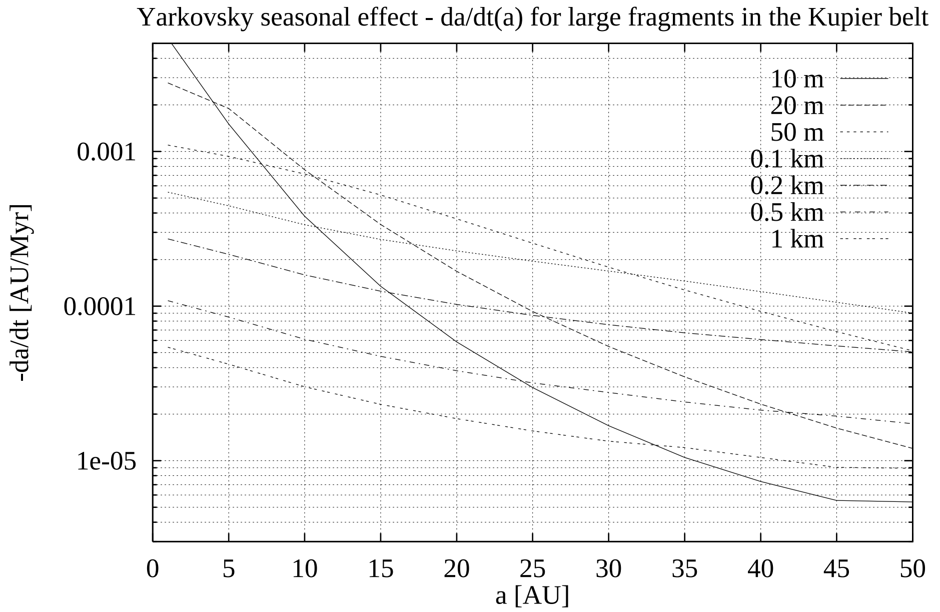
Obr. 30 — Pro fragmenty s excentricitou dráhy 0.9 a poloměrem menším než 0.3 m byl pozorován nárůst velké poloosy, i když působil pouze roční efekt (denní efekt byl potlačen orientací rotační osy). Škálování osy y je tentokrát lineární, nikoli logaritmické jako v předchozích případech.

Roční tepelná síla klesá s rostoucí velkou poloosou pro větší tělesa pomaleji než pro tělesa s menším poloměrem (viz obr. 32). Výsledkem je, že ve vzdálenostech několika desítek AU začíná roční efekt dominovat pro tělesa s poloměry okolo 100 m, drifty $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ se pohybují v řádu 10^{-4} AU/Myr.

Poměrně vysoké hodnoty driftů pro tělesa s poloměry 100 m až 1 km naznačují možné aplikace při studiu dlouhodobého vývoje těles *Kuiperova pásu* (i když zde by bylo potřeba zopakovat tento výpočet pro tělesa s tepelnými parametry odpovídající kondenzátu vody a prachu spíše než pro bazaltická tělesa). Podrobné studie na toto téma zatím neexistují.

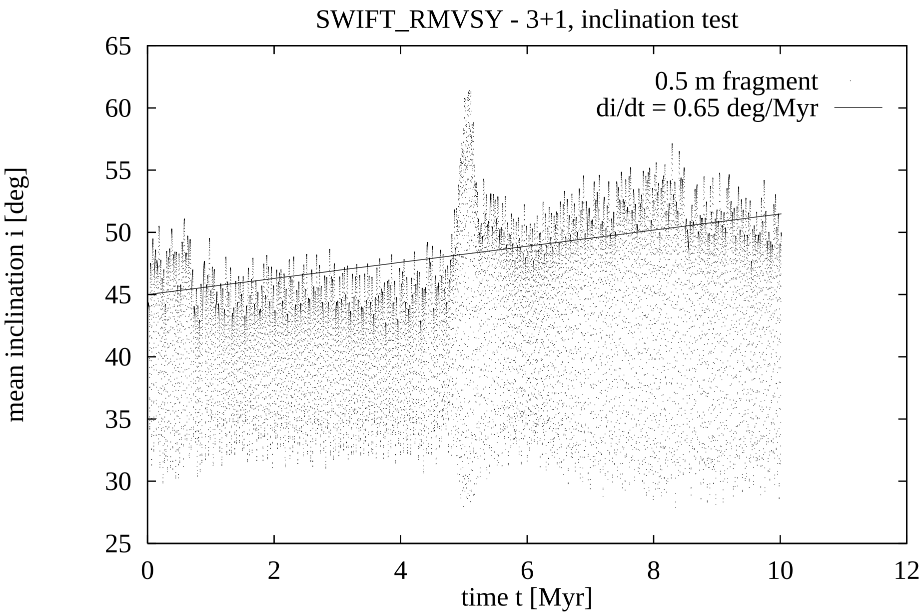


Obr. 31 — Denní drift ve velké poloose pro *velký rozsah heliocentrických vzdáleností* pro malý fragment s poloměrem $R = 1\,\mathrm{m}$. Zajímavou skutečností je, že změny velké poloosy nejsou maximální pro nejmenší počáteční velké poloosy. Při vzdálenostech od Slunce 0.1 AU se však velká poloosa mění nelineárně na časové škále 0.1 Myr

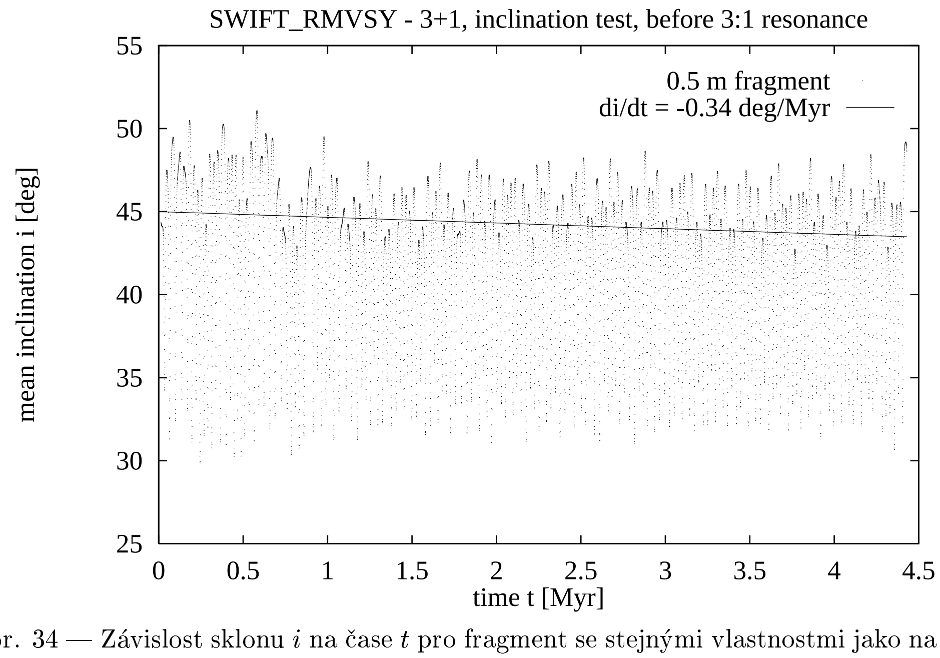


Obr. 32 — Roční drift ve velké poloose pro větší heliocentrické vzdálenosti a velikosti fragmentů od 10 m do 1 km. Tělesa mají bazaltické tepelné vlastnosti.

Změny sklonu. Již vícekrát jsme v této kapitole zmínili, že změny sklonu budou utlumeny díky planetárním perturbacím, které způsobují precesi uzlu dráhy. Vlastní precese rotační osy není uvažována. Obr. 33 a 34 dobře demonstrují tuto skutečnost — i když předpokládaný drift $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ je několik °/Myr, skutečné drifty jsou mnohem menší, navíc se liší před průchodem 3:1 rezonancí s Jupiterem a po něm.



Obr. 33 — Závislost sklonu i na čase t pro regolitový fragment $R = 0.5\,\mathrm{m}$, počáteční $a = 2.4\,\mathrm{AU}$, $e = 0$, $i = 45°$, $\gamma = 45°$ pohybující se v soustavě Slunce-Jupiter-Saturn. Uvažujeme působení pouze denního tepelného efektu. Výrazné změny sklonu okolo 5 Myr jsou projevem rezonance 3:1 s Jupiterem. Tmavá linie je průměrný drift ve sklonu spočtený metodou nejmenších čtverců.



Obr. 34 — Závislost sklonu i na čase t pro fragment se stejnými vlastnostmi jako na obr. 33, drift sklonu je tentokrát spočten jen z dat před průchodem 3:1 rezonancí (tj. časový úsek $0 - 45$ Myr).

(1566) Icarus. Praktickým testem Yarkovského efektu mohou být změny drah planetek, které mají malou velkou poloosu, vysokou excentricitu dráhy nebo malý poloměr. Předpokládané negravitační změny orbitálních elementů způsobené tepelnými silami jsou pak natolik vysoké, že by je bylo možné během několika let nebo desítek let astrometricky změřit.

Jedním takovým kandidátem je asteroid (1566) Icarus. Asteroid má přesně určenou dráhu (viz tab. 4) a také jsou k dispozici další fyzikální údaje o rotační periodě a poloze pólu. Sitarski (1991) uvádí pozorovanou negravitační změnu $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t = -7.5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{AU/Myr}$.

a [AU]	e []	i [°]	ω [°]	Ω [°]	epocha
1.07800493	0.82679722	22.886759	87.485016	31.195716	11 2 1991

tepelná kapacita C	680 J/kg/K
hustota ϱ	3500 kg/m^3
poloměr R	450 m
perioda P	2.25 h
emisivita	0.9 (realističtější hodnota než 1.0)
albedo	0.083 (asteroid typu S)
rotační osa	$(-0.82588280, -0.55706500, 0.08715570)$

Tab. 4 — Orbitální elementy a fyzikální vlastnosti asteroidu (1566) Icarus.

Výsledky našich numerických integrací Icara, tj. drifty velké poloosy pro různé hodnoty tepelných parametrů jsou shrnuty v tab. 5. Porovnáme-li získané hodnoty $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ s pozorovanou hodnotou, zjistíme, že nejlepší výsledky dává model s vysokou tepelnou vodivostí $K = 2.0$ W/m/K, chyba je asi 50 %. Naopak, pokud za driftem velké poloosy skutečně stojí tepelné efekty, nezdá se, že by Icarus měl na povrchu silnou regolitovou vrstvu, neboť drift by byl 10 krát nižší.

K [W/m/K]	ϱ_{surf} [kg/m^3]	$\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ denní	$\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ roční	$\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$
0.0015	1500	−0.00003422	−0.00004165	−0.00007589
2.65	3500	−0.00016583	−0.00029597	−0.00046181
0.002	1500	−0.00004431	−0.00004991	−0.00009372
2.00	3500	−0.00020142	−0.00030995	−0.00051127

Tab. 5 — Spočtené drifty velké poloosy $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ [AU/Myr] pro asteroid (1566) Icarus s různými hodnotami tepelných parametrů. Sečteme-li drifty počítané zvlášť pro denní a roční efekt, dostaneme přesně drift počítaný pro obě varianty Yarkovského efektu současně.

Protože nemáme přímá pozorování povrchu Icara, nevíme mnoho ani o tepelných vlastnostech povrchových vrstev. K problému je tedy možné přistoupit z jiné strany a hledat takové hodnoty tepelných parametrů, které by vedly ke správné hodnotě $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$. Např. pro tepelnou vodivost přibližně $K = 1$ W/m/K nebo bychom mohli použít model dvouvrstvého tělesa s určitou tloušťkou nízkovodivostní vrstvy pokrývající vysokovodivostní jádro (viz článek Vokrouhlický & Brož (1999) v příloze).

Shrňme tedy, že je možné nalézt realistické hodnoty tepelných parametrů, které by beze zbytku vysvětlily pozorovanou negravitační změnu velké poloosy Yarkovského efekty. Nezapomínejme však, že při vysoké excentricitě dráhy, jakou má Icarus, nemusí modely tepelných efektů dávat korektní hodnoty $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$. Navíc se mohou současně uplatňovat i jiné negravitační vlivy.

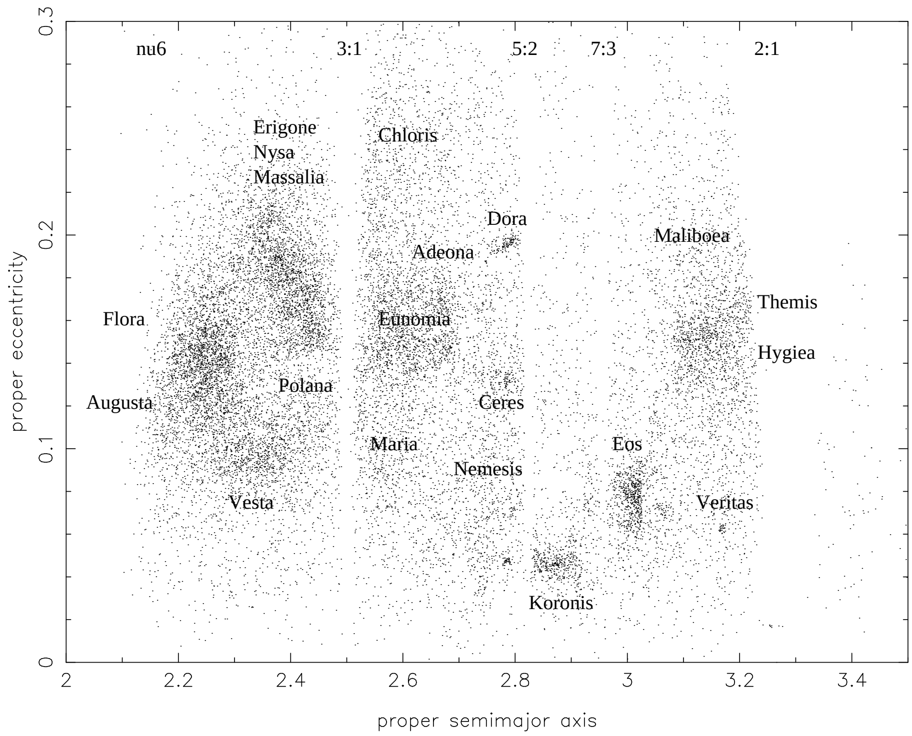
3. Astronomické souvislosti

Kapitola přináší přehled astronomických souvislostí Yarkovského efektu. Začíná výkladem rodin asteroidů, Kirkwoodových mezer jako projevů rezonancí a jejich souvislostí s dopravou asteroidálních fragmentů z hlavního pásu do okolí Země. Poté předkládá nový scénář tohoto procesu, který zahrnuje tepelné efekty a ukazuje některé problémy, které mohou být s pomocí tepelných efektů vysvětleny.

3.1 Rodiny asteroidů, gravitační rezonance

Začněme tuto kapitolu podrobným popisem obr. 35 a 36, na kterých jsou vyznačeny polohy více než 10000 asteroidů v prostoru *vlastních elementů*.[1]

Rodiny asteroidů. Na první pohled je zřejmé, že asteroidy nevyplňují hlavní pás rovnoměrně, ale podstatná část se shlukuje do *rodin*. Je mnoho důvodů domnívat se, že tyto skupiny asteroidů vznikají srážkou dvou větších těles, při které se tato tělesa rozpadnou a dají vznik velkému množství těles menších[2]. Tyto nové asteroidy mají díky různým rychlostem, které jim byly uděleny při kolizi[3], dráhy mírně odlišné od původního mateřského tělesa, což se projeví rozptylem drah v grafu (a, e, $\sin(i)$). Nejvíce populovanými rodinami jsou Flora, Themis, Eos, Eunomia, Koronis, Nysa, Vesta a Polana (tyto mají více než 100 známých členů, viz Zappalà *et al.* (1995)). V kapitole 6 se budeme zabývat několika členy rodiny Koronis.



Obr. 35 — Rozdělení asteroidů v prostoru vlastních elementů (a, e), vyznačeny jsou přibližné polohy hlavních rodin asteroidů. Převzato z programového systému ORBIT8V verze 2.0.5, A. Milani.

[1] Připomeňme, že vlastní (proper) elementy můžeme spočíst ze středních (mean) orbitálních elementů např. průměrováním přes běžící „okno" široké $\approx 0.1\,$Myr. O technice, jak získat střední elementy z oskulačních, pojednává dodatek A. Teoretické zavedení vlastních elementů viz např. Milani & Knežević (1990).

[2] O rozdělení velikostí produktů srážky pojednává např. Kresák (1977). V případě rodiny Maria se např. podařilo rekonstruovat rychlostní pole, viz Zappalà *et al.* (1997).

[3] Model rozdělení rychlostí je podrobně popsán v Petit & Farinella (1993a,b) nebo ve Farinella *et al.* (1993).

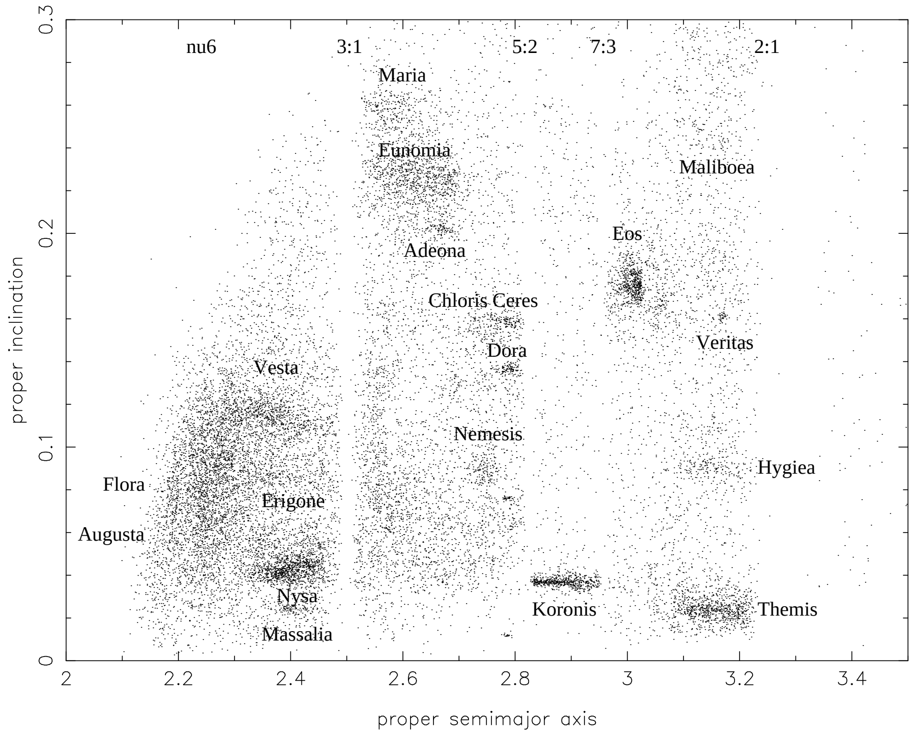
Kirkwoodovy mezery. Obr. 35 ukazuje ještě jednu významnou skutečnost v rozdělění drah asteroidů — mezery, které povětšinou odpovídají místům v hlavním pásu, kde by asteroidy obíhaly s takovou orbitální periodou, že by byla v poměru malých celých čísel s oběžnou dobou planety Jupiter (příslušné poměry jsou vyznačeny na horním okraji grafu). Poprvé si mezer všimnul americký astronom James Kirkwood v roce 1867, když tehdy bylo známo pouhých 91 asteroidů.

Mechanismus vzniku mezer je následující — pokud se asteroid nějakým způsobem dostane do Kirkwoodovy mezery, říkáme např. že asteroid je v 3:1 rezonanci s Jupiterem, působením Jupitera dojde ke zvětšení excentricity (podstatu rezonancí odhalíme v rozvoji poruchové funkce, která pro takové konfigurace nabývá extremálních hodnot). Asteroid se potom stává křížičem drah planet a těsná přiblížení pak způsobí změnu dráhy asteroidu.

Na obr. 36 je zřetelně vidět také projev *sekulární rezonance* označované ν_6. Sekulární rezonance se výrazně projeví tehdy, když se perioda precese perihelia g příp. výstupného uzlu dráhy s pro asteroid rovná periodě pro některou z planet (g_6, s_6 pro Saturn či g_5, s_5 pro Jupiter). Hlavní pás končí asi na 2.1 AU právě díky perturbacím způsobovaným významnou rezonancí $g - g_6$. Poloha této rezonance silně *závisí na sklonu*, pro vyšší sklony působí dále od centra. Přibližnou závislost polohy a na sklonu i lze zapsat ve tvaru (podle numerických simulací v Morbidelli & Gladman, 1998)

$$a\,[\mathrm{AU}] = 2.1 + 6.003 \sin^{2.256} i \tag{28}$$

Poslední roky znamenaly velký pokrok na poli gravitačních rezonancí a dnes víme, že na struktuře hlavního pásu a jeho vývoji se významně podílejí také rezonance poměrně vysokých řádů, multiplety rezonancí středního pohybu (Milani *et al.*, 1997), vnější rezonance s Marsem, rezonance tří těles Jupiter-Saturn-asteroid a Jupiter-Mars-asteroid (např. Nesvorný & Morbidelli, 1998; Morbidelli & Nesvorný, 1999; Murray *et al.*, 1999).



Obr. 36 — Rozdělení asteroidů v prostoru vlastních elementů (a, $\sin(i)$).

3.2 Klasický scénář dopravy asteroidálních fragmentů

Typická životní doba asteroidů na dráhách křížících planetární dráhy je velice krátká, nejvýše několik desítek Myr. Za dobu existence sluneční soustavy by byla populace takovýchto těles dávno zničena, pokud by nebyla průběžně doplňována. Okolí naší Země není prázdné, o čemž svědčí pozorované blízkozemní asteroidy, meteory a bolidy, které září na noční obloze, či meteority nalezené na povrchu planety. Jediným dostatečným rezervoárem asteroidů a jejich fragmentů je *hlavní pás* a účinným mechanismem, který dopravuje tělesa z hlavního pásu na dráhy křížící planetární jsou *rezonance*. Hlavními cestami se zdají být rezonance 3:1 ($\sim$ 2.5 AU) a ν_6 ($\sim$ 2 AU). Silná rezonance 5:2 ($\sim$ 2.8 AU) se už na tomto procesu významně nepodílí, protože excentrické dráhy kříží také dráhu Jupitera a blízká setkání s touto planetou pak asteroidy dostávají na hyperbolické dráhy.

Problém udržení populace blízkozemních asteroidů jsme zatím jen přesunuli do hlavního pásu, neboť doba setrvání asteroidu v rezonanci před zvýšením oscilací excentricity je podobně jen 1 až 10 Myr (viz Gladman *et al.*, 1997) a rezonance by tedy byly záhy vyčištěny prakticky od všech těles. Musíme tedy nalézt mechanismy, které budou asteroidy posouvat do rezonancí, a tím mohou být vzájemné kolize asteroidů. Anebo, jak navrhujeme v následujícím paragrafu, tepelné efekty.

3.3 Nový scénář zahrnující tepelné efekty

Yarkovského efekt může hrát zásadní roli při dopravě asteroidálních fragmentů do vnitřní sluneční soustavy a tedy i do blízkosti Země. Klasický model rozšiřuje o tzv. pomalou fázi – zde bod (2), takže nový scénář vypadá následovně:

(1) Fragment vznikne mimo rezonanci v hlavním pásu buď při menším impaktu nebo při kolizním rozpadu celého asteroidu.

(2) *Pomalá fáze*, během níž fragment pomalu driftuje ve velké poloose díky tepelným Yarkovského efektům, až do chvíle, než dosáhne oblasti rezonance. Uplatňují se také kolize s jinými asteroidy či jejich fragmenty, které mohou také způsobit posun velké poloosy nebo reorientaci rotační osy i předčasný rozpad fragmentu.

(3) *Rychá fáze* pobytu v rezonanci, během které se asteroid stane rychle křížičem dráhy planet.

V kapitole 2.5 jsme poznali, že efektivita tepelných sil a tedy i mobilita ve velké poloose silně závisí na velikosti fragmentu. Proto rozlišíme tři skupiny fragmentů podle velikosti, kterým se budeme věnovat v následujících kapitolách 3.4 – 3.6 :

(a) *metrová tělesa* (0.1 – 2 m) — typická mateřská tělesa meteoritů

(b) *dekametrová tělesa* (5 – 50 m) — „Rabinowitzova populace NEA“, tělesa velikosti Tunguzského meteoritu

(c) *kilometrová tělesa* (1 – 10 km) — velké blízkozemní asteroidy (NEA)

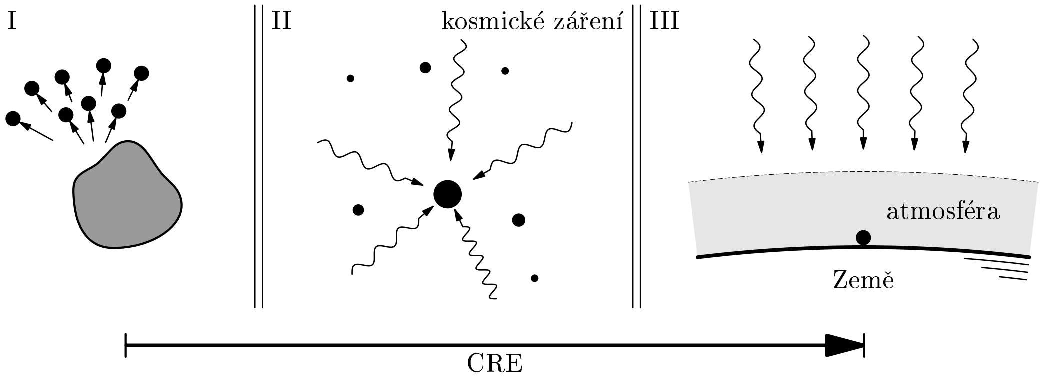
Pro tyto skupiny těles již existují první práce modelující působení tepelných sil. Další aplikace Yarkovského efektu ještě čekají na rozpracování.

3.4 Vysvětlení expozičních dob meteoritů

Hlavním pozorovaným faktem jsou různé CRE časy (viz obr. 37) pro různé taxonomické třídy meteoritů (Marti & Graf, 1992). Nejzávažnější otázky které je třeba zodpovědět jsou:

- Proč jsou CRE mnohem delší než typická doba, kterou asteroidy setrvají v hlavních rezonancích ($\nu_6, 3:1 \sim 1 - 10\,\mathrm{Myr}$)?
- Proč mají různé taxonomické třídy meteoritů kvalitativně a kvantitativně jiné CRE?

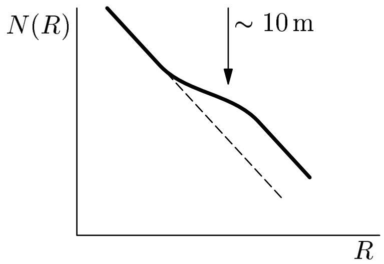
Scénář rozšířený o Yarkovského efekt nabízí přirozené vysvětlení těchto problémů. Během pomalé fáze odehrávající se mimo rezonance mají fragmenty dostatek času akumulovat dlouhé CRE. Navíc meteority různých taxonomických tříd mají i odlišné tepelné vlastnosti. Mateřská tělesa pak budou vykazovat různě vysoké drifty velké poloosy a to implikuje i různou životní dobu před pádem do rezonance. Kvantitativní model byl zpracován ve Vokrouhlický & Farinella (1999a).



Obr. 37 — Vysvětlení doby expozice kosmickým zářením (CRE). Fragment se po impaktu dostane z podpovrchových vrstev a začne na něj působit kosmické záření, které produkuje vzácné plyny v materiálech tělesa. Po dopadu na povrch Země je před vlivem kosmického záření chráněn atmosférou planety. Laboratorní analýzou abundance vzácných plynů lze měřit časový úsek CRE.

3.5 Přebytek dekametrových NEA

Rabinowitz (1993, 1994) poukazuje na možný přebytek blízkozemních asteroidů s dekametrovými rozměry. Navíc existuje práce Chapmana (osobní sdělení) přinášející zprávu o nedostatku ~ 100 m kráterů na asteroidu Gaspra, který byl navštíven kosmickou sondou Galileo. Příčinou by mohla být menší populace dekametrových těles v hlavním pásu (tělesa při impaktu vytvářejí krátery asi o řád větší, než je jejich rozměr).

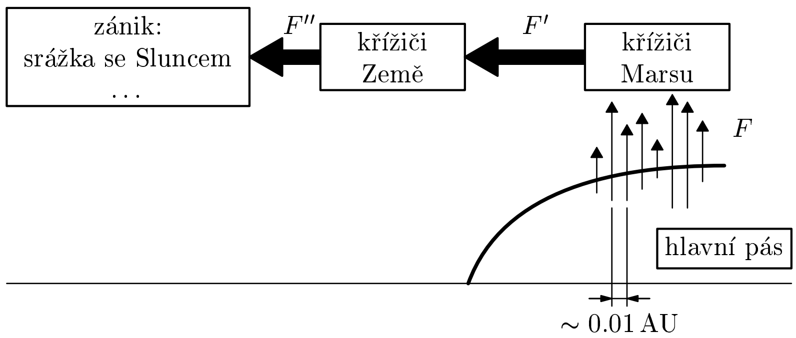


Obr. 38 — Schématické znázornění přebytku dekametrových NEA na histogramu jejich velikostí.

Protože maximální roční drifty velké poloosy jsou pro kamenná tělesa velikostí asi 7 – 20 m (viz obr. 22 v kapitole 2.5), mohla by se tato tělesa preferenčně dostávat v hlavním pásu do rezonancí a odtud by se obvyklým procesem zvýšení excentricity a rozptylem na planetách dostala do blízkosti Země.

3.6 Udržování populace křížičů Marsu

Migliorini *et al.* (1998) formulovali problém udržení populace blízkozemních asteroidů s rozměry 5–10 km. Podle obr. 39 se tato tělesa dostávají do blízkosti Země přes dráhy křížící dráhu Marsu, značná část asteroidů pokračuje dále a nakonec se srazí se Sluncem. Populace křížičů Marsu je udržována pomalým tokem přes rezonance vysokých řádů s Jupiterem, vnější rezonance s Marsem a rezonance tří těles Jupiter-Saturn-asteroid. Samotné rezonance, jak se zdá neobsahují dostatek těles, aby byl počet kilometrových NEA v rovnováze na časových škálách řádu 100 Myr a delší.



Obr. 39 — Schéma pomalého úniku z hlavního pásu skrze rezonance vysokých řádů s Jupiterem, vnější rezonance s Marsem a smíšené rezonance s Jupiterem a Saturnem.

Tyto rezonance vysokých řádů však mohou být plněny kilometrovými tělesy hlavního pásu v rámci jejich kolizní životní doby, viz Farinella & Vokrouhlický (1999). Velké asteroidy sice driftují velmi pomalu, ale zmiňovaných rezonancí je mnoho a jejich hustota je značně vysoká.

4. Fragmenty z asteroidu (170) Maria

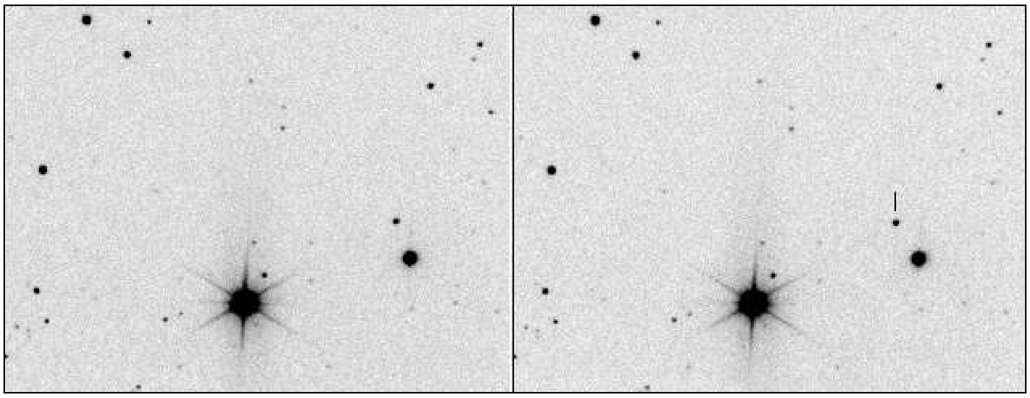
V této kapitole budeme studovat orbitální vývoj asteroidálních fragmentů uvolněných z asteroidu (170) Maria, který se nachází blízko silné rezonance 3:1 s Jupiterem a může tedy být zdrojem blízkozemních meteoroidů. V úvodní části shrneme základní informace o tomto tělese. Kapitoly 4.1 a 4.2 přináší celkový pohled na orbitální vývoj fragmentů. V kapitole 4.3 podrobněji zkoumáme chování fragmentů v blízkosti hlavních rezonancí. Poslední kapitola 4.4 ukazuje kvalitativně odlišné příklady orbitálního vývoje jednotlivých fragmentů.

Asteroid (170) Maria se nachází jen 0.05 AU od vnějšího okraje rezonance 3:1 s Jupiterem (orbitální elementy jsou uvedeny v tab. 6) a právě proto jsme jej vybrali pro naše numerické simulace. Rezonance 3:1 je totiž považována za jednu z hlavních únikových cest z hlavního pásu a za významný zdroj těles křížících dráhu vnitřních planet (Farinella *et al.*, 1993a,b; Morbidelli *et al.*, 1994). Kvantitativní výsledky našich integrací (záchyty v rezonancích atp.) mohou poskytnout „vstupní data“ pro jednoduché modely přenosu meteoroidů k Zemi (viz Vokrouhlický & Farinella, 1999a), které ale berou v úvahu až stovky miliónů částic.

a [AU]	e []	i [°]	ω [°]	Ω [°]	M [°]
2.55252753	0.06336696	14.411274	157.720957	301.529698	319.288925

Tab. 6 — Orbitální elementy asteroidu (170) Maria, epocha 2451100.5.

Další známé charakteristiky asteroidu (170) Maria jsou absolutní magnituda 9.39, barevný index 0.89, řadí se mezi asteroidy typu S. Poloměr asteroidu je přibližně 23 km. Asteroid nebyl podrobněji fotometricky studován.



Obr. 40 — Ilustrační snímky asteroidu (170) Maria pořízené autorem 1. IV. 1999 v 19:17:41 UT a 19:27:12 UT na hvězdárně v Hradci Králové dalekohledem Newton 250 mm/5 se CCD kamerou PixCel 255, expozice 60 s. Asteroid se nacházel v souhvězdí Býka, jasná hvězda na snímku je HD 32480 (6.5^{mag}).

Asteroid patří do stejnojmenné *rodiny Maria*, která čítá asi 80 členů (Zappalà *et al.*, 1995, 1997). Rodina byla velmi detailně studována v Zappalà *et al.* (1997). Z rekonstruovaného původního rychlostního pole po impaktu, kterým rodina vznikla, a z rozdělení velikostí členů rodiny vyplývá, že asi 10 objektů 15–30 km velkých bylo injektováno přímo do 3:1 rezonance. Rodina Maria tak může být zdrojem velkých blízkozemních asteroidů, což je podpořeno i srovnáním spekter členů rodiny se spektry velkých NEA (433) Eros a (1036) Ganymedes. Tato skutečnost však není předmětem zájmu této kapitoly, my se budeme v dalším zabývat malými fragmenty uvolněnými ze samotné Marie.

Počáteční podmínky. Počáteční orbitální elementy fragmentů byly získány z elementů samotného mateřského tělesa Maria započtením izotropního rozptylu rychlostí s rozdělením velikosti rychlostí tvaru

$$\begin{aligned} \mathrm{d}N(V_{\mathrm{ej}}) &= C V_{\mathrm{ej}}^{-\alpha}\mathrm{d}V_{\mathrm{ej}} \qquad && \text{pro } V_{\mathrm{ej}} > V_{\mathrm{min}}\,, \\ \mathrm{d}N(V_{\mathrm{ej}}) &= 0 && \text{pro } V_{\mathrm{ej}} < V_{\mathrm{min}}\,. \end{aligned} \tag{29}$$

Volné parametry jsme zvolili $V_{\min} = 50\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ a $\alpha = 3.25$, podrobně o zavedení rozdělení pojednává Petit & Farinella (1993). Poloha rotační osy byla pro každý fragment zvolena náhodně, rozdělení směrů rotačních os mezi fragmenty bylo izotropní. Čas impaktu, tj. počátek integrace $t = 0$, jsme zvolili v čase epochy 2451100.5, pro kterou máme dané orbitální elementy (viz tab. 6, počáteční střední anomálie $M(t=0) = 319°$).

Výpočet vývoje jednoho sta fragmentů o poloměru $R = 1\,\mathrm{m}$ z asteroidu (170) Maria jsme provedli pomocí integrátoru `swift_rmvsy`. Zahrnuli jsme přitom *všech devět planet* (Merkur – Pluto). Časový krok numerické integrace, která pokrývá časový úsek 31 Myr, jsme zvolili 36.525 dne. V úvahu jsme vzali působení denního i ročního Yarkovského efektu. 51 fragmentů přitom mělo tepelné vlastnosti regolitem pokrytého tělesa, u zbývajících 49 pak byly tepelné parametry bazaltické. Během výpočtu jsme náhodně měnili polohu rotační osy podle vztahu (27) a simulovali tak nedestruktivní srážky probíhající v hlavním pásu. Destruktivní srážky v této simulaci nebyly brány v úvahu. Střední doba života fragmentů s poloměrem $R = 1\,\mathrm{m}$ se uvádí 16.78 Myr (Vokrouhlický & Farinella, 1999).

4.1 Regolitem pokrytá tělesa

Předpokládané drifty. Na obr. 41 až 44 je znázorněn orbitální vývoj 51 regolitem pokrytých fragmentů. U těchto těles ve vzdálenosti 2.5 AU předpokládáme maximální tepelné drifty asii ± 0.03 AU/Myr pro denní Yarkovského efekt a -0.001 AU/Myr pro roční efekt. Je tedy zřejmé, že denní varianta Yarkovského efektu bude dominovat, jen pro několik málo fragmentů s rotační osou téměř v rovině dráhy může po určitou dobu (než dojde k reorientaci) převážit roční efekt.

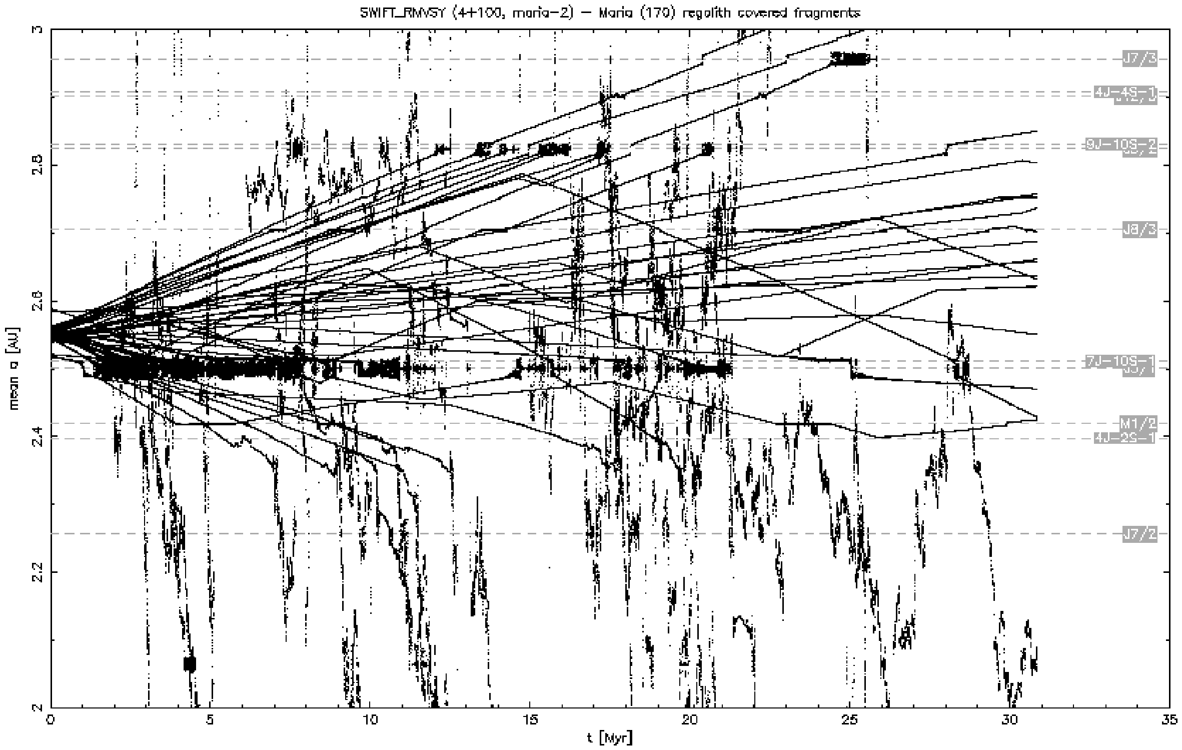
Projevy rezonancí. Jak je vidět na grafu $a(t)$, velké poloosy fragmentů se zmenšují nebo zvětšují, není patrný preferenční směr. Změna velikosti nebo směru driftu odpovídá reorientaci rotační osy. Dosáhne-li fragment oblasti nějaké z rezonancí, projeví se to zvětšením amplitudy oscilací velké poloosy a příp. záchytem, tj. pozastavením driftu ve velké poloose. Nejvýrazněji se takto projevují rezonance 3:1, 5:2, 8:3, 7:3 s Jupiterem a sekulární rezonance ν_6, znatelný je však i projev rezonancí tří těles (7J – 10S – 1, 4J – 2S – 1) a vnějších rezonancí s Marsem (1:2).

Je-li počáteční obliquita fragmentů v intervalu $(90°, 180°)$, driftují ke Slunci směrem k rezonanci 3:1. Většina z těchto fragmentů (asi 75 %) oblasti rezonance dosáhne během 1 až 10 Myr. To je doba krátká na to, aby se během ní reorientovala rotační osa podstatné části fragmentů (střední dobu reorientace pro 1 m tělesa jsme vzali 15 Myr, viz (27)). Značná část rychle driftujících fragmentů projde oblastí rezonance bez výrazného nárůstu excentricity dráhy a dále driftuje k rezonanci ν_6. Toto je důležitý fenomén, který bude blíže diskutován později. Rezonance ν_6 se díky závislosti (28) začíná projevovat již na 2.4 AU, protože sklon dráhy fragmentů dosahuje 20°.

Pro fragmenty s obliquitou v intervalu $(0°, 90°)$ je první významnější rezonancí 8:3 s Jupiterem, která se však neprojeví vzrůstem excentricit (viz kapitolu 4.3). Další rezonancí je potom 5:2, kam se první fragmenty dostanou až po 10 Myr. I touto rezonancí několik fragmentů prošlo na nízkých excentricitách a další záchyty jsou vidět např. v rezonancích 12:3, 7:3. Všechny tyto rezonance na $a > 2.5$ AU nemají takový význam pro dopravu fragmentů k vnitřním planetám, neboť fragmenty při vysokých excentricitách kříží dráhu Jupiteru. Častějším případem je pak přiblížení k Jupiteru, který tělesa dostává na hyperbolické dráhy, než blízké setkání s vnitřní planetou (Farinella *et al.*, 1993b).

Fragmenty, které se po průchodu rezonance dostaly na excentrické dráhy, prodělávají výrazné skokové změny ve velkých poloosách díky přiblížením k vnitřním planetám, příp. k Jupiteru, pokud je afélium dráhy dostatečně daleko.

Konečné stavy. V tab. 7 je uvedena jednoduchá statistika konečných stavů testovacích částic (tj. po 31 Myr). Kritériem pro vyřazení částice byla maximální vzdálenost od Slunce 1000 AU anebo hyperbolická dráha (tj. částice již nebyla vázána v systému). Z těchto důvodů bylo vyřazeno 28 testovacích částic z 50 regolitových, tj. více než polovina. Nebyly aktivovány kontroly těsného přiblížení ke Slunci, nebo minimální vzdálenost perihelu, proto ve zmíněné statistice nejsou uvedeny tyto stavy, které jsou však běžným koncem života fragmentů (viz např. Gladman *et al.*, 1997).



Obr. 41 — Vývoj 51 regolitových fragmentů na grafu $a(t)$. Vyznačeny jsou polohy hlavních rezonancí.

planeta	poslední přiblížení	počet aktivních křížičů
Merkur	2	1
Venuše	3	1
Země	–	1
Mars	1	1
Jupiter	17	
Saturn	1	
Uran	–	
Neptun	2	1

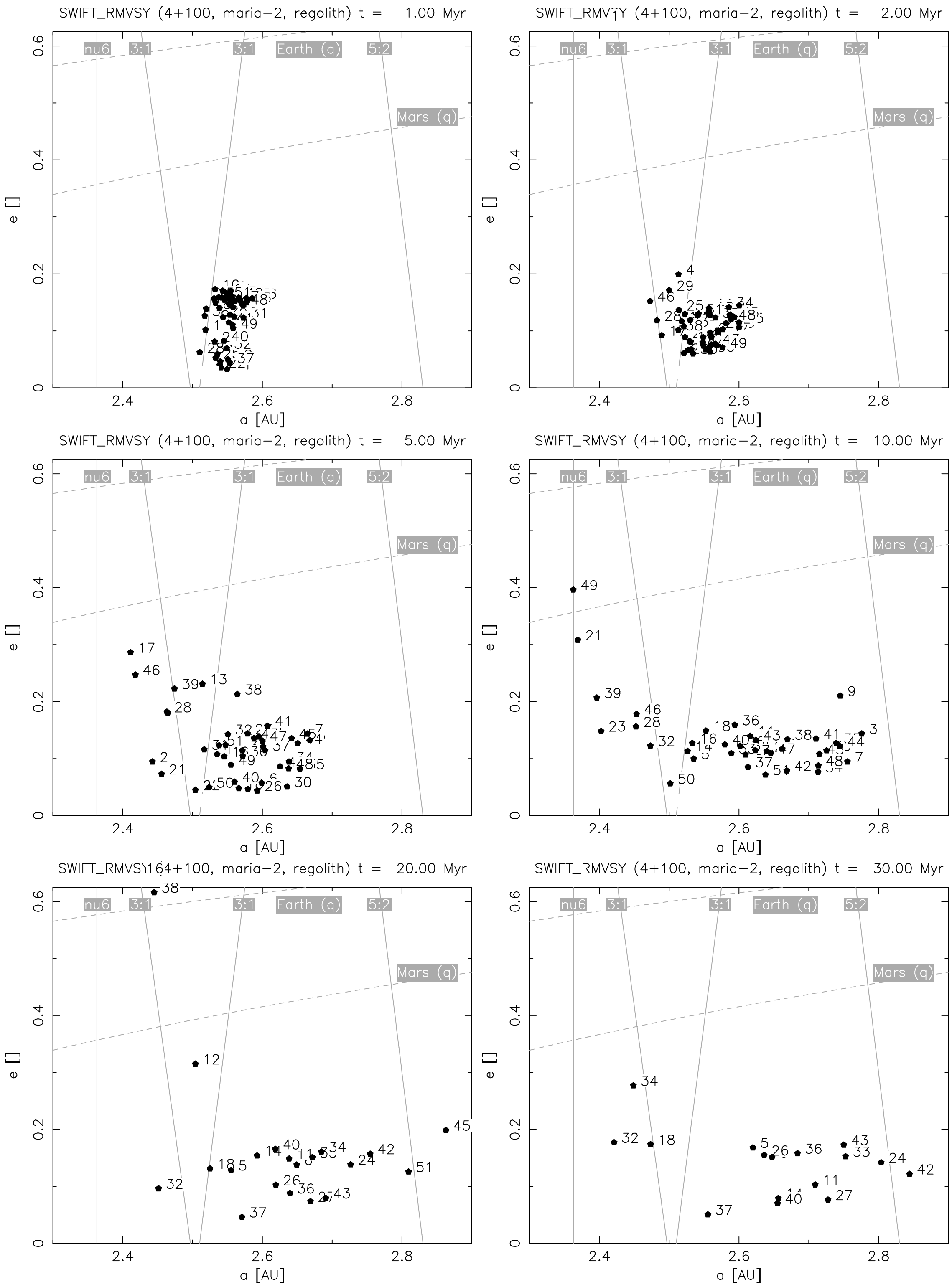
Tab. 7 — Konečné stavy regolitových fragmentů po 31 Myr. V tabulce jsou uvedeny počty fragmentů, které byly vyřazeny z integrace — rozlišujeme tělesa podle toho, ke které planetě se přiblížili těsně před vyřazením. Ve třetím sloupci jsou potom počty fragmentů, které ještě vyřazené nejsou, ale v čase 31 Myr kříží dráhu dané planety.

Vidíme, že nejčastější cestou ze sluneční soustavy je přiblížení k planetě Jupiter.

Ještě bychom měli zmínit některé partikulární případy — částice 41 se právě okolo času 31 Myr nachází na dráze s velmi malou velkou poloosou a zároveň nízkou excentricitou ($a = 0.61\,$AU, $e = 0.13$) takže nekříží dráhu žádné vnitřní planety, obíhá mezi Merkurem a Venuší. Během orbitálního vývoje (v čase 16 Myr) však prošla stavem s $e \to 1$ a ve skutečnosti by nejspíše zanikla při srážce se Sluncem. Podobným případem je částice 15, která skončila na dráze křížící Neptun ($a = 30.5\,$AU, $e = 0.50$). V těsné blízkosti Slunce (ne-li pod jeho povrchem) prošla už v čase 5 Myr.

Na sérii obrázků 42 vidíme pohyb fragmentů v rovině (a, e). Jednotlivé grafy znázorňují situaci s velkým časovým odstupem, a proto na nich nejsou patrné částice v rezonancích, neboť tam částice setrvají pouze krátkou dobu. Rezonance, které výrazně zvyšují excentricity se však projeví úbytkem fragmentů po jejich průchodu.

Na dráhy křížící orbitu Marsu (tj. s excentricitou asi 0.5 – 0.6) se fragmenty dostávají především působením rezonance 3:1 a ν_6. Projevy sekulární rezonance jsou zaznamenávány ve velké vzdálenosti ($\simeq$ 2.4 AU), stačí tedy aby fragment dosáhl jejího vnějšího okraje.

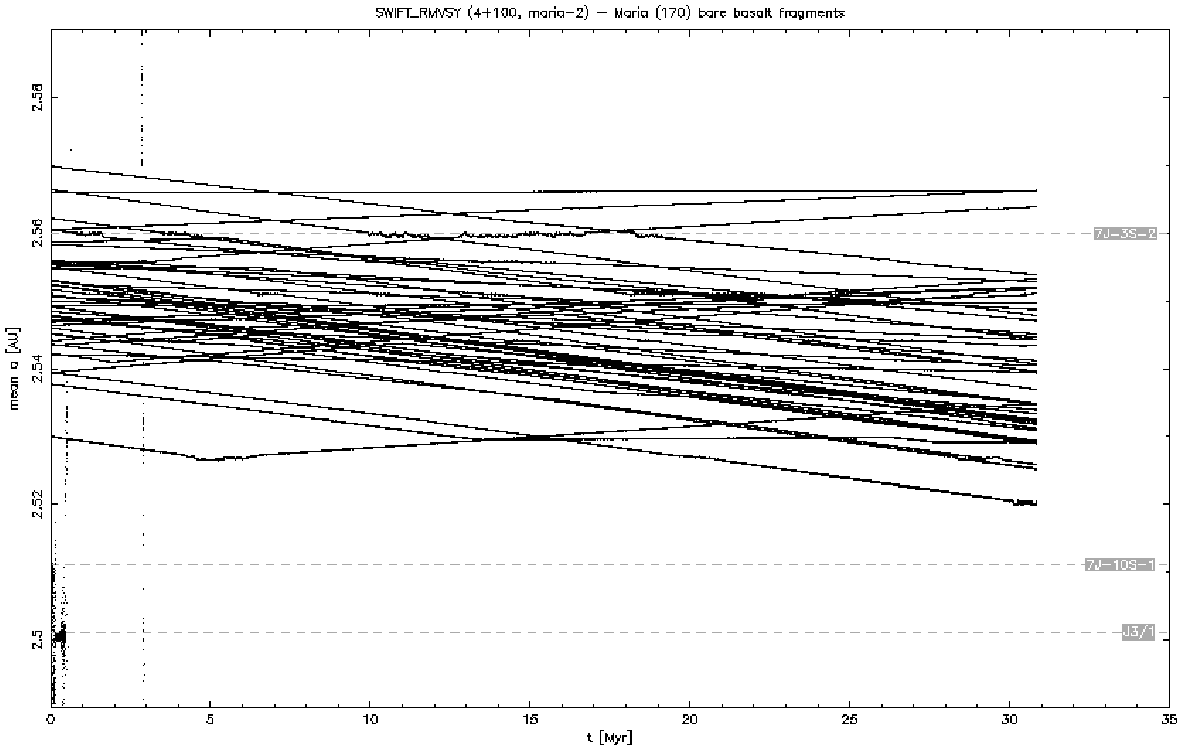


Obr. 42 — Záběry z vývoje 51 regolitových fragmentů z asteroidu (170) Maria, jednotlivé grafy (a, e) odpovídají časům 1 Myr, 2 Myr, 5 Myr, 10 Myr, 20 Myr a 30 Myr. Vyznačeny jsou polohy rezonancí 3:1, 5:2, ν_6 (pro $\sin(i) = 0.25$) a také meze, nad kterými se fragmenty stávají křížiči Marsu a Země.

4.2 Bazaltické fragmenty

Předpokládané drifty. Tělesa s tepelnými vlastnostmi bazaltických materiálů se vyvíjejí zcela odlišně od regolitových, neboť maximální tepelné drifty jsou o řád nižší — $\pm 4 \cdot 10^{-4}$ AU/Myr pro denní efekt a $-5 \cdot 10^{-4}$ AU/Myr pro roční efekt. Vezmeme-li v úvahu orientace rotačních os, většina fragmentů (obliquita přibližně $(45°, 180°)$) bude driftovat směrem ke Slunci, několik jich po určitou dobu bude driftovat opačným směrem.

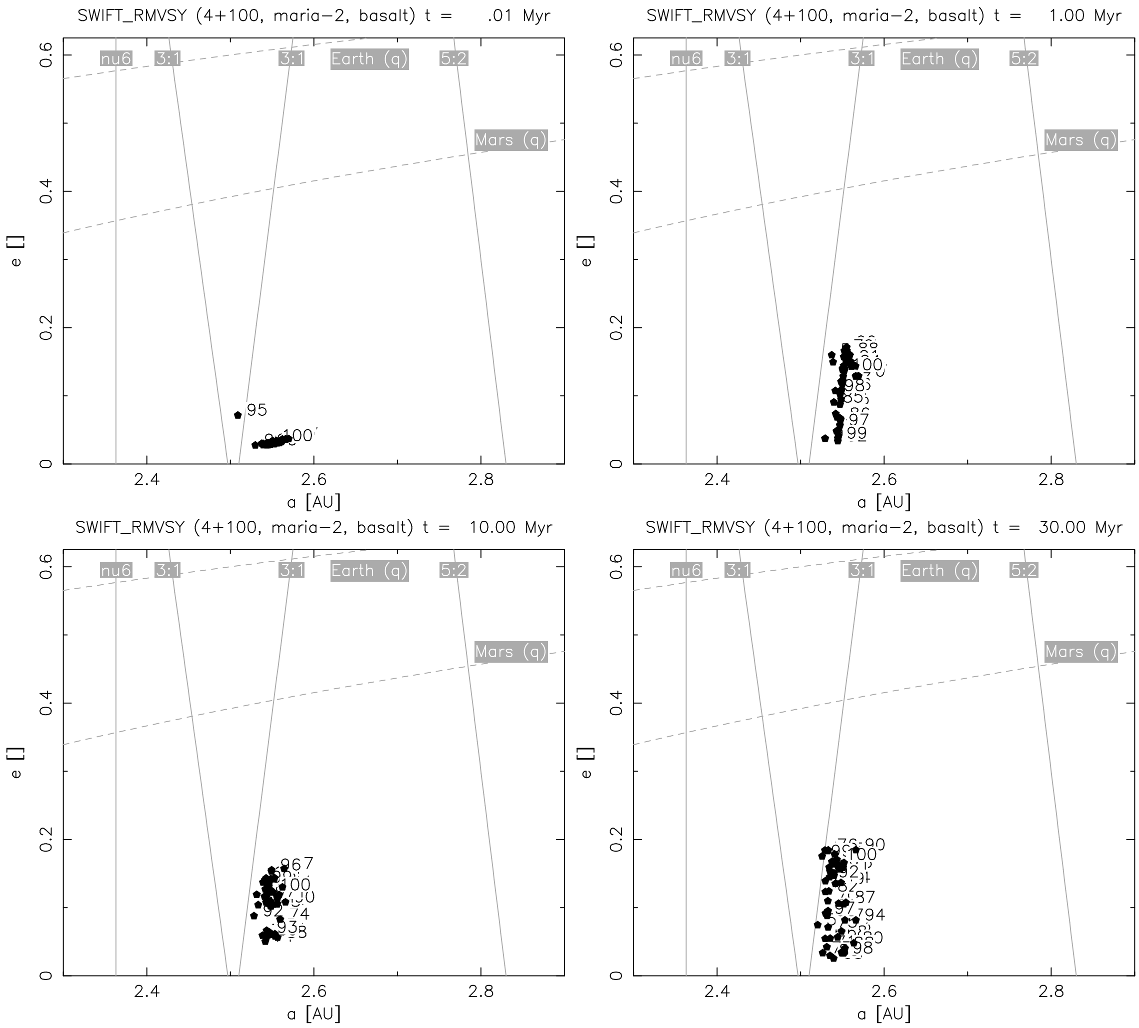
Rezonance vyšších řádů. Vývoj velkých poloos s časem pro bazaltické fragmenty znázorňuje obr. 43, pohyb v rovině (a, e) je pak na obr. 44. Vidíme, že asteroidy zatím driftují klidnou oblastí, kde se nenachází žádná výrazná rezonance. Doba potřebná k tomu, aby podstatná část fragmentů dosáhla vnější hranice 3:1 rezonance, je 50 – 100 Myr. Zatím zaznamenáváme pouze slabé rezonance vyšších řádů, např. 7J – 3S – 2. Soudíme tak podle malého zvýšení oscilací velké poloosy a záchytu v dané vzdálenosti. Skutečnost, že těleso skutečně podléhá rezonanční dynamice, nemáme podloženu librací kritických úhlů, jakkoli je evidence ze vzdálenosti přesvědčivá. Navíc jsme vybírali pouze ty rezonance, které jsou známé velkými Lyapunovovými exponenty (podle Morbidelli & Nesvorný, 1999).



Obr. 43 — Vývoj 49 bazaltických fragmentů na grafu $a(t)$. Vyznačeny jsou polohy hlavních rezonancí. Rozsah velkých poloos je mnohem menší než na obr. 41.

Na grafech (a, e) jsou v oblasti $(2.5, 2.6)$ AU zřetelné výrazné oscilace v excentricitách s amplitudou 0.1 okolo střední hodnoty 0.1. Díky závislosti polohy hranice 3:1 rezonance na excentricitě, jsou tak fragmenty s $e \doteq 0.2$ již velmi blízko vnější hranice.

Jediný fragment z celkového počtu 100 byl iniciálně umístěn přímo do 3:1 rezonance. Řádově to odpovídá to podílu fragmentů, které se při impaktu dostanou přímo do rezonance — asi 1 % z celkového množství.



Obr. 44 — Záběry z vývoje 49 bazaltických fragmentů z asteroidu (170) Maria, jednotlivé grafy (a, e) odpovídají časům 0.01 Myr, 1 Myr, 10 Myr a 30 Myr. Jediný fragment č. 95 měl počáteční podmínky takové, že se přímo dostal do oblasti 3:1 rezonance.

4.3 Chování v blízkosti rezonancí

Následující grafy $a(t)$, $a(e)$, příp. $a(\sin i)$ ukazují nejbližší okolí rezonancí 3:1, 5:2, 7:2, 8:3 s Jupiterem, 1:2 s Marsem a také rezonanci Jupiter-Saturn-asteroid $4\mathrm{J} - 2\mathrm{S} - 1$. Naším cílem bude určit podíly těles rezonancemi procházejícími na nízkých excentricitách a těmi, která jsou rezonancí výrazně ovlivněna. Tato analýza se netýká ν_6 rezonance, která je vždy aktivní. Pozornost jí budeme věnovat v následující kapitole 5.3. Budeme si všímat také doby setrvání těles v rezonancích.

V tab. 8 shrnujeme počty těles, která danou rezonancí prošla a zůstala jim nízká excentricita dráhy a naopak těles, jež se díky rezonanci stala křížiči drah planet. Zůstane-li fragment na nízkoexcentricitní dráze, projeví se to malými oscilacemi velké poloosy *po průchodu* rezonancí. Jinak totiž dochází k těsným přiblížením s planetami, která vedou k výrazným skokům ve velké poloose.

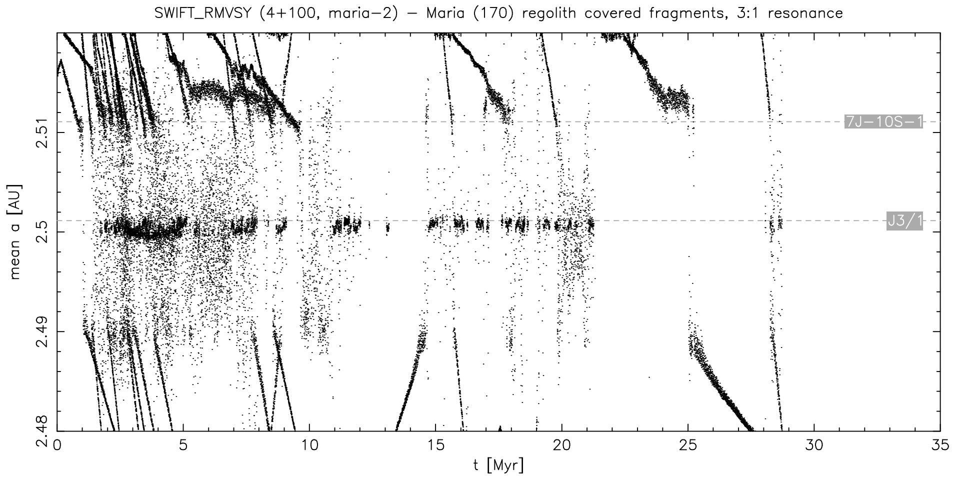
rezonance	vstup / výstup $e < e_{\mathrm{crit}}$
J3/1	25 / 12
J5/2	11 / 4
J8/3	18 / 18
M1/2	10 / 10

Tab. 8 — Počet fragmentů, které vstoupili do oblasti dané rezonance, k počtu fragmentů, které zůstaly na drahách s nízkou excentricitou.

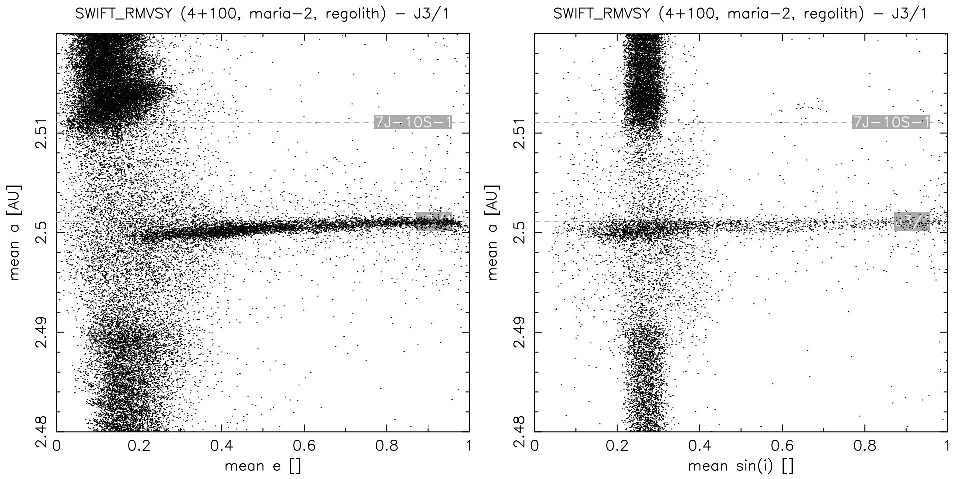
Na obr. 46 je zřetelně vidět, že značná část těles díky vysokému tepelnému driftu prochází 3:1 rezonancí bez toho, aby se u nich projevil vzrůst excentricity. Oblast, v níž rezonance působí je široká 0.02 AU (odpovídá pozici okrajů rezonance pro excentricitu okolo 0.1, viz např. obr. 44), výrazný růst excentricit však pozorujeme je ve velmi úzké oblasti 0.002 AU okolo hodnoty velké poloosy 2.5 AU.

Rezonancí projde asi 50 % procent těles bez zvýšení excentricity. Také můžeme zaregistrovat dva fragmenty, jež rezonancí jednou prošli a po reorientaci rotační osy procházejí rezonancí podruhé opačným směrem. Podrobnější analýza s uvážením směru průchodu bude uvedena v kapitole 5.3, kde studujeme fragmenty uvolněné z asteroidu (6) Hebe, jehož dráha leží pod 3:1 rezonancí a většina fragmentů tedy bude přicházet z nižších velkých poloos.

Na následujících grafech (a, e) a $(a, \sin i)$ (obr. 46) můžeme také přibližně usuzovat na podíl fragmentů, které procházejí rezonancí, navíc vidíme, co se děje s ostatními fragmenty — rostou oscilace excentricity až na hodnoty blízké 1. U těles za hranicí rezonance nepozorujeme výrazně větší excentricitu ani sklon dráhy.

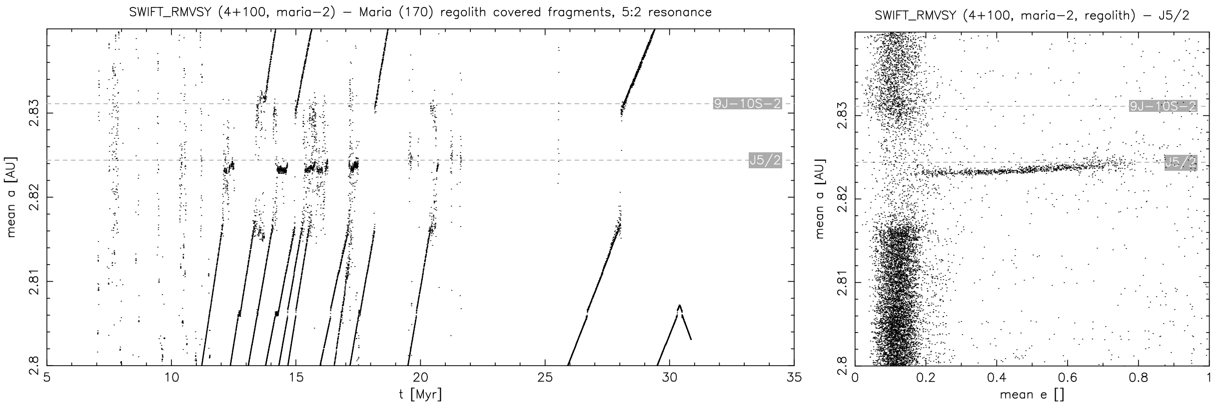


Obr. 45 — Vývoj velkých poloos regolitových fragmentů driftujících ke 3:1 rezonanci v závislosti na čase.



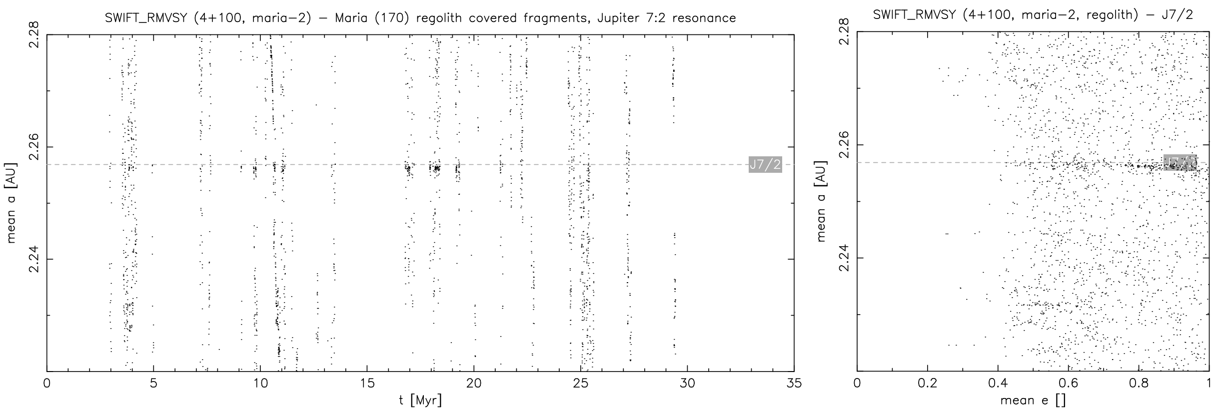
Obr. 46 — Oblast 3:1 rezonance na grafech $a(e)$, $a(\sin i)$. Vykresleny jsou polohy všech regolitových fragmentů, které danou oblastí procházely během 30 Myr.

Rezonance 5:2 se zdá být účinnější ve zvyšování excentricit, neboť poměr fragmentů je 11/4. Navíc jsou to fragmenty s vysokým driftem, které se do oblasti rezonance dostaly během 10 – 25 Myr. Nejvyšší hodnoty excentricit patrné na obr. 47 dosahují 0.8. Na grafech jsou také vidět stopy fragmentů s vysokými excentricitami, které však okolo 2.82 AU zůstanou jen několik set kyr.



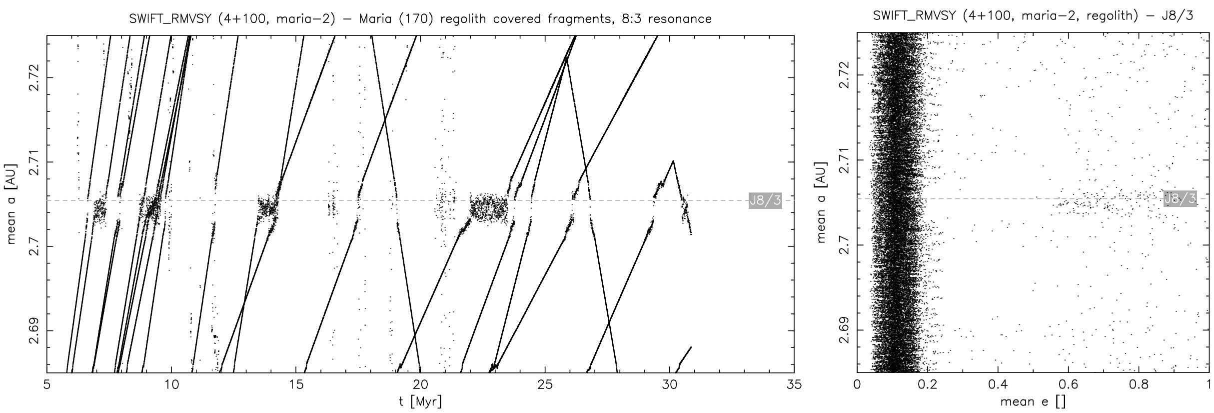
Obr. 47 — Okolí rezonance 5:2 s Jupiterem. Přibližná poloha rezonance je 2.82 AU, tedy daleko od počáteční velké poloosy.

Rezonance 7:2 je poněkud odlišný případ od předchozích, protože se nachází pod vnější hranicí ν_6 rezonance a fragmenty již tedy mají excentricity vyšší než 0.5. Přesto jsou na obr. 48 patrné krátkodobé záchyty.



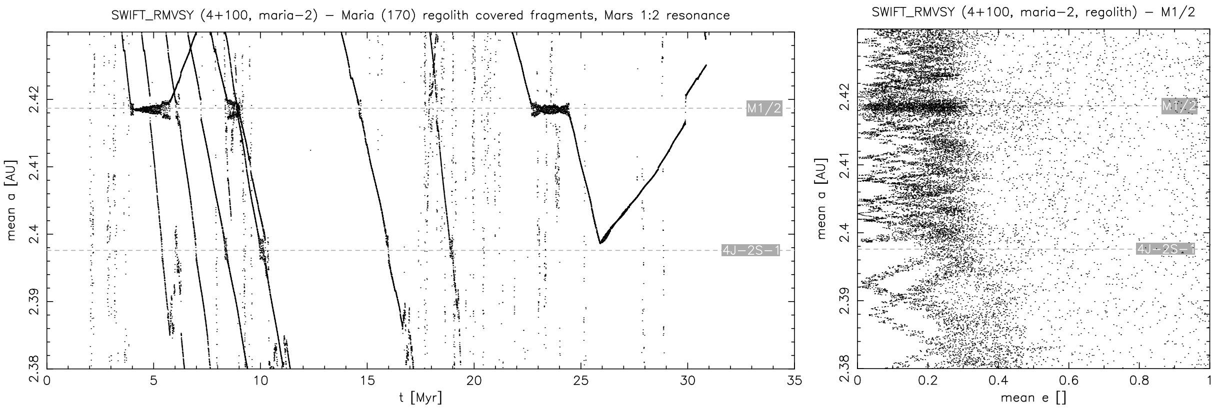
Obr. 48 — Rezonance 7:2 s Jupiterem na $a \simeq 2.25$ AU. Tělesa již předtím procházejí sekulární rezonancí ν_6, která stačila zvýšit excentricity.

8:3 rezonance s Jupiterem je již rezonance vyššího řádu než předchozí. Proto všechna tělesa procházejí bez zvýšení excentricity, jen u 4 z 18 jsou viditelné záchyty několik Myr dlouhé, viz obr. 49. Takovéto záchyty po časově omezený úsek jsou tedy novým jevem, který jsme nepozorovali u předchozích silnějších rezonancí. V dalším budeme studovat jejich vliv na snížení „efektivní" rychlosti jakou fragmenty driftují k dominantním rezonancím hlavního pásu.



Obr. 49 — Oblast slabší rezonance středního pohybu 8:3 s Jupiterem na grafech $a(t)$, $a(e)$.

Poslední obr. 50 ukazuje oblast, kde je lokalizovány rezonance M1/2 a 4J − 2S − 1. Opět není znatelný žádný nárůst excentricity, který by měl původ v těchto rezonancích, u 3 z 10 těles však pozorujeme záchyty trvající několik Myr v rezonanci M1/2. Dlouhoperiodické oscilace s velkou amplitudou na grafu $a(e)$ jsou typickým projevem sekulární rezonance ν_6.



Obr. 50 — Okolí vnější rezonance 1:2 s Marsem, v blízkosti se projevuje také mixed mean motion rezonance 4J − 2S − 1 s Jupiterem a Saturnem.

Korelace mezi dobou záchytu a velikostí driftu. Důležitým projevem rezonancí vzhledem k efektivitě tepelného driftu jsou záchyty, při kterých velká poloosa výrazněji osciluje, ale zároveň není patrný sekulární drift. Doby trvání záchytu v rezonanci jsou velmi rozdílné — 5 Myr jsou nejdelší pozorované, ale některé fragmenty projdou rezonancí během doby kratší než 0.1 Myr. Záchyty se tedy jednak projeví efektivním útlumem tepelných sil, jindy může rychlý skok v rezonanci naopak pomoci fragmentu při cestě k rezonanci následující (viz rezonance 5:2 v předchozích paragrafech).

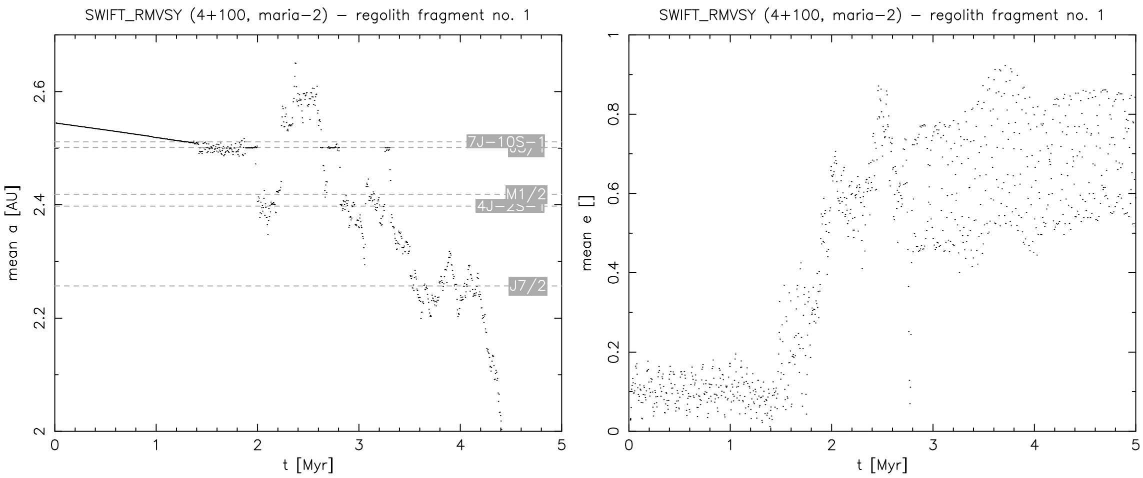
U bazaltických fragmentů jsme zaznamenali i záchyty v rezonancích vyšších řádů, které byly regolitovými tělesy zcela pomíjeny, nejspíše díky výraznému tepelnému driftu. Na druhou stranu se zdá, že neexistuje jednoduchý vztah mezi dobou záchytu a aktuální hodnotou $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ pro jednotlivé fragmenty. Naším závěrem tedy je, že mezi dobou záchytu a velikostí driftu není zřetelná korelace, můžeme jen říci, že pro drifty řádu $\sim 0.01\,\mathrm{AU/Myr}$ a větší se neobjevují dlouhodobé záchyty v rezonancích vysokých řádů (tj. např. 7J − 3S − 2).

Zatím jsme však studovali chování malých asteroidálních fragmentů s metrovými průměry, které mají tepelné drifty velké poloosy mnohem větší než tělesa s rozměry 10 m – 1 km. U těchto těles by mohlo docházet k záchytům na výrazně delší dobu a tím bychom museli korigovat naše představy o efektivitě tepelných sil při transportu k dominantním rezonancím (3:1, 5:2, ν_6) hlavního pásu asteroidů pro velká tělesa. V kapitole 6 bude tato skutečnost ještě diskutována.

4.4 Orbitální vývoj jednotlivých fragmentů

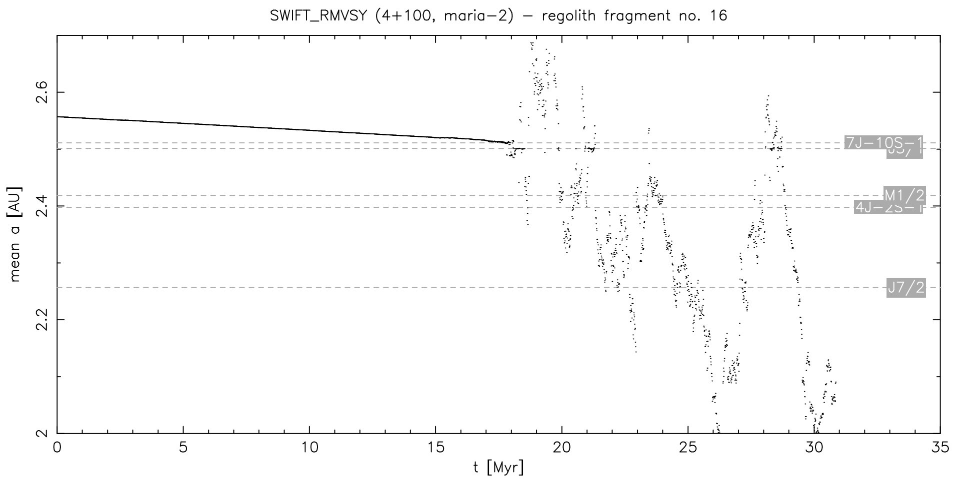
Následující obr. 51 až 55 představují čtyři jednotlivé fragmenty, jejichž orbitální vývoj se kvalitativně liší. Zároveň ilustrují typický osud těles v naší integraci.

Prvním příkladem je fragment č. 1, který díky tepelnému driftu během 1.5 Myr dosáhne 3:1 rezonance a za dalších 0.5 Myr se zvýší jeho excentricita. Jedná se o typickou aplikaci Yarkovského efektů při dopravě asteroidálních fragmentů do rezonancí.

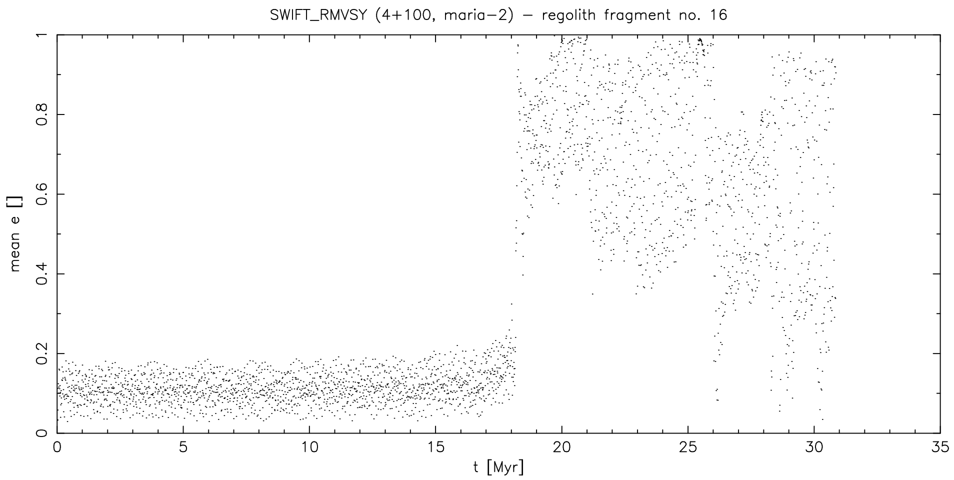


Obr. 51 — Vývoj velké poloosy a excentricity dráhy pro fragment č. 1. Díky regolitovým tepelným charakteristikám a vhodně orientované ose rychle driftuje směrem ke 3:1 rezonanci, kde dojde k záchytu a zvýšení excentricity na hodnoty větší než 0.8.

Fragment č. 16, jehož orbitální vývoj ukazují obr. 52 a 53. Jedná se o těleso s obliquitou bližší 90°, takže čas, kdy těleso dosáhne rezonance je 18 Myr. Dále se vývoj příliš neliší od předchozího příkladu.

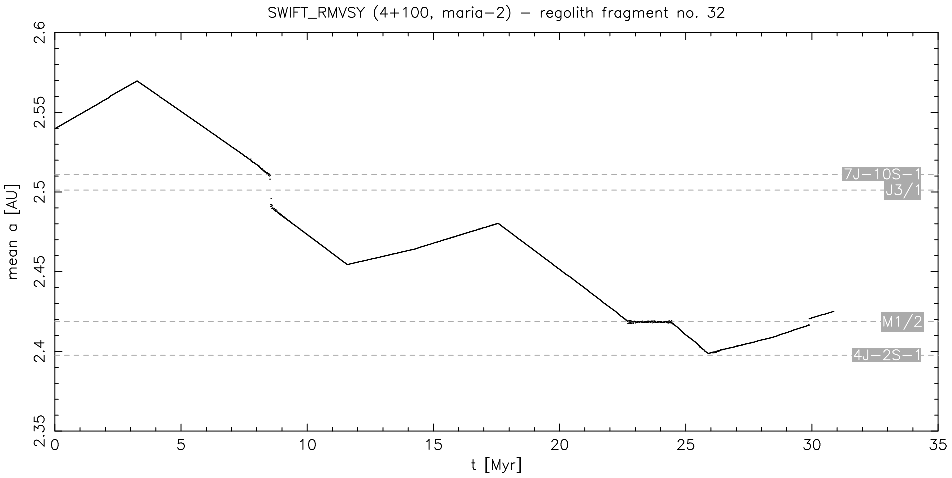


Obr. 52 — Střední velká poloosa a v závislosti na čase t pro fragment č. 16.



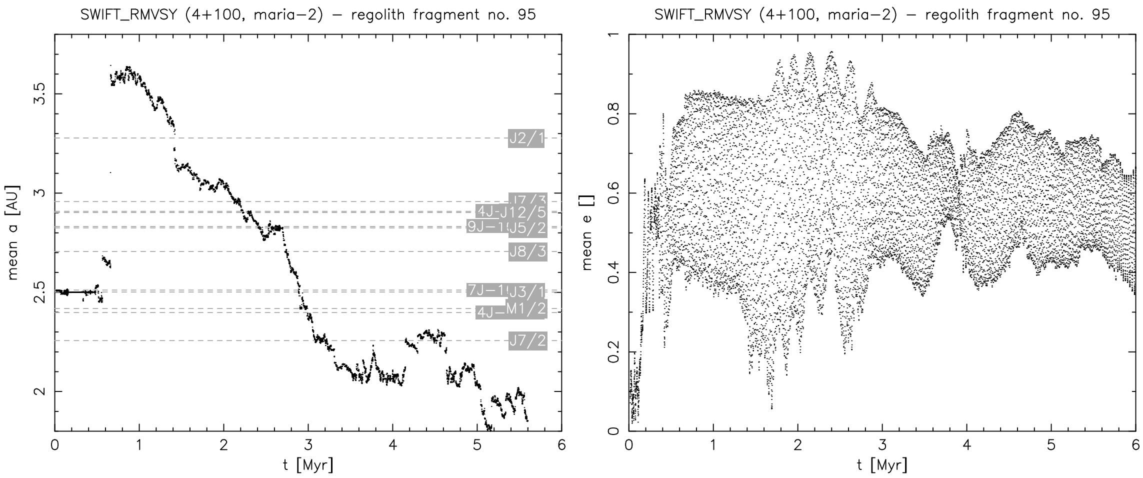
Obr. 53 — Střední excentricita e v závislosti na čase t pro fragment č. 16.

Fragment č. 32 na obr. 54 je případem tělesa, které prodělává časté reorientace rotační osy a tím se mění směr driftu velké poloosy. Navíc je to těleso, které velmi rychle prošlo 3:1 rezonancí a naopak se zachytilo po dobu 4 Myr v rezonanci M1/2. Zajímavé je, že po reorientaci osy a zpětném průchodu touto rezonancí nedošlo k žádnému záchytu (naopak rezonance drift urychlila), i když je hodnota driftu menší.



Obr. 54 — Závislost $a(t)$ pro fragment č. 32 s regolitovými tepelnými vlastnostmi. Toto těleso prodělalo nadprůměrný počet výrazných reorientací rotační osy během doby integrace (31 Myr).

Poslední ukázkou na obr. 55 je fragment injektovaný do 3:1 rezonance. Excentricita dráhy naroste během 0.2 Myr na hodnotu 0.6, za dalších 0.4 Myr pak oscilace dosáhnou 0.8. Díky těmto vysokým excentricitám se fragment stává křížičem Venuše a v čase 0.6 až 0.8 Myr prodělává změny velké poloosy až o 1 AU. Životní doba v tomto vysokoexcentricitním stavu se zdá poměrně dlouhá. Jde o typický příklad tzv. „vyvinuté dráhy" podle terminologie v Morbidelli & Gladman (1998) nebo Migliorini *et al.* (1998).



Obr. 55 — Bazaltický fragment č. 95, který byl díky rozptylu rychlostí přímo injektován do 3:1 rezonance.

5. Fragmenty z asteroidu (6) Hebe

Předmětem této kapitoly je vývoj hypotetických fragmentů s poloměrem $R = 1\,\mathrm{m}$ pod vlivem denního i ročního tepelného efektu. Fragmenty byly uvolněny impaktem z asteroidu (6) Hebe. Struktura i cíle budou podobné jako v kapitole 4 — nejprve uvedeme základní údaje o mateřském tělese a našem numerickém modelu. Poté se v kapitolách 5.1 a 5.2 podíváme na výsledky numerických simulací. Kapitola 5.3 se zabývá průchodem fragmentů gravitačními rezonancemi, tentokráte se zaměříme na slabší rezonance vyšších řádů.

Asteroid (6) Hebe patří mezi největší asteroidy hlavního pásu – má průměr 192 km, absolutní jasnost 5.71^{mag}, barevný index $B - V$ 0.83^{mag}, jedná se o typ S. Asteroid byl podroben zevrubné fotometrické i spektroskopické analýze (Migliorini *et al.*, 1997). Známe tedy s dobrou přesností periodu rotace $P = 7.2745\,\mathrm{h}$ i polohu pólu.

Hebe byla věnována velká pozornost i z hlediska možného zdroje meteoritů (např. Farinella *et al.*, 1993a, 1994). Hlavními důvody, proč by právě tento asteroid mohl být zdrojem malých těles křížících dráhu Země, jsou jeho velikost, která z něj dělá dobrý terč pro větší množství malých impaktů uvolňujících malá tělesa, a také jeho „strategická“ poloha mezi dvěma silnými rezonancemi 3:1 a ν_6 (viz orbitální elementy asteroidu v tab. 9).

Numerické simulace kolizního a dynamického vývoje fragmentů z Hebe, publikované v článku Farinella *et al.* (1993) i spektroskopická pozorování asteroidu (Migliorini *et al.*, 1997) naznačují, že tento asteroid by mohl být zdrojem významné části meteoritů, tzv. obyčejných chondritů.

a [AU]	e []	i [°]	ω [°]	Ω [°]	M [°]
2.4247741	0.2018431	14.77118	239.07195	138.88979	17.26705722

Tab. 9 — Orbitální elementy asteroidu (6) Hebe, epocha 2451545.0.

Počáteční podmínky. Pro naše numerické simulace jsme tedy vybrali fragmenty uvolněné z (6) Hebe, které díky tepelným driftům mohou brzy dosáhnout hranic významných rezonancí (tj. ~ 2.36 AU pro ν_6 při daném sklonu a ~ 2.48 AU pro 3:1 při dané excentricitě). Počáteční podmínky jsme zvolili podobné jako v předchozí kapitole 4 — uvažovali jsme 100 fragmentů (51 regolitových a 49 bazaltických) s poloměrem $R = 1\,\mathrm{m}$, započetli jsme rozptyl rychlostí podle rozdělení (29), orientace rotačních os byly izotropní, časový krok numerické integrace jsme zvolili 36.525 dne. Tentokrát byl spočten vývoj fragmentů jen po 20 Myr.

Předpokládané drifty velké poloosy jsou jen o málo vyšší, než jsme uváděli v kapitolách 4.1 a 4.2, neboť velká poloosa asteroidu (6) Hebe je asi 0.13 AU menší než u asteroidu (170) Maria. Doba, za kterou první fragmenty dosáhnou hranic rezonancí 3:1 nebo ν_6, je tedy asi 2 Myr.

5.1 Regolitové fragmenty

Na obr. 56 je znázorněn vývoj všech 51 regolitových fragmentů v grafu $a(t)$, na obr. 57 potom na sérii grafů $e(a)$.

Fragmenty s obliquitou v intervalu $(0°, 90°)$ driftují směrem od Slunce a směřují ke 3:1 rezonanci s Jupiterem. Většina těchto fragmentů dosáhne rezonance během 2 – 6 Myr. Opět vidíme značnou část fragmentů procházet na nízkých excentricitách a pak interagovat s rezonancemi 8:3 nebo 5:2, které však také nestačí zvýšit excentricitu těmto rychle driftujícím fragmentům.

Je-li počáteční obliquita fragmentů v intervalu $(90°, 180°)$, dostanou se fragmenty díky tepelnému driftu za 2 – 10 Myr k ν_6 rezonanci, která vždy zvyšuje excentricity natolik, aby fragmenty začaly křížit dráhu Marsu, což se okamžitě projeví výraznými skoky ve velké poloose.

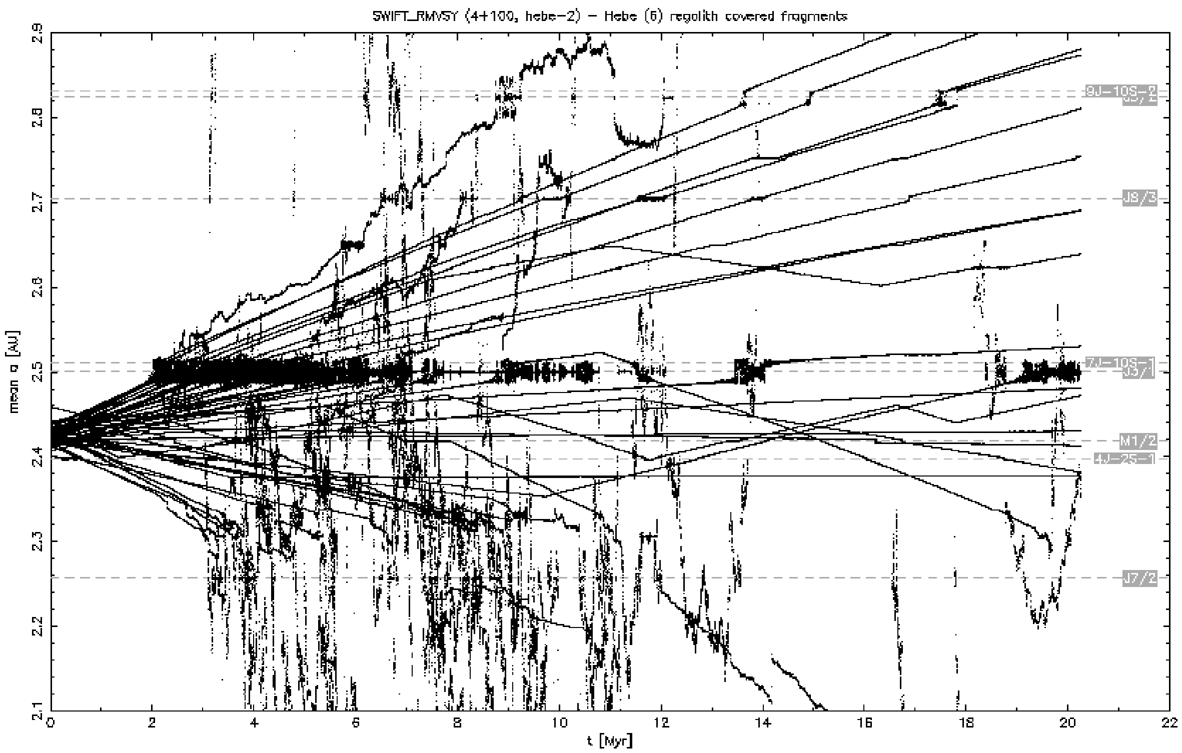
Prvních pět grafů $e(a)$ zachycuje stavy po 1 Myr, jsou na nich tedy viditelné i některé částice s vyššími excentricitami zachycené v rezonanci 3:1, které kříží dráhu Marsu. Poslední šestý graf pak ukazuje konečný stav v čase 20 Myr. Zřetelné jsou oscilace v excentricitách s amplitudou až 0.1, které způsobují, že fragmenty se přibližují, ale nekříží dráhu Marsu ještě před dosažením ν_6 rezonance. Tento výsledek se zdá být v rozporu se závěry v článku Bottke *et al.* (1999), podrobnější rozbor však ponecháváme pro další práci.

Konečné stavy. Jednoduchá statistika konečných stavů (tj. po 20 Myr) testovacích částic je uvedena v tab. 10. Kritériem pro vyřazení z integrace byla vzdálenost od Slunce větší než 1000 AU nebo hyperbolická dráha. Oproti případu fragmentů uvolněných z asteroidu (170) Maria zřetelně narostl počet těles, která byla ze sluneční soustavy vypuzena díky interakcím s vnitřními planetami. Poslední přiblížení před vyřazením z integrace bylo u 12 fragmentů k jedné z vnitřních planet, u 9 fragmentů k Jupiteru.

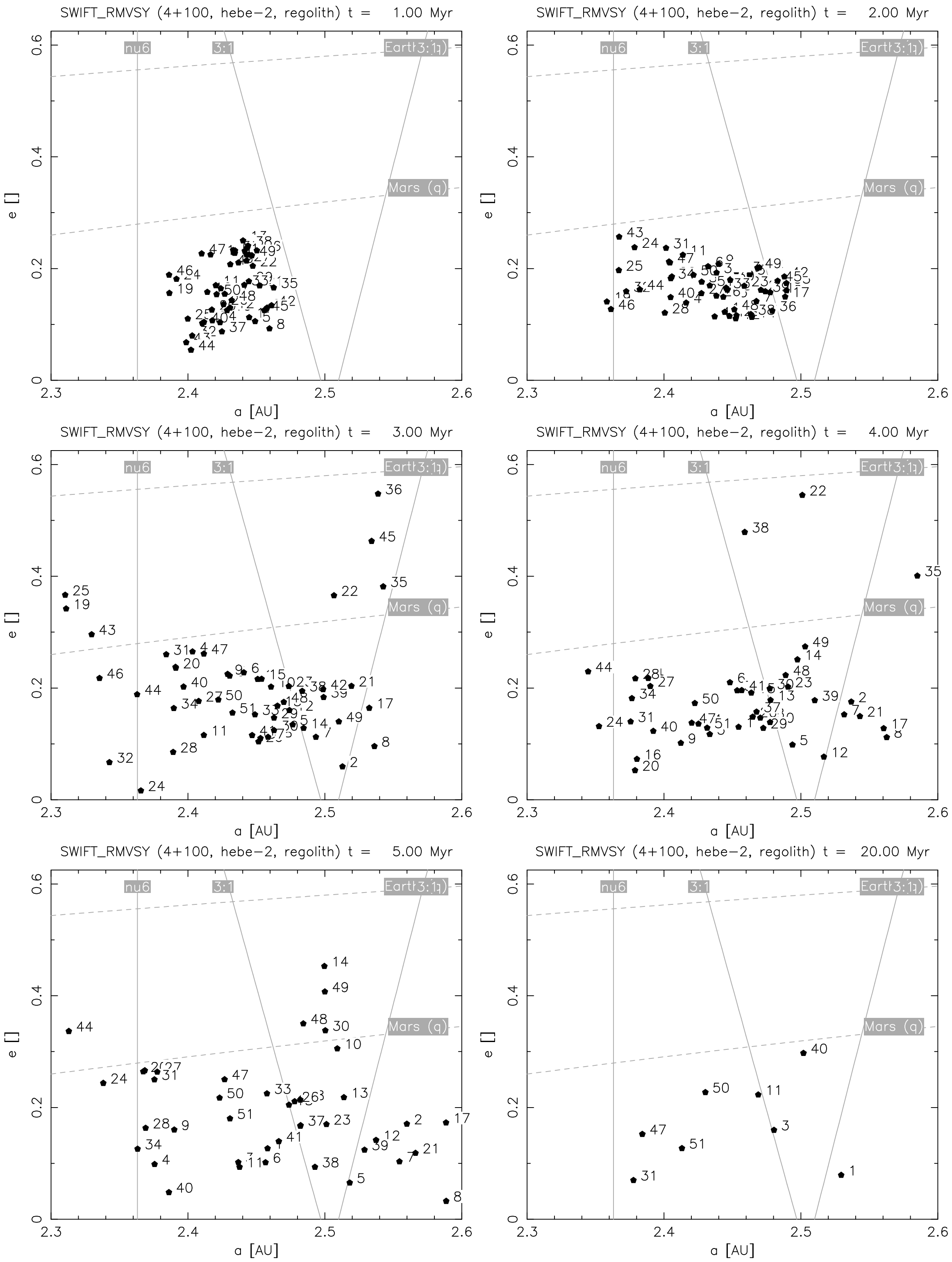
Opět se vyskytlo několik těles s pekuliární dráhou, která má malou velkou poloosu i nízkou excentricitu. Tyto dráhy ale vznikají velmi těsným přiblížením ke Slunci, které by v reálném případě skončilo zánikem asteroidu.

planeta	poslední přiblížení	počet aktivních křížičů
Merkur	3	2
Venuše	3	2
Země	3	2
Mars	3	3
Jupiter	9	
Saturn	1	
Uran	–	
Neptun	–	

Tab. 10 — Konečné stavy regolitových fragmentů po 20 Myr. V tabulce jsou uvedeny počty fragmentů, které byly vyřazeny z integrace — rozlišujeme tělesa podle toho, ke které planetě se přiblížili těsně před vyřazením. Ve třetím sloupci jsou potom počty fragmentů, které ještě vyřazené nejsou, ale v čase 20 Myr kříží dráhu dané planety.



Obr. 56 — Vývoj 51 regolitových fragmentů uvolněných z (6) Hebe na grafu $a(t)$. Vyznačeny jsou polohy hlavních rezonancí.

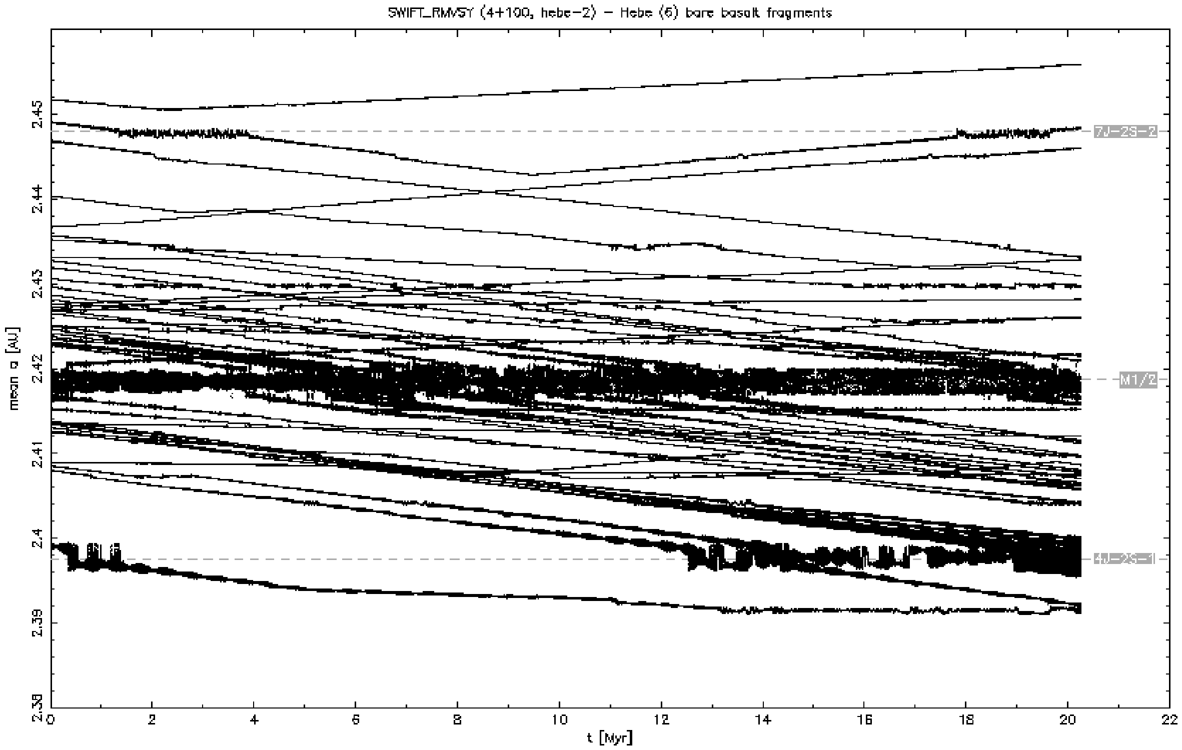


Obr. 57 — Záběry z vývoje 51 regolitových fragmentů z asteroidu (6) Hebe, jednotlivé grafy (a, e) odpovídají časům 1 Myr, 2 Myr, 3 Myr, 4 Myr, 5 Myr a 20 Myr. Vyznačeny jsou polohy rezonancí 3:1, ν_6 (pro $\sin(i) = 0.25$) a také meze, nad kterými se fragmenty stávají křížiči Marsu a Země.

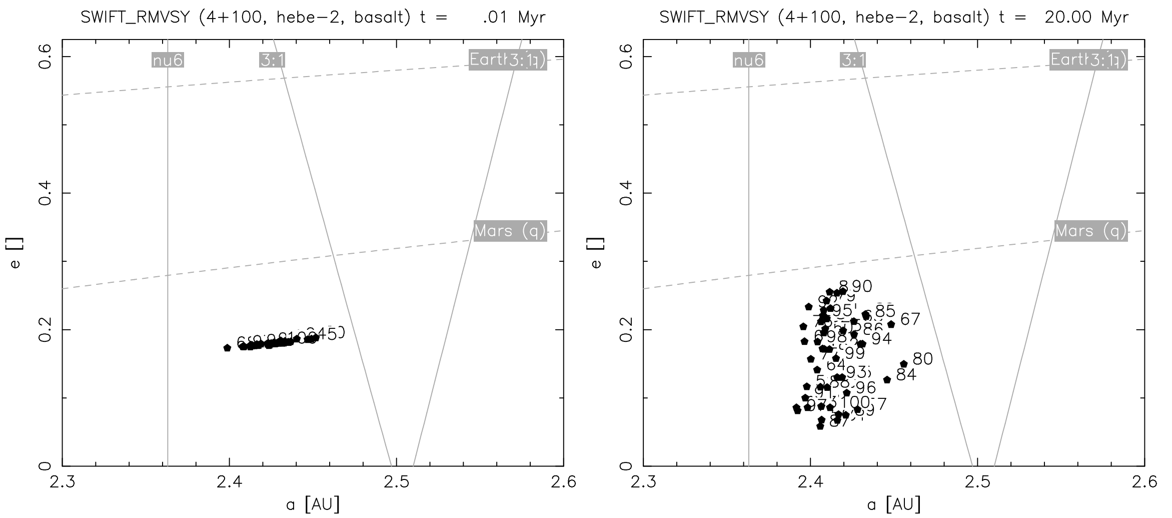
5.2 Bazaltické fragmenty

Drifty bazaltických částic nejsou dostatečné k tomu, aby během 20 Myr dosáhly některé z hlavních rezonancí. Proto jsou na obr. 59 uvedeny jen záběry počátečního a konečného stavu.

Díky malému tepelnému driftu jsou však dobrými testovacími částicemi pro zkoumání vlivu slabších rezonancí, které se nacházejí v oblasti $(2.38, 2.46)$ AU, viz obr. 58. Podle polohy (nikoli podle librace kritického úhlu) jsme identifikovali rezonance M1/2, 4J−2S−1 a 7J−2S−2, na grafu $a(t)$ jsou však znatelné i záchyty v jiných slabších rezonancích (např. na a[AU] $= 2.391, 2.404, 2.408, 2.415, 2.426, 2.430, 2.435$). Podrobněji o záchytech ve slabých rezonancích pojednává následující kapitola 5.3.



Obr. 58 — Vývoj 49 bazaltických fragmentů na grafu $a(t)$. Vyznačeny jsou polohy hlavních rezonancí. Rozsah velkých poloos je mnohem menší než na obr. 56.

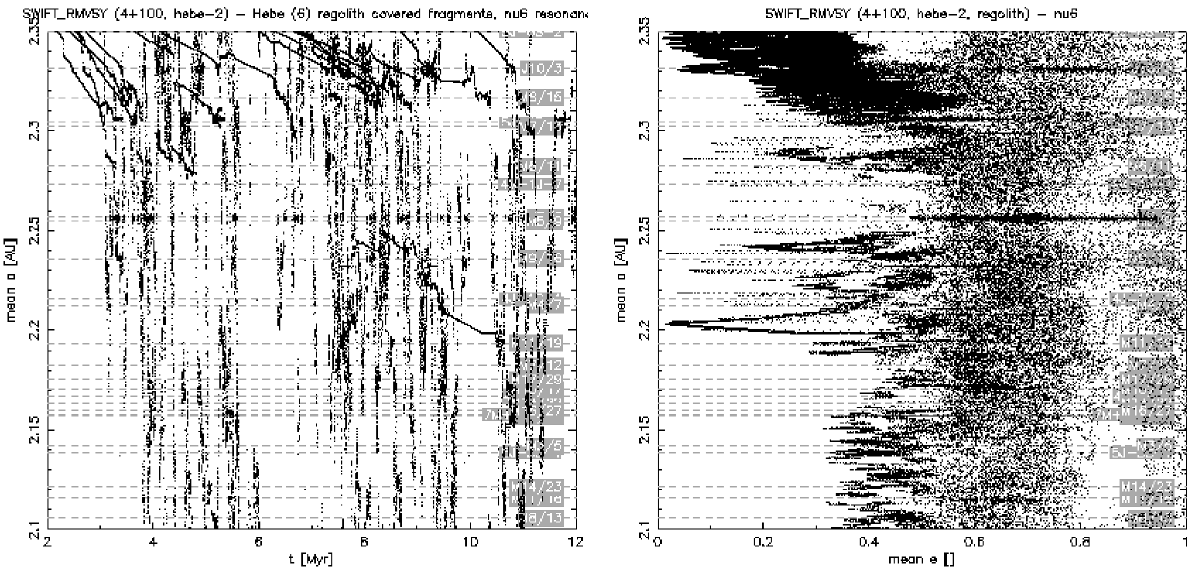


Obr. 59 — Záběry z vývoje 49 bazaltických fragmentů z asteroidu (6) Hebe, grafy (a, e) odpovídají časům 0.01 Myr a 20 Myr. Vyznačeny jsou polohy hlavních rezonancí.

5.3 Okolí některých rezonancí

Tato kapitola komentuje chování regolitových fragmentů v oblasti působení rezonancí ν_6 a 3:1. Pro bazaltické fragmenty jsou diskutovány případy rezonancí M1/2 (vnější rezonance s Marsem), $4J - 2S - 1$ a $7J - 2S - 2$.

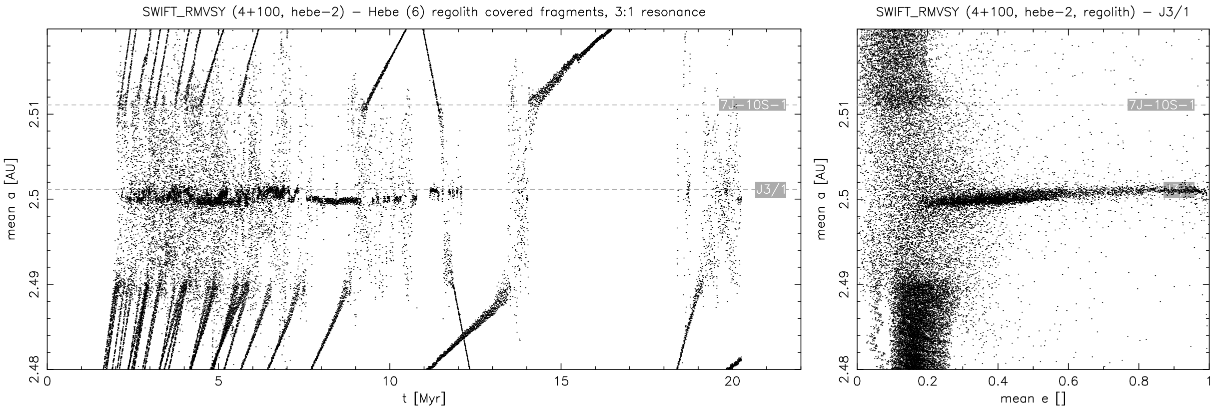
Nejprve se podívejme na oblast (2.1, 2.35) AU, kde naprosto dominuje rezonance ν_6 – viz obr. 60. Typickým projevem jsou dlouhoperiodické oscilace excentricity, která se postupně zvyšuje až na hodnoty 0.6 – 0.8, což jsou hodnoty dostatečné, aby fragmenty křížily dráhu Marsu i Země. Není pozorován jediný případ průchodu rezonancí na nízkých excentricitách. Tento výsledek je ve shodě se závěry článku Vokrouhlický & Farinella (1998a), kde však autoři uvažovali jen jednoduchý semianalytický přístup k interakci ν_6 rezonance s driftujícími tělesy. V této oblasti jsme ještě zaznamenali projevy rezonancí s Jupiterem 7:2 a 10:3 (viz komentář k obr. 60), které však pro dynamiku fragmentů nemají velký význam.



Obr. 60 — Rozsáhlá oblast, kde působí ν_6 rezonance na grafech $a(t)$, $a(e)$. V zobrazeném časovém úseku 2 – 12 Myr se do rezonance dostává nejvíce těles. Výraznější záchyty viditelné především v grafu $a(e)$ odpovídají polohám rezonancí J7/2 ($a = 2.26\,\mathrm{AU}$) a J10/3 ($a = 2.33\,\mathrm{AU}$).

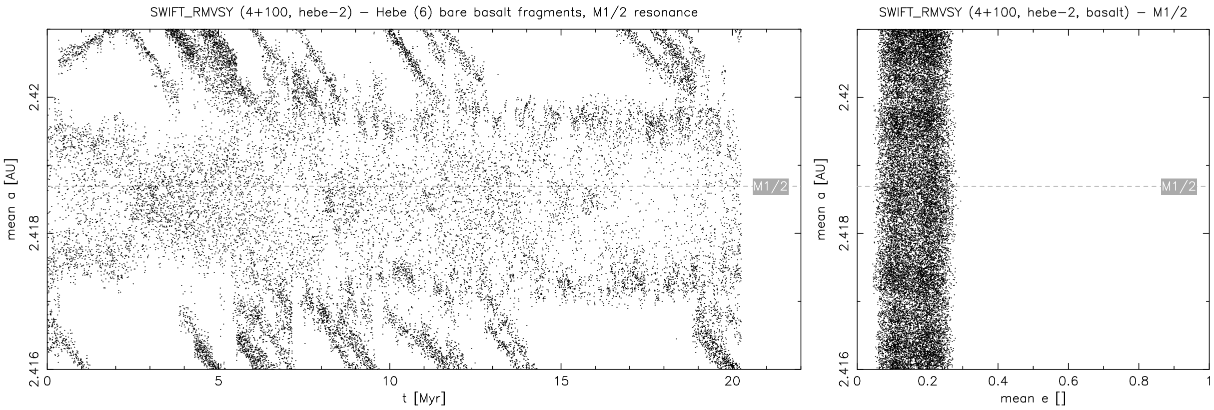
Těsné okolí 3:1 rezonance ukazuje obr. 61. Většina těles přichází z nižších velkých poloos, pouze jeden fragment se po reorientaci vrací a prochází rezonancí opačným směrem. Vnitřní hranici rezonance překročilo 24 asteroidů, 11 z nich rezonancí prošlo a jejich excentricita nevzrostla. Na grafu $a(e)$ se zdá, že dokonce mírně poklesla střední hodnota excentricity mezi fragmenty, amplituda oscilací se naopak mírně zvýšila.

Srovnáme-li poměr procházejících fragmentů z Hebe (11/24) s poměrem fragmentů uvolněných z asteroidu Maria (12/25, viz kapitolu 4.3) nezjišťujeme žádnou výraznou závislost na směru průchodu rezonancí. V obou případech, ať se regolitový fragment přibližuje ke 3:1 rezonanci z nižších $a < 2.5\,\mathrm{AU}$ nebo z vyšších $a > 2.5\,\mathrm{AU}$, pozorujeme asi 50 % částic, které rezonancí „projdou“.



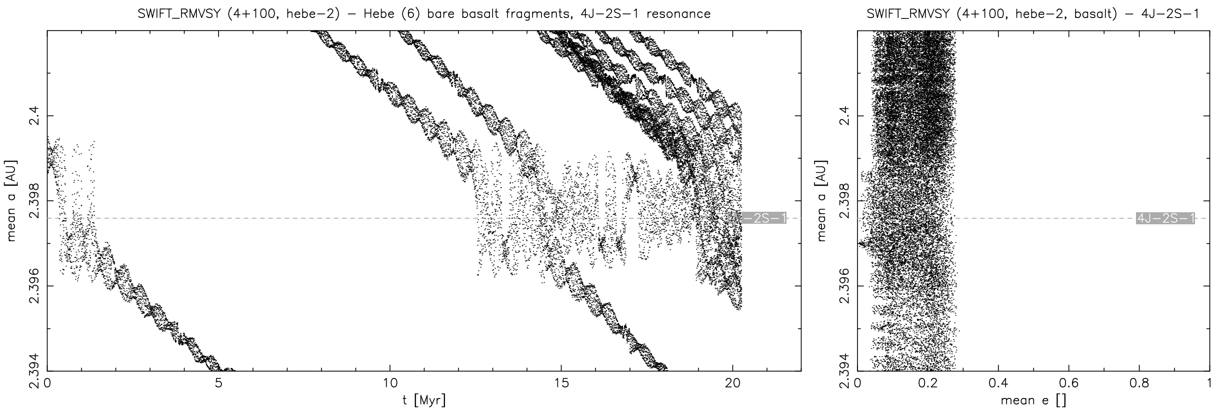
Obr. 61 — Okolí rezonance 3:1 s Jupiterem. Vyznačeny jsou polohy všech regolitových fragmentů, které oblastí procházely během 20 Myr.

Bazaltické fragmenty, jak jsme již zmínili výše, nedosáhly za 20 Myr díky nižšímu tepelnému driftu oblasti rezonance 3:1 nebo ν_6. Oblast, kde se zatím pohybují, je však bohatá na rezonance jiné, slabší, které se projeví záchytem, ale nestačí přitom vrůst excentricita. Na obr. 62 vidíme okolí vnější rezonance 1:2 s Marsem. Rezonance je lokalizována jen 0.005 AU od dráhy asteroidu (6) Hebe, a proto velká část fragmentů s touto rezonancí interaguje. Záchyty v rezonanci jsou různě dlouhé – od 0.5 do 5 Myr.



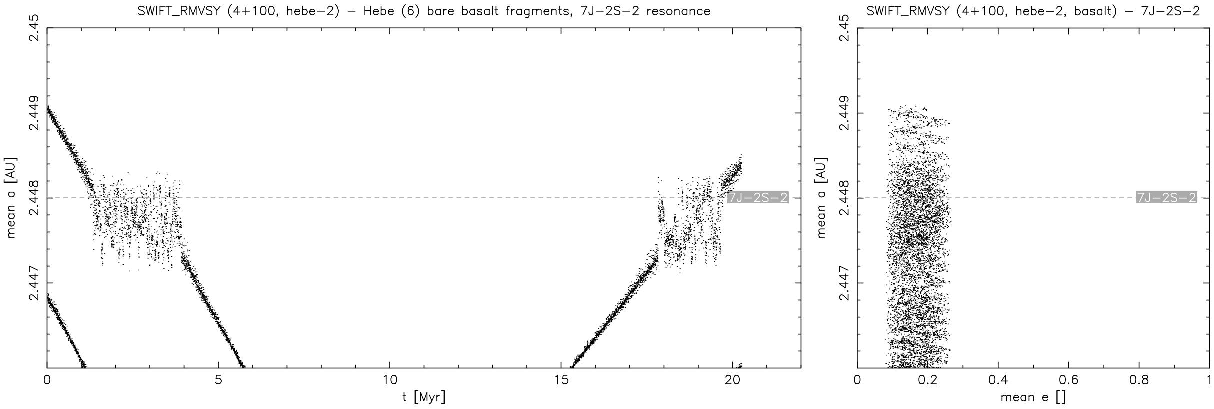
Obr. 62 — Okolí vnější rezonance 1:2 s Marsem. Vyznačeny jsou polohy všech bazaltických fragmentů, které oblastí procházely během 20 Myr.

Podobně se projevuje i rezonance Jupiter-Saturn-asteroid 4J − 2S − 1, jejíž okolí je na obr. 63. Větší počet testovacích částic, který by nám dovolil přesnější určení typické doby trvání záchytu, však k rezonanci dodriftuje v časovém úseku 20 – 30 Myr, který není pokryt touto integrací.



Obr. 63 — Okolí rezonance Jupiter-Saturn-asteroid 4J − 2S − 1 pro všechny bazaltické fragmenty, které oblastí procházely.

Poslední ukázkou je rezonance 4J − 2S − 1, v níž jsou pozorovatelné zatím pouze dva záchyty trvající 3 Myr a 2 Myr, což je příliš malý počet, abychom mohli usuzovat na typické doby záchytu.



Obr. 64 — Oblast rezonance 7J − 2S − 2 s Jupiterem a Saturnem. Za dobu 20 Myr došlo k záchytu pouze u dvou bazaltických fragmentů.

Význam slabších rezonancí (nejen těchto tří identifikovaných, ale i velkého množství dalších, které byly viditelné na obr. 58) spatřujeme v tom, že jsou schopné zachytit bazaltické částice s průměrem $R = 1\,\mathrm{m}$ na dobu řádově několik Myr. Pro asteroidy s větším průměrem a pomalejším driftem, může být tato doba delší, a podstatně ovlivnit dobu transportu do rezonance ν_6 nebo 3:1.

Jedním z námětů pro budoucí práci bude právě zpracování většího množství testovacích částic s malými tepelnými drifty (tj. i s většími poloměry) a přesnější kvantifikace vlivu slabých rezonancí na jejich drift k silným rezonancím hlavního pásu.

6. (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58

Práce na tématu této kapitoly byla motivována dvěma články publikovanými před několika lety: Milani & Farinella (1995) a Knežević *et al.* (1997), Pojednávají o několika asteroidech rodiny Koronis, jež se nacházejí velmi blízko (10^{-3} AU) hranice rezonance 5:2 s Jupiterem a některé z nich (jmenovitě (2953) Vysheslavia) vykazují velmi krátké životní doby (10 Myr). Naším záměrem bylo zopakovat numerické integrace orbitálního vývoje se započtením tepelných efektů a porovnat je s předchozími výsledky. V kapitole 6.1 tedy přinášíme stručný přehled výsledků a závěrů prezentovaných v těchto článcích.

V kapitole 6.2 jsou rozebrány výsledky našich numerických integrací asteroidů (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR 58 a jejich klonů a to jak se započtením Yarkovského efektu i bez něho. Poslední kapitola 6.3 je věnována diskuzi, závěrům, možným řešením a také námětům pro budoucí práci.

6.1 Dřívější práce

V článku Milani & Farinella (1995) byl studován orbitální vývoj několika asteroidů z rodiny Koronis, jejichž dráhy leží blízko vnějšího okraje silné rezonance středního pohybu 5:2 s Jupiterem na $a \simeq 2.82$ AU. Bývalí členové rodiny Koronis, kteří se přímo dostali do rezonance při impaktu, jež dal rodině vzniknout, již byli dávno z této oblasti odstraněni díky silným perturbacím a přiblížením k Jupiteru během ≈ 1 Myr. Je však možné, že některé fragmenty byly uloženy na částečně stabilní dráhy, takže se stále nacházejí v blízkosti 5:2 rezonance, a zároveň se jejich nestabilita projeví během dlouhodobých numerických integrací.

Programem ORBIT8V byly tedy počítány dráhy asteroidů 1835, 2953, 3016, 4123, 4926, 1990 JN1 a 1985 TB1 po dobu několika desítek Myr. Jediným nestabilním případem byla (2953) Vysheslavia, která je ostatně k 5:2 rezonanci nejblíže. Pro tento asteroid, jež vykazoval znaky stabilního chaotického chování, bylo dále integrováno 18 klonů, aby se ze statistického hlediska mohl posoudit budoucí orbitální vývoj — 8 z 18 klonů spadlo do rezonance v době kratší než 10 Myr, pro další 3 klony integrace pokračovala, do 50 Myr však všechny skončily v rezonanci. Šířka chaotické zóny, ve které se Vysheslavia nachází je pouhých 10^{-3} AU, orbitální velká poloosa je však díky dlouhodobým astrometrickým pozorováním známa s přesností 10^{-4} AU. Výsledky naznačují typickou životní dobu Vysheslavie pouhých 10 Myr, s velkou pravděpodobností neobíhá po současné dráze déle než 100 Myr.

Implikace pro historii rodiny Koronis. Jaké má tato krátká životní doba asteroidu (2953) Vysheslavia důsledky pro rodinu Koronis, do které patří? Můžeme říci, že celá rodina je mladší než 100 Myr? Autoři nabízejí několik hypotéz, jež by vysvětlili nejen pekuliární dráhu Vysheslavie, ale také *vlastnosti rodiny Koronis.*

Celková hmotnost asteroidů rodiny naznačuje, že mateřské těleso mělo průměr ≈ 100 km. Typická životní doba před srážkou takového asteroidu je v hlavním pásu asi 7 Gyr. Protože známe asi 200 asteroidů větších než 100 km a současně mnohem méně rodin, které by odpovídaly rozpadům těchto těles, tak početná a výrazná rodina jakou je Koronis může být velmi mladá. V protikladu s tím je sondou Galileo pozorované kráterování na planetce (243) Ida, což je jeden z největších členů Koronis. Hustota kráterů totiž odpovídá věku ≈ 1 Gyr. Další pozoruhodnou skutečností je distribuce velikostí členů rodiny, neboť známe osm těles blízko horní hranice 40 km, chybí zde jedno těleso výrazně větší než všechna ostatní.

- Jedním z možných vysvětlení je *sekundární impakt*, který by zničil největší těleso rodiny. Původní mateřský asteroid by potom měl průměr 200 km a impakt by se mohl odehrát před 2 Gyr, sekundární rozpad před 100 Myr by postihnul těleso o průměru ≈ 100 km. V tomto případě by (243) Ida byla tělesem první generace a (2953) Vysheslavia mladý fragment generace druhé. Pokud budeme předpokládat sekundární rozpad tělesa jen ≈ 50 km velkého, nevyřešíme rozdělení velikostí, ale pomůže nám to vysvětlit životní doby asteroidů. Přesto se zdá být pravděpodobnost rozpadu tak velkého asteroidu v posledních 100 Myr jen 5 % (viz Milani & Farinella, 1995); během 4.5 Gyr životní doby sluneční soustavy musí totiž dojít ke dvěma velkým srážkám v rodině Koronis, a to není vysoce pravděpodobné.
- Posun do současné nebezpečné zóny jinými procesy, např. *nedestruktivní srážka* s asteroidem hlavního pásu může vést ke změně velké poloosy o $2 \cdot 10^{-4}$ AU. V případě kolize přímo s členem rodiny Koronis se může velká poloosa změnit až o 10^{-3} AU. V obou případech se zdá změna velké poloosy příliš

malá, aby se asteroid (2953) Vysheslavia posunul z „bezpečného“ místa na současnou metastabilní dráhu.

- *Přiblížení k Ceresu* mohou vést ke změně velké poloosy $\approx 10^{-3}$ AU během existence sluneční soustavy. Pravděpodobnost, že k takovému těsnému průletu dojde v posledních 100 Myr je tedy jen 1 %.
- Asteroid také může být *cizím objektem* nepatřícím do rodiny Koronis, který obíhal původně po dráze kometárního typu a v posledních 100 Myr byl implantován do rodiny Koronis. Tomu však odporuje vysoká hustota rodiny asteroidů vzhledem k pozadí hlavního pásu a také současná nízká excentricita a sklon dráhy. Více by napovědělo spektroskopické pozorování — spektrální typ odlišný od ostatních členů rodiny by tuto hypotézu podporoval.

Novější práce Kneževič *et al.* (1997) pojednává o dvou dalších členech rodiny Koronis 1991 UA2 a 1993 FR58, jejichž dráhy byly díky astrometrickým pozorováním velmi zpřesněny. Zatímco orbitální vývoj 1991 UA2 vypadá pravidelně a stabilně, chování 1993 FR58 vykazuje typický stabilní chaos, nicméně během integrace trvající 50 Myr nespadne do rezonance. Nepodařilo se tedy nalézt další těleso s podobně krátkou životní dobou jako má (2953) Vysheslavia a vyloučit tím hypotézy o jisté výlučnosti tohoto asteroidu.

Přesto zůstává otevřený problém pravděpodobného velkého stáří rodiny Koronis a metastabilní dráhy jejího člena – Vysheslavie. Jaký jiný mechanismus by ji mohl na současnou dráhu dopravit?

6.2 Orbitální vývoj asteroidů (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58

Naším prvním záměrem bylo spuštění několika testovacích běhů bez započítání tepelných sil, abychom přesně zopakovali některé výsledky publikované v článku Kneževič *et al.* (1997) a mohli poté porovnat, jak se změní orbitální vývoj asteroidů, začnou-li tepelné síly působit.

Počáteční podmínky. Autoři článku nám poskytli počáteční podmínky pro numerické integrace. Počáteční elementy dráhy testovacích částic pro epochu 2450000.5 (Oct. 10 1995) a ekliptiku J2000.0 jsou uvedeny v tab. 11. Počáteční podmínky pro planety shrnuje tab. 12, použité hmotnosti planet jsou v tab. 13 (zdrojem byla patrně efemerida DE403).

asteroid	a [AU]	e []	i [°]	ω [°]	Ω [°]	M [°]
(2953) Vysheslavia	2.8285426	0.0214657	1.07030	13.45195	251.83611	253.03192
1991 UA2	2.8308008	0.0302394	1.09000	210.89036	303.82036	184.46377
1993 FR58	2.8322749	0.0894712	1.01236	190.78036	237.04962	298.48064

Tab. 11 — Počáteční elementy drah asteroidů, epocha 2450000.5.

Orbitální elementy 4 klonů pro každý asteroid byly vytvořeny změnou velké poloosy o +0.001 AU (pro asteroid (2953) Vysheslavia) nebo −0.001 AU (1991 UA2, 1993 FR58). S tímto rozložením testovacích asteroidů se budeme snažit zmapovat prostor okolo reálných těles.

a [AU]	e []	i [°]	ω [°]	Ω [°]	M [°]
.3870981687	.2056409518	7.00522131	29.1138808	48.3366265	334.18176132
.7233302589	.0067406944	3.39481240	54.7623245	76.6916158	96.03522208
.9999892694	.0167504472	.00051835	117.5694142	345.4163055	275.20711676
1.5237606005	.0933764710	1.85005003	286.4303735	49.5745143	290.07750045
5.2024651071	.0484029017	1.30463707	275.2441445	100.4697061	250.33307890
9.5517920529	.0523353158	2.48540245	337.3153449	113.6444013	267.25484458
19.2934568720	.0448362005	.77332890	102.5552393	74.0867669	118.40584733
30.2582035933	.0079834915	1.77009560	231.2849840	131.7748206	292.50401417
39.7980953111	.2544099743	17.12042863	114.2951275	110.3865961	8.25563829

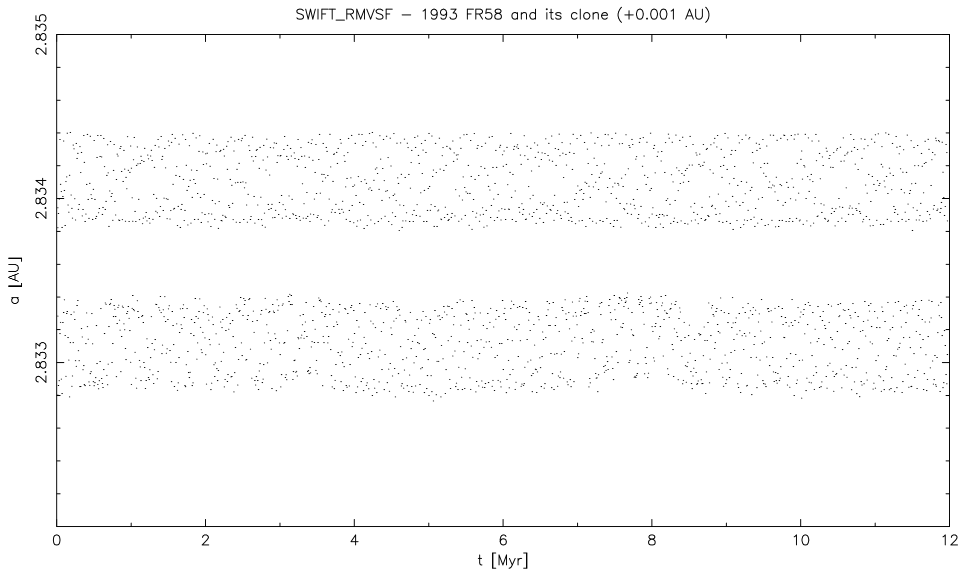
Tab. 12 — Počáteční elementy drah planet, epocha 2450000.5.

V dalších výpočtech jsme uvažovali jen *čtyři vnější planety* (Jupiter – Neptun). V úvahu jsme však vzali nepřímý vliv vnitřních planet — polohu Slunce jsme změnili tak, aby se nacházelo v těžišti vnitřní sluneční soustavy (tj. těles Slunce a planety Merkur až Mars) a hmotnost Slunce jsme zvětšili o celkovou hmotnost vnitřních planet. Následně je třeba změnit heliocentrické orbitální elementy ostatních planet a všech asteroidů. Tuto změnu počátečních podmínek nazýváme *barycentrická korekce.* Podrobněji viz Milani & Kneževič (1994).

planeta	GM
Slunce	.2959122082855911E-03
Merkur	.4912547451450812E-10
Venuše	.7243452486162703E-09
Země	.8997011346712499E-09
Mars	.9549535105779258E-10
Jupiter	.2825345909524226E-06
Saturn	.8459715185680659E-07
Uran	.1292024916781969E-07
Neptun	.1524358900784276E-07
Pluto	.2188699765425970E-11

Tab. 13 — Hmotnosti (součin GM) Slunce a planet. Efemerida DE403 a DE405 udává stejné hodnoty.

Testovací integrace. Pro první testovací integraci programem `swift_rmvsf` (bez tepelných efektů ale s filtrací elementů) jsme vybrali těleso 1993 FR58, pro které byl ve výše uvedeném článku zobrazen orbitální vývoj po dobu 50 Myr. V tomto případě jsme zvolili poměrně malý časový krok 12.175 dne (obvykle užívaná hodnota je 36.525 dne) a integrovali jsme po dobu 12 Myr. Časový vývoj velké poloosy je na obr. 65.

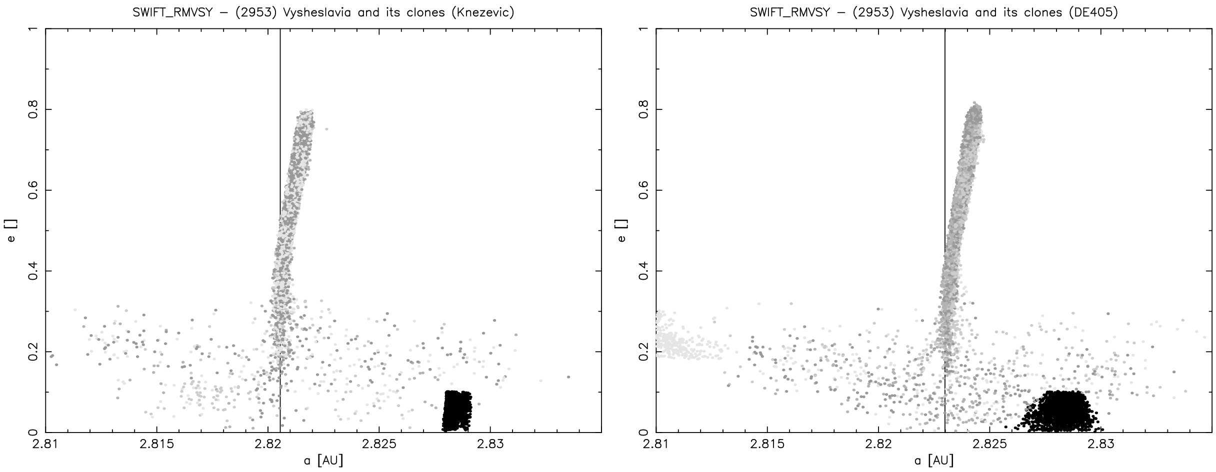


Obr. 65 — Vývoj střední velké poloosy asteroidu 1993 FR58 a jeho klonu s pozměněnou velkou poloosou ($\Delta a = +0.001$ AU). Časový krok v tomto grafu je 10 kyr.

Vidíme, že amplituda změn velké poloosy dosahuje $5 \cdot 10^{-4}$ AU, podobně je tomu v Kneževič *et al.* (1995), tam je však prvních 10 Myr patrný tzv. stabilní chaos.

Poloha rezonance 5:2. V dalším testu jsme se zaměřili na polohu rezonance 5:2 s Jupiterem vzhledem k uvažovaným asteroidům. Vybrali jsme asteroid (2953) Vysheslavia a 4 klony, každý posunutý o -0.002 AU směrem k 5:2 rezonanci. Tentokrát byl výpočet proveden programem `swift_rmvsy`, tedy se započtením Yarkovského efektu, který však nemá na krátkých časových škálách (na nichž probíhají testovací integrace) velký význam.

Počáteční podmínky pro planety jsme uvažovali dvojí — nejprve jsme počítali s již dříve uvedenými v tab. 12, ale poté jsme výpočet zopakovali s počátečními polohami a rychlostmi získanými efemeridou DE405. Integrace pokrývala 16 Myr, resp. 20 Myr, integrační krok byl v obou případech 36.525 dne. Výsledky jsou znázorněny na obr. 66.

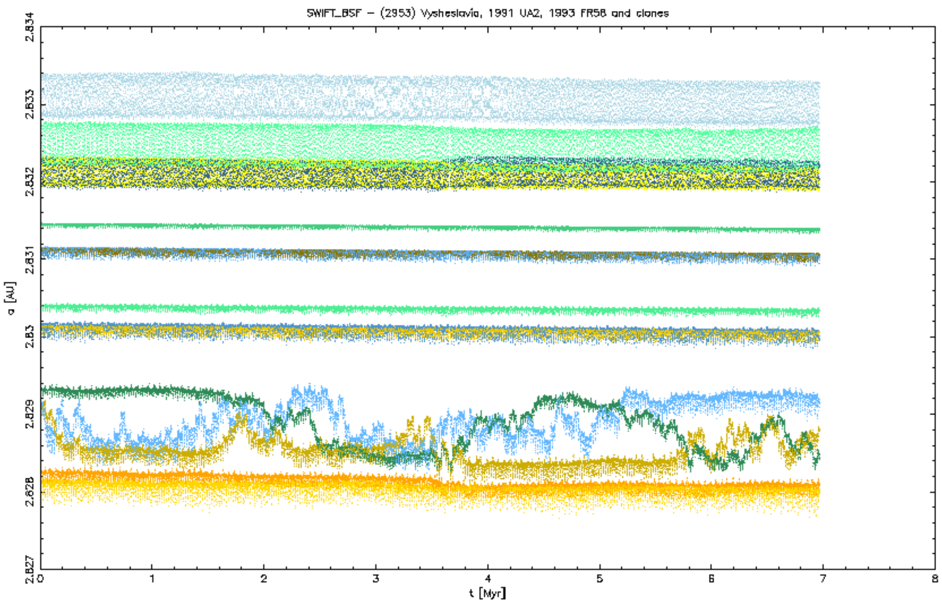


Obr. 66 — Graf závislosti střední excentricity na střední velké poloose, body jsou vynášeny každých 10 kyr. Jednotlivá tělesa odlišuje barva (stupeň šedi) — samotná (2953) Vysheslavia je nejtmavší. Vlevo počáteční podmínky pro planety dle tab. 12, vpravo podle DE405.

Poloha rezonance 5:2, která se projevuje výrazným vzrůstem excentricity (až na hodnoty 0.8) pro klony blízké resonanci, je zřetelně patrná. Viditelná je také závislost polohy rezonance na excentricitě, pro vyšší excentricity působí rezonance na větších velkých poloosách. Mezi grafy je evidentní rozdíl v poloze rezonance asi 0.003 AU, který je nejspíše způsoben jinou velkou poloosou Jupitera (DE405 uvádí 5.207 AU, tj. rozdíl +0.005 AU), která vede k odpovídajícímu posunu rezonance směrem ven, tj. blíže k (2953) Vysheslavii. Pro libovolnou rezonanci středního pohybu totiž platí

$$\frac{\delta a_{\mathrm{J}}}{a_{\mathrm{J}}} = \frac{\delta a_{\mathrm{res}}}{a_{\mathrm{res}}}\,,$$

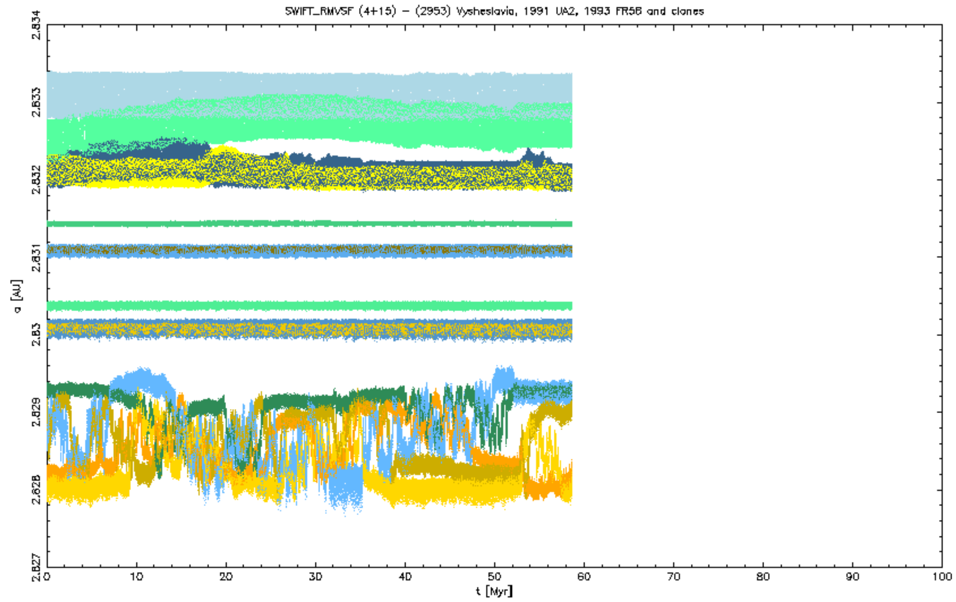
kde a_{J} značí velkou poloosu planety, v našem případě Jupitera, δa_{J} příslušná změna velké poloosy, podobně a_{res}, δa_{res} je pro polohu rezonance. Na planetce (2953) Vysheslavia se blízkost rezonance projevuje většími amplitudami oscilací ve velké poloose, ale ani po 16 Myr nedošlo k pádu do rezonance.



Obr. 67 — Vývoj velkých poloos asteroidů (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58 a jejich klonů počítaný integrátorem `swift_bsf` (bez působení tepelných sil). Integrace pokrývá jen krátký časový úsek 7 Myr.

Typ integrátoru. Posledním typem testu, který jsme provedli je změna integrátoru — zkusili jsme použít integrátor Burlisch – Stoer. Integrátor `swift_rmvs3` totiž může v závislosti na konfiguraci systému efektivně mírně změnit počáteční podmínky (Farinella, osobní sdělení), čehož jsme se chtěli vyvarovat. K testu jsme použili integrátor `swift_bsf`, což je upravený `swift_bs`, (součást balíku SWIFT) tak, aby výstupem byly vyfiltrované, střední orbitální elementy. Lokální relativní chybu jsme stanovili menší než 10^{-8}.

Srovnáme-li obr. 67 např. s obr. 68 (integrátor `swift_rmvsy` bez tepelných efektů) vidíme, že počáteční podmínky zůstávají nezměněny. Nedochází k žádnému znatelnému posunu ve velkých poloosách, také kvalitativní chování asteroidů zůstává stejné.



Obr. 68 — Vývoj velkých poloos asteroidů (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58 a jejich klonů počítaný integrátorem `swift_rmvsf` (bez působení tepelných sil).

Musíme říci, že se nám nepodařilo přesně zopakovat integrace asteroidu (2953) Vysheslavia z práce Milani & Farinella (1995), i když kvalitativně je chování drah asteroidů vystiženo dobře. Příčin může být více: použili jsme zcela jiný numerický integrátor, jiný časový krok a také jiný typ počítače, což vede k odlišným zaokrouhlovacím chybám. Navíc je třeba si uvědomit, že se planetka nachází na chaotické dráze, takže uvedené rozdíly se projeví mnohem výrazněji. Zdá se tedy, že k interpretaci problému budeme muset přistoupit statisticky a integrovat vždy více testovacích částic s velmi blízkými počátečními podmínkami. Přesto fakt, že ani Vysheslavie ani žádný z jejich blízkých klonů (viz dále) nikdy „nespadl“ do 5:2 rezonance je v rozporu s výsledky v Milani & Farinella (1995). Skutečné řešení tohoto problému zatím zůstává otevřené.

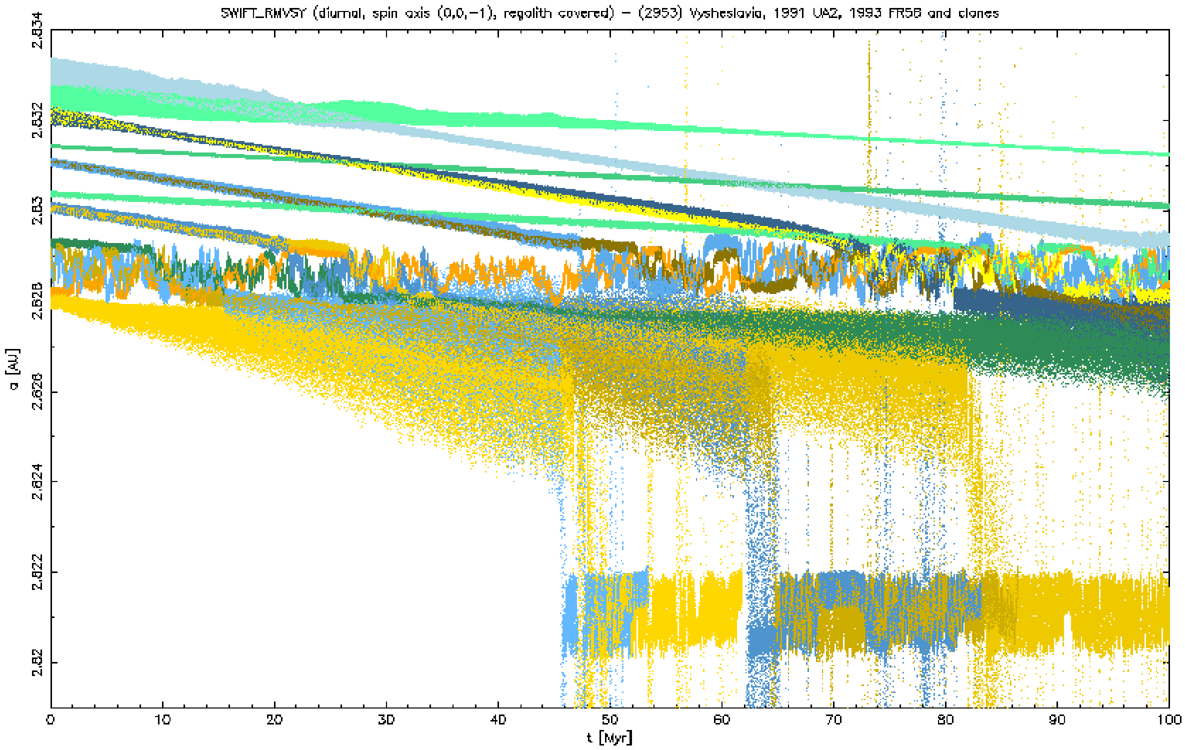
Regolitem pokryté asteroidy s rotační osou $(0, 0, -1)$**.** V tomto odstavci jsou shrnuty výsledky integrace systému 4 planet 15 nehmotných těles (tří výše uvedených reálných asteroidů a jejich klonů). Další předpokládané fyzikální parametry asteroidů uvádí tab. 14. Tepelné parametry byly podle tab. 1 zvoleny tak, že odpovídají asteroidům s povrchovou vrstvou regolitu, tj. nízkou tepelnou vodivostí. Rotační osa byla orientována $(0, 0, -1)$ tedy tak, aby byl potlačen roční Yarkovského efekt a převažovala denní varianta tepelného efektu (sklony drah k ekliptice jsou asi 1°).

Poloměry asteroidů byly spočteny ze známých absolutních magnitud uvedených v (Bowell 1999) a předpokládaného albeda 0.2 (Vysheslavia je nejspíše asteroid typu S, viz Knežević *et al.* (1997)). Převodní vztahy jsou uvedeny např. v Bowell *et al.* (1989). Rotační periody byly odhadnuty právě z poloměrů. Pro tyto tři asteroidy nejsou k dispozici žádné přesnější informace o velikosti, rotaci a poloze pólu.

Předpokládané lineární drifty ve velké poloose se podle kapitoly 2.5 pohybují v řádu 10^{-5} až 10^{-4} AU/Myr.

asteroid	R [m]	P [h]
(2953) Vysheslavia	7500	10
1991 UA2	2800	5
1993 FR58	3000	5

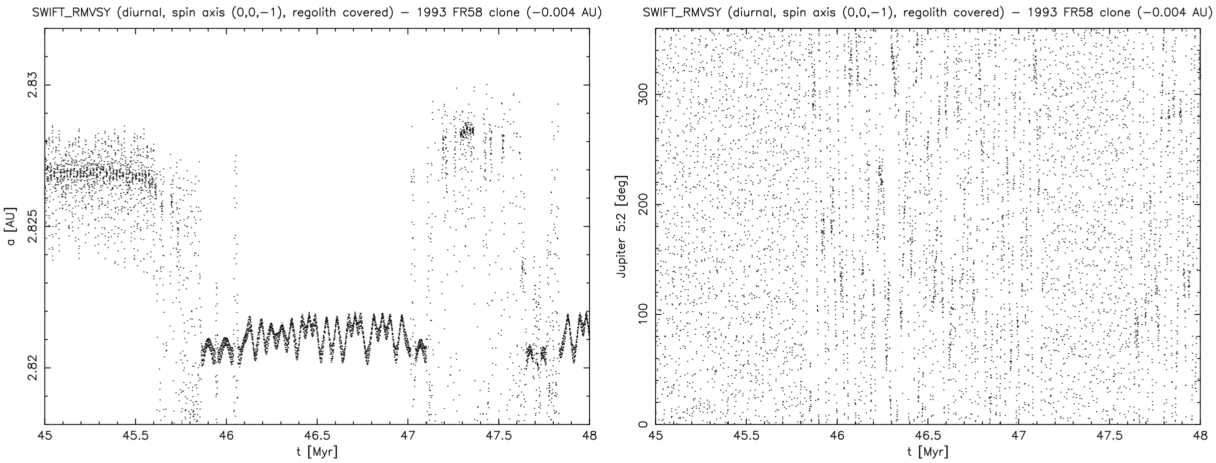
Tab. 14 — Předpokládané poloměry R a rotační periody P asteroidů.



Obr. 69 — Velká poloosa v závislosti na čase pro asteroidy (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58 a jejich klony, pokryté regolitem, rotační osa $(0, 0, -1)$.

Graf $a(t)$ pro všechny asteroidy je na obr. 69. Je na něm viditelných několik oddělených oblastí, některé jsou patrné i na obr. 68 bez tepelných efektů:

- 2.82–2.822 AU — Oblast rezonance 5:2 s Jupiterem, ve které dochází k velkým oscilacím v excentricitě a k jejímu rychlému nárůstu až na 0.8. Životní doba asteroidu v rezonanci je od 5 Myr až po 20 Myr.
- 2.822 – 2.824 AU — V této oblasti se asteroidy zdrží velmi krátkou dobu ($<$ 100 kyr) těsně před pádem do rezonance.
- 2.824 – 2.828 AU — Oblast ve které asteroidy pomalu driftují k rezonanci, čím jsou k ní blíže, tím výraznější jsou oscilace velké poloosy.
- 2.828 – 2.829 AU — Zóna tenká 0.001 AU, ve které může dojít ke dlouhému *záchytu*. Velká poloosa prodělává chaotické změny, ale zůstává přitom uvnitř této oblasti — takové chování bylo popsáno např. v Milani *et al.* (1997) a nazýváme jej *stabilní chaos*. Podrobnější rozbor této oblasti prostoru bude následovat.
- 2.829 – 2.832 AU — Poměrně klidná oblast, kde amplitudy velké poloosy nepřesahují 0.0002 AU a tělesa driftují k chaotické zóně.
- 2.832 – 2.834 AU — Oblast podobná předchozí, jen amplitudy změn velké poloosy jsou asi dvakrát větší. Poslední dvě oblasti nemají ostrou hranici a plynule přecházejí jedna ve druhou.

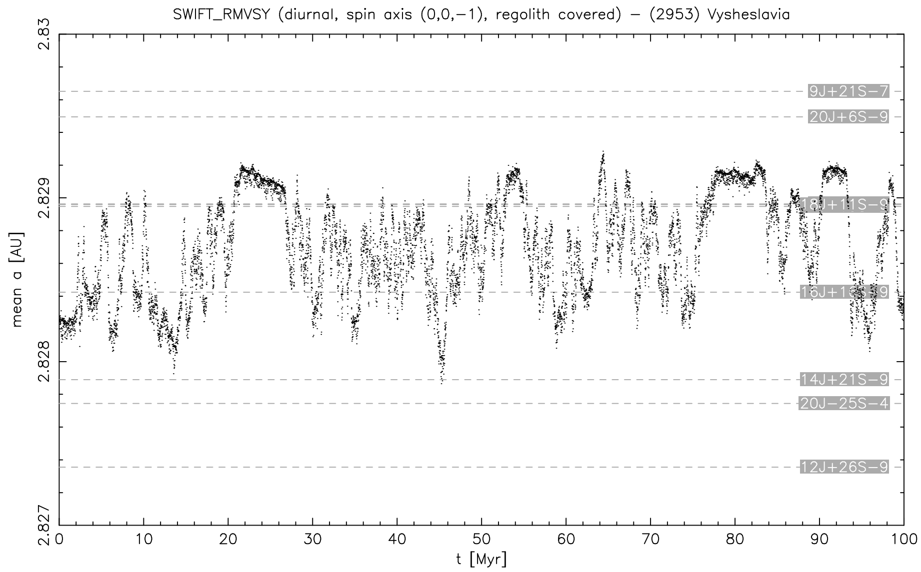


Obr. 70 — Vybraný detail grafu $a(t)$ pro čtvrtý klon 1993 FR58 (počáteční velká poloosa je posunuta o 0.004 AU směrem ke hranici rezonance) a odpovídající kritický úhel 5:2 rezonance s Jupiterem.

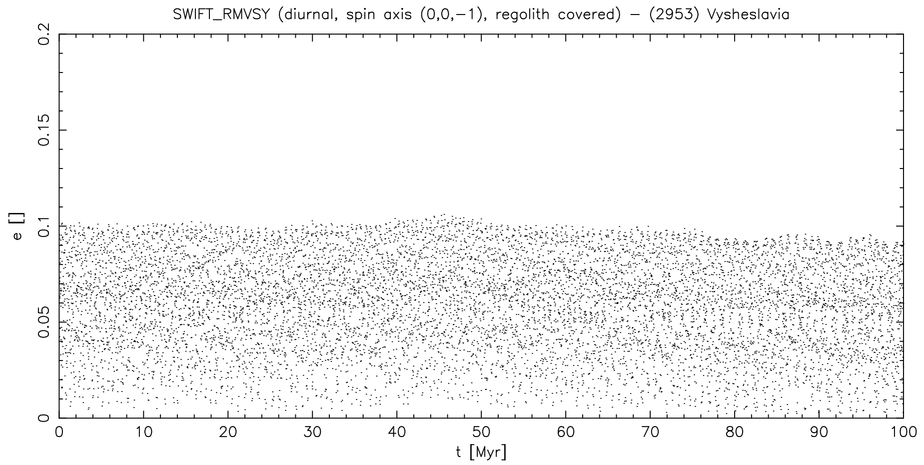
Detail z grafu $a(t)$ pro jeden z klonů byl vybrán proto, abychom mohli ukázat jeden z projevů rezonance středního pohybu — libraci odpovídajícího kritického úhlu. Časový krok 432 yr je však asi příliš dlouhý, aby byla librace kritického úhlu této rezonance zřetelněji vidět (pro sekulární rezonance je ale dostatečný).

Pro tři vybraná tělesa byly grafy $a(t)$ vykresleny zvlášť, abychom na nich mohli ukázat tři kvalitativně různé typy chování asteroidů:

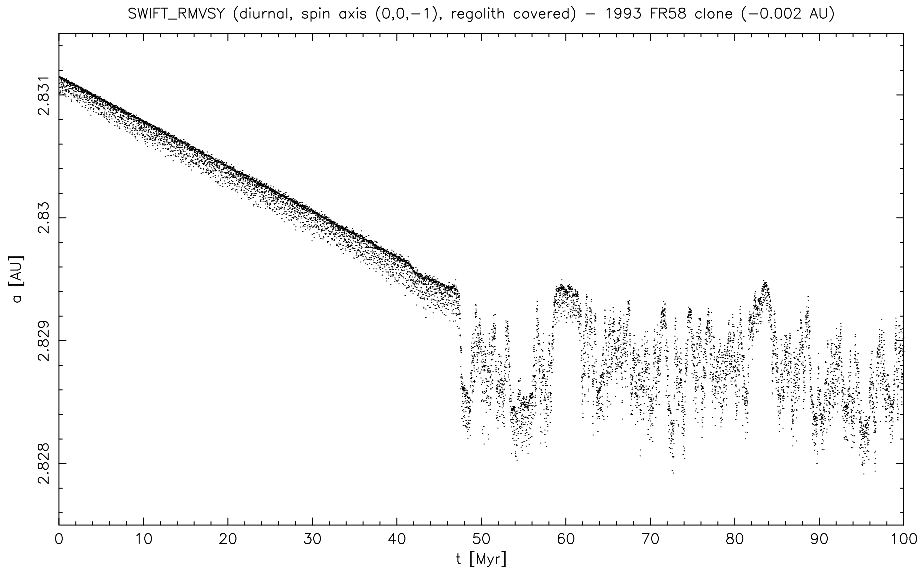
- Obr. 71 — Samotná (2953) Vysheslavia zůstává po celou dobu integrace 100 Myr uvnitř chaotické zóny (viz malý rozsah hodnot velké poloosy na grafu $a(t)$).
- Obr. 73 — Klon asteroidu 1993 FR58 (−0.002 AU) se na počátku nachází poměrně daleko od chaotické zóny. Trvá 50 Myr, než dodriftuje do oblasti chaotické zóny a po zbytek integrační doby v ní zůstává zachycen. Záchyt trvá delší dobu, než by odpovídalo driftu skrz chaotickou zónu, jako tomu je v následujícím případě.
- Obr. 75 — Klon asteroidu 1993 FR58 (−0.003 AU) je podobně jako předchozí asteroid vně chaotické zóny, i když poněkud blíže. Průchod chaotickou zónou je však velmi rychlý a přibližně odpovídá době, po kterou by těleso driftovalo přes šířku chaotické zóny 0.001 AU.



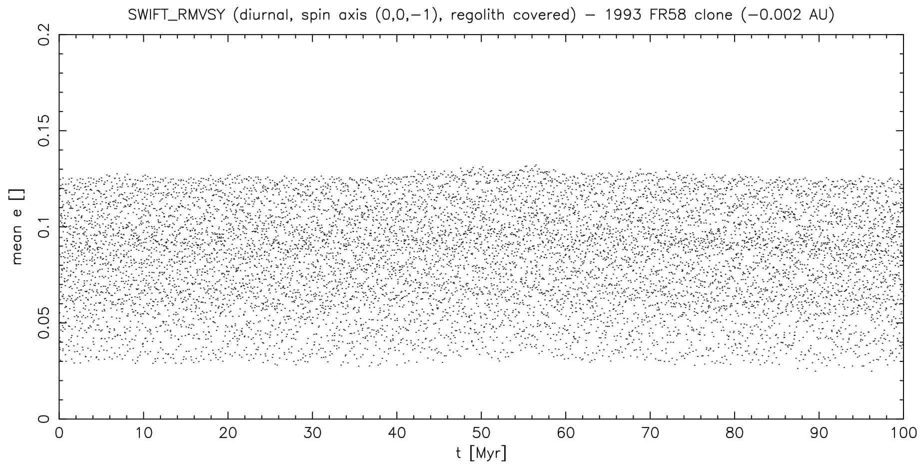
Obr. 71 — Graf $a(t)$ pro asteroid (2953) Vysheslavia.



Obr. 72 — Graf $e(t)$ pro asteroid (2953) Vysheslavia.



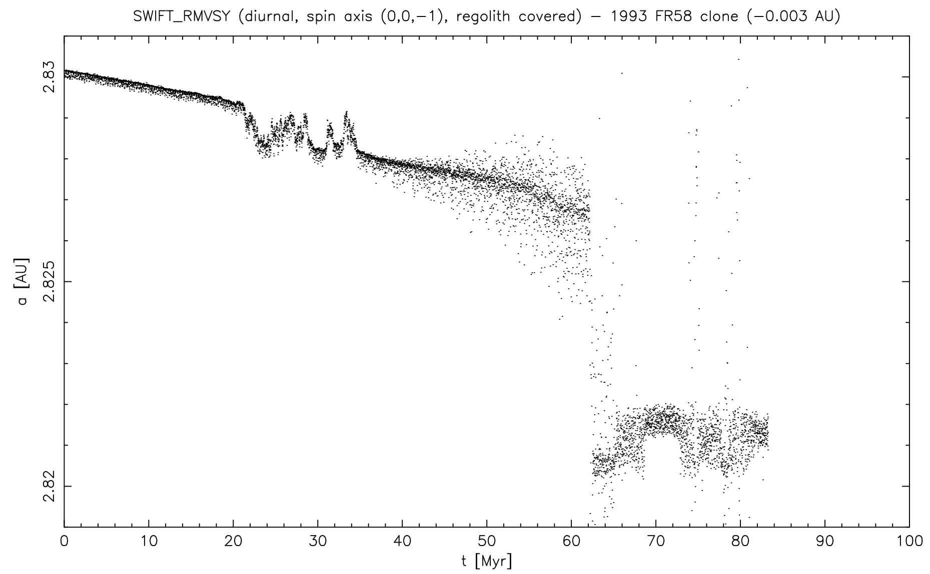
Obr. 73 — Graf $a(t)$ pro klon asteroidu 1993 FR58, $\Delta a = -0.002\,\mathrm{AU}$.



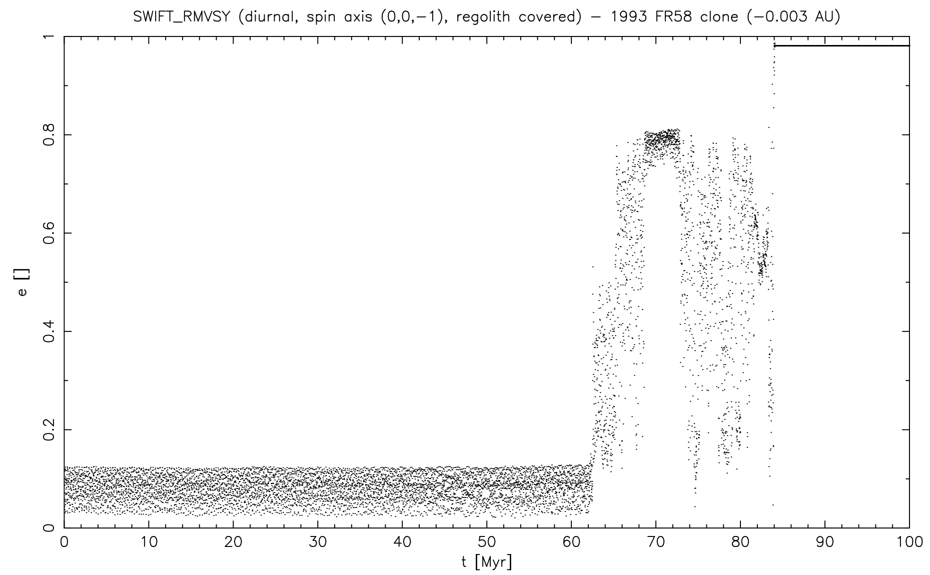
Obr. 74 — Graf $e(t)$ pro klon asteroidu 1993 FR58, $\Delta a = -0.002\,\mathrm{AU}$.

Na obou okrajích chaotické zóny jsou znatelné užší oblasti (0.0002 AU), kde také dochází k záchytům po dobu několika Myr. Analýza a diskuze těchto jevů bude následovat níže.

Excentricita dráhy rychle osciluje mezi hodnotami 0 a 0.1, není patrný žádný sekulární nárůst. Ani pokud je těleso iniciálně mimo chaotickou zónu a až později do ní dodriftuje (jako na obr. 73) nepozorujeme odlišnosti ve vývoji excentricity, amplituda oscilací je stále 0.1 (viz obr. 74).

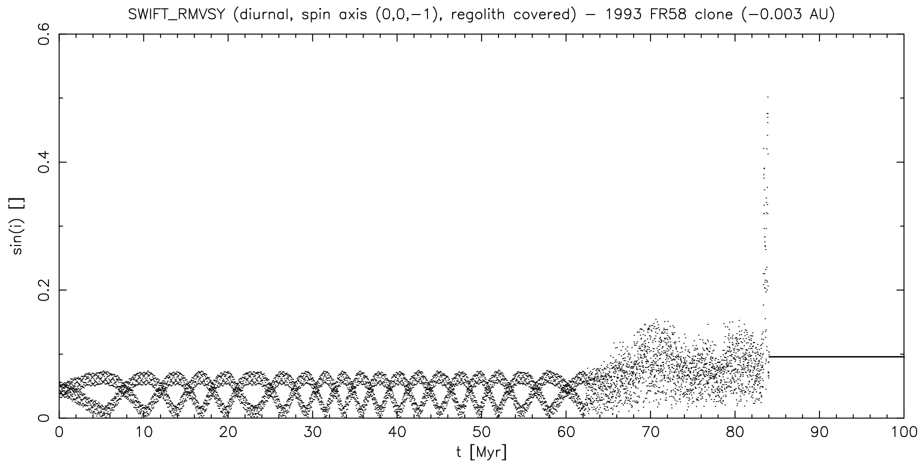


Obr. 75 — Graf $a(t)$ pro klon asteroidu 1993 FR58, $\Delta a = -0.003\,\mathrm{AU}$.



Obr. 76 — Graf $e(t)$ pro klon asteroidu 1993 FR58, $\Delta a = -0.003\,\mathrm{AU}$.

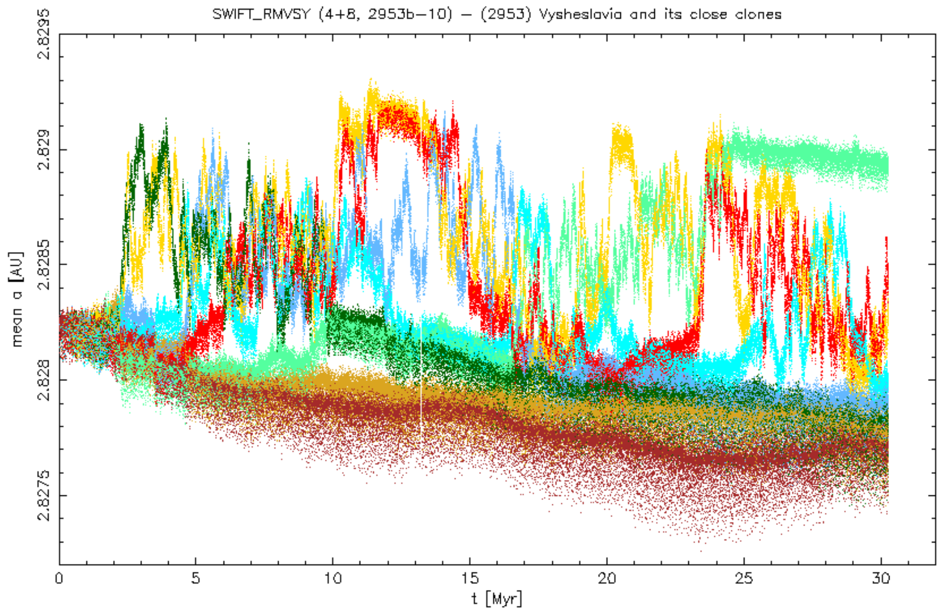
Excentricity (a také sklony) výrazně ovlivní až rezonance 5:2, jak je vidět na obr. 76 a 77. Rychlý pokles velké poloosy na hodnotu 2.82 AU v čase $t \doteq 61\,\mathrm{Myr}$ koresponduje s nárůstem oscilací excentricity, jež postupně dosáhnou až hodnotu 0.8. Přibližně mezi 69 Myr a 71 Myr je na obr. 76 patrně vidět záchyt ve *vysokoexcentricitní libraci*, které jsou zmíněny např. v Nesvorný (1992).



Obr. 77 — Graf $i(t)$ pro klon asteroidu 1993 FR58, $\Delta a = -0.003\,\mathrm{AU}$.

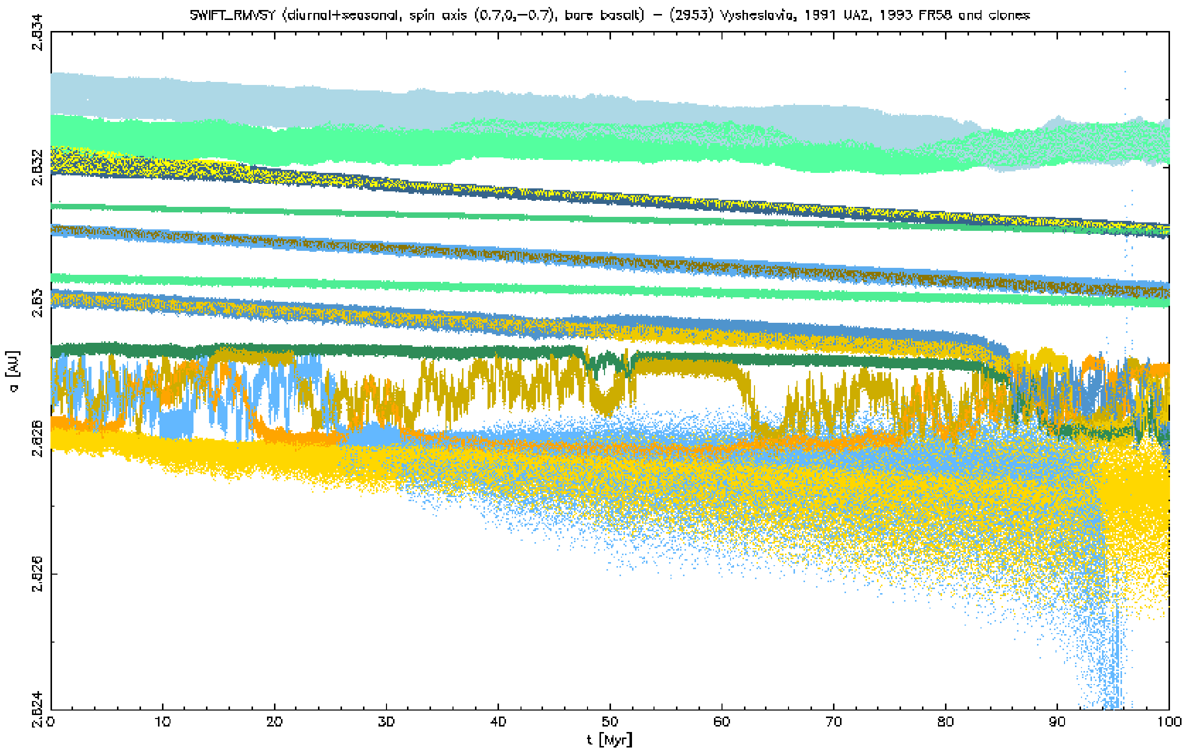
Blízké klony Vysheslavie. Odhad životní doby. Abychom mohli odhadnout životní dobu asteroidu (2953) Vysheslavia (alespoň pokud jde o námi provedené simulace), provedli jsme numerickou integraci dráhy tohoto tělesa společně se 7 velmi blízkými klony. Jejich počáteční podmínky jsme získali zmenšením velké poloosy o $1\cdot10^{-7}\,\mathrm{AU}$ až $3\cdot10^{-7}\,\mathrm{AU}$ (3 klony), příp. jsme zároveň zvýšili excentricitu dráhy o $1\cdot10^{-7}$ (4 klony). Tyto hodnoty jsou menší než chyba, s jakou je dnes určena dráha asteroidu. Vývoj v grafu $a(t)$ zachycuje obr. 78.

Přestože jsou počáteční podmínky 8 testovacích částic velmi blízké (na škále grafu nerozlišitelné), jejich vývoj je výrazně odlišný – asteroidy „vyplnily“ oblast chaotické zóny. Ani po 30 Myr nedošlo k pádu do 5:2 rezonance, což spolu s ostatními integracemi (které trvaly až 100 Myr, celkem tedy máme 11 testovacích částic), naznačuje životní dobu podstatně delší než 10 Myr. Znovu tedy potvrzujeme rozpor s výsledky v Milani & Farinella (1995).



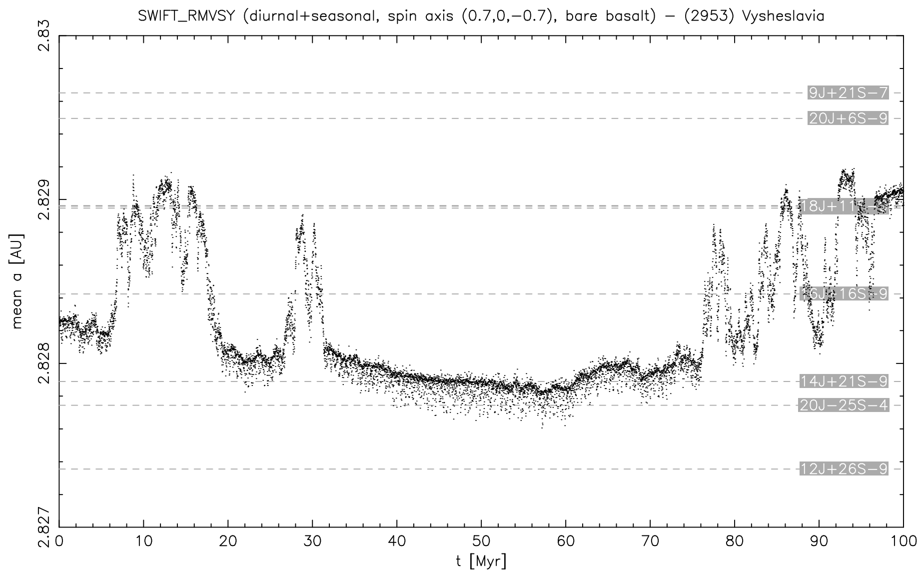
Obr. 78 — Vývoj velké poloosy asteroidu (2953) Vysheslavia (žlutá barva) a jeho 7 velmi blízkých klonů po dobu 30 Myr. Yarkovského efekty byly započteny, tepelné parametry asteroidů i směry rotačních os byly shodné jako v předchozím paragrafu.

Bazaltické asteroidy s rotační osou $(0.7, 0, -0.7)$**.** Další 100 Myr integrace ukazuje vývoj Vysheslavie a dalších 14 asteroidů za předpokladu, že se jedná o tělesa tvořená bazaltickým materiálem (viz tab. 1) s jednotkovým vektorem rotační osy $(0.7, 0, -0.7)$. Uplatňuje se tedy denní i roční Yarkovského efekt, oba způsobují zmenšování velké poloosy. Předpokládaný drift je přesto několikrát nižší než v předchozím běhu.

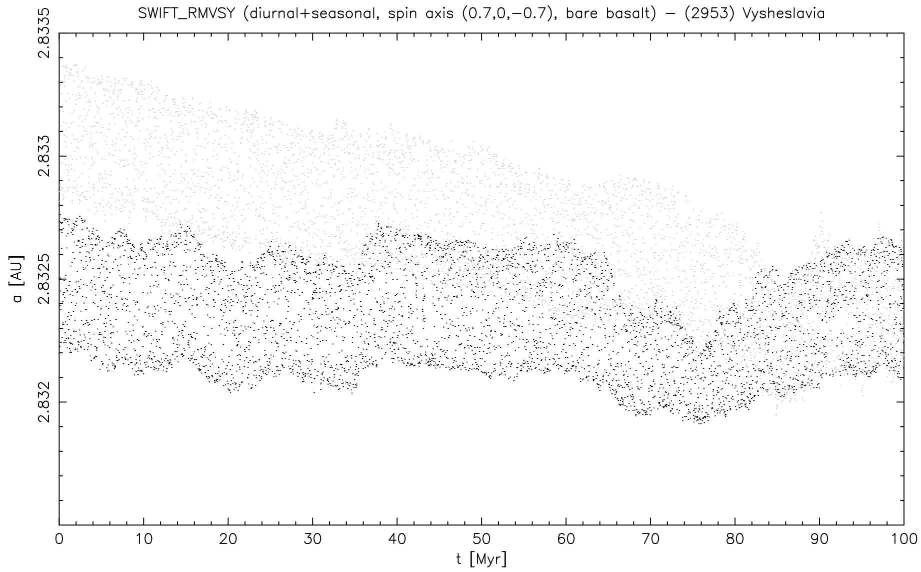


Obr. 79 — Velká poloosa v závislosti na čase pro asteroidy (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58 a jejich klony, bazaltické, rotační osa $(0.7, 0, -0.7)$.

Právě nižší drift $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ je příčinou zřetelného rozdílu, jež je vidět na obr. 79 — chaotická zóna zachycuje částice po delší dobu a brání je před pádem do 5:2 rezonance. Je zřejmé, že tento mechanizmus záchytu může na poměrně dlouhou dobu (i delší než 100 Myr) efektivně utlumit efekty tepelných sil.



Obr. 80 — Graf $a(t)$ pro asteroid (2953) Vysheslavia.



Obr. 81 — Graf $a(t)$ pro klon asteroidu (2953) Vysheslavia (+0.004 AU) (tmavé body) a asteroid 1993 FR58 (světlé body). Střední elementy jsou tentokrát vypisovány s krokem 20 kyr.

Obr. 80 ukazuje vývoj velké poloosy pro asteroid (2953) Vysheslavia. Záchyty na spodním okraji chaotické zóny zmiňované v předchozím paragrafu jsou zde mnohem více zřetelné a trvají delší dobu.

Na druhém detailu (obr. 81) vidíme graf $a(t)$ pro dvě tělesa, která se nacházejí nejdále od rezonance. Asi na $a = 2.8324$ AU se nachází 0.0005 AU široká oblast, kde opět dochází k záchytům (pro klon Vysheslavie 36 Myr až 60 Myr a také 90 Myr až do konce integrace, pro asteroid 1993 FR58 od 90 Myr). Tato oblast nebyla odhalena v předchozím paragrafu, neboť tělesa driftovala ve velké poloose příliš rychle.

6.3 Diskuze výsledků

V kapitole 6.2 jsme prezentovali výsledky numerických simulací vývoje 15 asteroidů po dobu 100 Myr. Uvažovali jsme přitom dva typy materiálů (a tedy tepelných parametrů asteroidů) a speciální orientace rotační osy takové, aby drift velké poloosy způsobený tepelnými silami byl výrazný.

Asteroidy při vhodně orientované rotační ose (jejíž polohu přesně neznáme) driftují směrem k 5:2 rezonanci. V prvním přiblížení lze odhadnout dobu, po kterou trvá přibližování k rezonanci ze vztahů (25) a (26) a iniciální vzdálenosti od hranice rezonance.

Záchyty. Vnější okolí 5:2 rezonance je však velmi zajímavé tím, že se tu nachází několik oblastí, které se projevují chaotickými oscilacemi velké poloosy, záchyty na dobu jeden až několik desítek Myr. Tyto *záchyty* mohou být mechanismem, který *efektivně utlumí Yarkovského efekt* a prodlouží tak životní dobu asteroidu před pádem do rezonance.

Záchyty ve vnějších rezonancích při působení disipativních sil, konkrétně Poyntingova–Robertsonova efektu, byly analyticky i numericky studovány např. v Beaugé & Ferraz-Mello (1994), Šidlichovský & Nesvorný (1994). Jedním z výsledků bylo, že v případě záchytu začne narůstat excentricita až na jistou stacionární hodnotu. Naše numerické integrace žádný růst excentricity nenaznačují (viz obr. 74).

Přesto je velmi pravděpodobné, že záchyty souvisí s interakcí Yarkovského efektu a nějaké rezonance. Nabízíme tedy dvě hypotézy, které by mohli existenci oblastí, projevujících se záchytem, vysvětlit:

- Multiplety rezonancí středního pohybu, které mají svůj původ v kritických argumentech s různou kombinací délek perihelu a výstupných uzlů asteroidu nebo Jupitera. Tyto členy bývají pro rezonance nízkých řádů (jako je 5:2) zanedbávány. Podrobněji viz Milani *et al.* (1997). Příkladem takového kritického argumentu (bez délek výstupného uzlu, tj. rovinné dráhy) může být

$$p\lambda - (p+q)\lambda' + k\varpi + (q-k)\varpi'$$

- Rezonance tří těles Jupiter-Saturn-asteroid (též zvané „mixed mean motion“ rezonance), které mají v této oblasti hlavního pásu výrazné projevy. Viz např. Nesvorný & Morbidelli (1998) či Morbidelli & Nesvorný (1999).

Pro oblast chaotické zóny 2.828 − 2.829 jsme zkoumali polohy rezonancí Jupiter-Saturn-asteroid. Nejprve jsme z výstupních souborů zjistili hodnoty středních velkých poloos pro Jupiter a Saturn (5.1997 AU a 9.554 AU) a poté zkoušeli kombinace středních pohybů v rozsahu $(0,20)\,n_{\rm J}+(-30,+30)\,n_{\rm S}+(-30,+30)\,n$. Na obr. 71 a 80 jsou polohy těchto rezonancí vyznačeny, v tab. 15 jsou vypsány ty, které se nacházejí přímo v chaotické zóně nebo blízko jejích okrajů.

9 J −10 S −2	a [AU] = 2.826542	11 J −15 S −2	2.828948
19 J +21 S −11	2.826770	18 J +11 S −9	2.828959
12 J +26 S −9	2.827355	7 J +26 S −7	2.828963
20 J −25 S −4	2.827744	20 J +6 S −9	2.829495
14 J +21 S −9	2.827889	9 J +21 S −7	2.829651
16 J +16 S −9	2.828424	11 J +16 S −7	2.830340

Tab. 15 — Rezonance Jupiter-Saturn-asteroid, které spadají do oblasti chaotické zóny, setříděno podle rostoucí velké poloosy.

Některé z rezonancí se výrazně překrývají – např. 11J − 15S − 2, 18J + 11S − 9 a 7J + 26J − 7 a na horním okraji chaotické zóny (rozptyl je menší než $\pm 10^{-5}$ AU). Zatím jsme nezkoušeli analýzu kritických úhlů těchto rezonancí, která by mohla rozhodnout, zda se jedná o projev některé z navrhovaných rezonancí. Je to jeden z námětů pro budoucí práci.

Doba setrvání v 5:2 rezonanci. Jak již bylo zmíněno výše, doba, po kterou asteroidy zůstávají v 5:2 rezonanci na $a \doteq 2.82$ AU, je velmi dlouhá – několik Myr až 20 Myr – srovnáme-li ji s Gladman *et al.* (1997), kde autoři uvádí typické životní doby pouhých 0.7 Myr, po uplynutí 3.8 Myr je již z rezonance vypuzeno 90% těles.

Příčina tohoto rozdílu spočívá ve vynechání vnitřních planet z numerické integrace. Při excentricitě dráhy 0.8 (což je maximum na které se excentricita dostává v 5:2 rezonanci) je perihélium 0.56 AU a afélium téměř 5.1 AU — asteroid by se tedy měl nejen přibližovat k Jupiteru, ale zároveň křížit dráhy Marsu, Země i Venuše. Gladman *et al.* (1997) ostatně uvádí, že převažující proces, který extrahuje tělesa z 5:2 rezonance jsou kombinovaná přiblížení k Zemi a Venuši.

Srovnání s dříve publikovanými výsledky. Již výše jsme zmínili, že se nám nepodařilo přesně zopakovat výsledky publikované v Milani & Farinella (1995) a Kneževič *et al.* (1997). Jako jednu z příčin tohoto neúspěchu jsme označili chaotičnost drah asteroidů v blízkosti 5:2 rezonance, jež nás nutí přistupovat k problému statisticky — integrovat větší množství klonů asteroidu s pozměněnými počátečními podmínkami. Nemůžeme však potvrdit ani krátkou životní dobu asteroidu Vysheslavia, kterou odhadujeme v paragrafu o blízkých klonech Vysheslavie v souvislosti s výsledky prezentovanými na obr. 78. Pro přímé srovnání výsledků se započtením tepelných efektů a bez nich nabízíme tedy nabízíme např. srovnání obr. 68 a obr. 69 a 79.

Naše výsledky alespoň mapují prostor vnějšího okraje 5:2 rezonance. Díky tepelným efektům velká poloosa pomalu klesá a asteroid přitom prochází různými oblastmi. Z amplitudy rychlejších oscilací ve velké poloose bychom mohli usuzovat na blízkost 5:2 rezonance (viz Morbidelli *et al.* (1995)), v okolí se však zvětšenými oscilacemi (a příp. záchyty) projevují další rezonance (viz výše).

Implikace pro historii Vysheslavie. Započtení Yarkovského tepelných sil se nám zdá být přirozeným vysvětlením současné dráhy asteroidu (2953) Vysheslavia. Během 2 Gyr (věk planetky (243) Ida odhadnutý z kráterování, viz Milani & Farinella (1995)) může při příznivé orientaci rotační osy asteroidu dojít k posunu velké poloosy o více než 10^{-2} AU, což je dostatečné pro dopravu asteroidu z oblasti stabilních drah, kam se dostala při svém vzniku, do chaotické zóny. Je pravdou, že zatím neznáme potřebné fyzikální parametry (poloměr, rotační dobu, polohu pólu, tepelné vlastnosti) a nemůžeme přesně posoudit efektivitu tepelných sil pro studované asteroidy.

K úvodní kapitole 6.1 tedy můžeme říci, že naše výsledky nepodporují hypotézy o výjimečnosti asteroidu (2953) Vysheslavia, ani ostatní teorie o možném gravitačním posunu velké poloosy, které beztak mají malou pravděpodobnost. Pro vysvětlení dráhy asteroidu není potřeba ani událost sekundárního impaktu, jakkoli nám pomáhá vysvětlit rozdělení velikostí členů rodiny Koronis.

Naopak se zdá, že při studiu orbitálního vývoje i poměrně velkých asteroidů (nejen fragmentů o velikosti 0.1 až 100 m) v blízkosti rezonancí a při odhadování životních dob *bude nutné brát v úvahu Yarkovského tepelné efekty*. Takovýto závěr podporuje kvalitativní úvahy v článku Farinella & Vokrouhlický (1999a).

Náměty pro budoucí práci. V posledním paragrafu kapitoly přinášíme stručný přehled úkolů, které nebylo z časových důvodů možné zahrnout do této práce, ale na něž bychom se chtěli soustředit v budoucnu.

- Zahrnutí Marsu, příp. dalších vnitřních planet mezi hmotná tělesa. Např. z Morbidelli & Nesvorný (1999) víme, že vnější rezonance s Marsem a rezonance Mars-Jupiter-asteroid hrají v hlavním pásu nezanedbatelnou úlohu.
- Identifikace záchytů v chaotické zóně, na jejich okrajích s mixed mean motion rezonancemi Jupiter-Saturn-asteroid (viz Nesvorný & Morbidelli (1998)) příp. s multiplety mean motion rezonancí.
- Získání fotometrických dat, světelných křivek, s cílem určení period rotace, v lepším případě výpočet polohy pólu a získání spektroskopických pozorování. Pro asteroid (2953) Vysheslavia nastává další opozice vhodná pro sledování v lednu roku 2000.
- Výpočet orbitálního vývoje skutečných asteroidů se statistickým přístupem – integrování většího množství klonů, jejichž počáteční podmínky jsou velmi blízké reálnému asteroidu. Důležitá je v tomto případě přesnost astrometrických dat a orbitálních elementů pro asteroidy a také použití nejnovějších elementů drah a hmotností pro planety.
- Pro účely studia orbitálního vývoje skutečných asteroidů by bylo vhodné použití přesnějšího integrátoru než je `swift_rmvs3`, i když bude výpočet pomalejší. Pro pouhé mapování okolí rezonancí bude stávající integrátor dostačující.
- Podobná aplikace tepelných efektů na jiné asteroidy s dobře určenou dráhou a v okolí jiných rezonancí.

7. Závěr

V této kapitole stručně shrneme výsledky naší práce a zopakujeme hlavní závěry jednotlivých kapitol. Na konci přinášíme také několik námětů pro další práci.

- V kapitole 2 jsme formulovali základní fyzikální principy Yarkovského efektu a zopakovali odvození linearizované teorie, jejímž výsledkem jsou vztahy určující vektor tepelného zrychlení v závislosti na poloze.
- Algoritmus výpočtu tepelného zrychlení jsme implementovali do existujícího numerické integrátoru `swift_rmvs3` a vytvořili tak prostředek, který nám dovolil zkoumat dlouhodobý vývoj testovacích částic ve sluneční soustavě se započtením vlivu tepelných efektů. Podrobněji o programu, který jsme nazvali `swift_rmvsy` pojednává dodatek C.
- Správnost výpočtu tepelné síly jsme ověřili v kapitole 2.4 srovnáním driftů $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$ s publikovanými analytickými výsledky.
- V kapitole 2.5 jsme přinesli obsáhlý přehled změn, kterým podléhají orbitální elementy drah malých těles, na která působí Yarkovského efekt.
- Pro asteroid (1566) Icarus, u kterého je pozorována negravitační změna velké poloosy, jsme zjistili, že tuto změnu lze vysvětlit působením Yarkovského efektu.
- Kapitola 3 připomněla souvislost gravitačních rezonancí a dopravy asteroidálních fragmentů z hlavního pásu k vnitřním planetám. Naznačila možné astronomické souvislosti Yarkovského efektu.
- V kapitolách 4 a 5 jsme numericky modelovali vývoj fragmentů uvolněných z asteroidů (170) Maria a (6) Hebe. Rychle driftující regolitové fragmenty v krátkém čase několika Myr dosáhly oblasti rezonancí 3:1 nebo ν_6 a dostaly se na dráhy křížící dráhu Marsu nebo Země.
- Pro 3:1 rezonanci jsme určili podíl těles, která rezonancí procházejí bez zvýšení excentricity, k celkovému počtu těles, která do rezonance vstoupila, na (50 ± 10) %. Uvažovali jsme přitom regolitové fragmenty s poloměrem $R = 1\,\mathrm{m}$. Nepozorovali jsme preferenční „průchodnost“ směrem z vyšších nebo nižších velkých poloos. Tento výsledek může být důležitým vstupním parametrem pro modely přenosu meteoroidů k Zemi, které uvažují jen jednoduchou dynamiku s velkým počtem částic.
- Pro pomalu driftující bazaltické fragmenty, ale i větší regolitem pokryté fragmenty, byly pozorovány záchyty ve slabých rezonancích vyšších řádů trvající až několik Myr. Vzhledem k malému počtu testovacích částic se tento fenomén nepodařilo přesněji kvantifikovat. Jev může mít velký význam pro dopravu velkých fragmentů (jejichž tepelné drifty jsou malé a záchyty proto mohou být delší) k silným rezonancím hlavního pásu.
- V kapitole 6 jsme studovali vývoj asteroidů (2953) Vysheslavia, 1991 UA2, 1993 FR58 a jejich klonů, které se nacházejí blízko vnějšího okraje 5:2 rezonance. Numerické integrace pokrývaly dobu 100 Myr, uvažovali jsme přitom dvá různé případy tepelných vlastností asteroidů.
- Zmapovali jsme vnější okolí 5:2 rezonance. Zdá se, že při studiu pohybu i poměrně velkých asteroidů v blízkosti rezonancí a odhadu životních dob bude nutné brát v úvahu Yarkovského tepelné efekty.
- Z našich výsledků nemůžeme potvrdit krátkou životní dobu (10 Myr) asteroidu (2953) Vysheslavia. Nabízíme však prostředek, jak krátkou životní dobu vysvětlit — asteroid mohl být dopraven na současnou dráhu působením tepelné Yarkovského síly. Tím by byl odstraněn argument velmi malého stáří rodiny Koronis opírající se o metastabilní dráhu Vysheslavie.

Náměty pro další práci.

- Obecně potřebujeme integrovat větší množství testovacích částic po delší dobu. Tento požadavek klade vysoké nároky na výpočetní techniku.
- Statistické posouzení role slabých rezonancí vyšších řádů (vnější rezonance s Marsem, rezonance Jupiter-Saturn-asteroid), při dopravě k silným rezonancím působením Yarkovského efektu.
- Určení podílu fragmentů, které projdou 3:1 rezonancí na nízkých excentricitách, v závislosti na jejich tepelném driftu.
- Nalezení statistického vztahu mezi dobou záchytu a hodnotou tepelného driftu pro danou rezonanci.
- Implementace výpočtu Yarkovského zrychlení do jiného než symplektického integrátoru, který by byl vhodný pro studium přesného orbitálního vývoje reálných těles a příp. jejich blízkých klonů.
- Identifikace pozorovaných záchytů s rezonancemi na základě analýzy jejich kritických úhlů.

8. Literatura

- Afonso, G. B., Gomes, R. S., Florczak, M. A.: **Asteroid fragments in Earth-crossing orbits.** Planet. Space Sci. 43 (6), 787–795, 1995
- Beaugé C, Ferraz-Mello, S.: **Capture in exterior mean-motion resonances due to Poynting–Robertson drag.** Icarus 110, 239–260, 1994
- Bottke, W. F., Rubincam, D. P., Burns, J. A.: **Dynamical Evolution of main Belt Meteoroids: Numerical Simulations Incorporating Planetary Perturbations and Yarkovsky Thermal Forces.** Icarus, submitted
- Bowell, E. *et al.*: **Application of photometric models to asteroids.** v Asteroids II, Binzel, R. P., Gehlers, T., Matthews, M. S., Eds., Univ. of Arizona Press, Tuscon, 1989
- Brower, D., Clemence, G.: **Methods of Celestial Mechanics.** Academic Press, New York, 1961
- Burns, J. A., Lamy, P. L., Soter, S.: **Radiation forces on small particles in the solar system.** Icarus 40, 1–48, 1979
- Dohnanyi, J. W.: **Collisional models of asteroids and their debris.** J. Geophys. Re. 74, 2531–2554, 1969
- Farinella, P., Vokrouhlický, D.: **Semimajor axis mobility of asteroidal fragments.** Science 283, 1507, 1999
- Farinella, P., Froeschlé, Ch., Gonczi, R.: **Meteorites from the asteroid Hebe.** Celest. Mech. 56, 287–305, 1993a
- Farinella, P., Froeschlé, Ch., Gonzi, R.: **Meteorite delivery and transport.** Asteroids, Comets, Meteors 1993, 205–222, 1994
- Farinella, P., Vokrouhlický, D., Hartmann, W. K.: **Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift.** Icarus 132, 378–387, 1998
- Farinella, P., Vokrouhlický, D.: **Semimajor axis mobility of asteroidal fragments.** Science 283, 1507–1510, 1999
- Farinella, P. *et al.*: **The injection of asteroid fragments into resonances.** Icarus 101, 174–187, 1993b
- Gladman, B. J. *et al.*: **Dynamical lifetimes of objects injected into asteroid belt resonances.** Science 277, 197–201, 1997
- Hartmann, W. K. *et al.*: **Reviewing the Yarkovsky effect: New light on the delivery of stones and irons from the asteroidal belt.** Meteorit. Planet. Sci. 34, 1999
- Knežević, Z., Milani, A., Farinella, P.: **The dangerous border of the 5:2 mean motion resonance.** Planet. Space. Sci. 45 (12), 1581–1585, 1997
- Kresák, L.: **Mass content and mass distribution of the asteroid system.** Bull. Astron. Inst. Czechosl. 28, 65–82, 1977
- Laskar, J.: **Secular evolution of the solar system over 10 million years.** Astron. Astrophys. 198, 341–362, 1988
- Marti, K., Graf, T.: **Cosmic-ray exposure histoty of ordinary chondrites.** Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 20, 221–243, 1992
- Marzari, F., Vanzani, V.: **Dynamical evolution of interplanetary dust particles.** Astron. Astrophys. 283, 275–286, 1994
- Michel, P., Valsecchi, G. B.: **Numerical experiments on the efficiency of second order mixed-variable symplectic integrators for N-body problems.** Celest. Mech. 65, 355–371, 1997
- Migliorini, F. *et al.*: **Surface properties of (6) Hebe: a possible parent body of ordinary chodrites.** Icarus 128, 104–113, 1997
- Migliorini, F. *et al.*: **Origin of multikilometer Earth- and Mars-crossing asteroids: a quantitative simulation.** Science 281, 2022–2024, 1998
- Milani, A., Farinella, P.: **An asteroid on the brink.** Icarus 115, 209–212, 1995
- Milani, A., Knežević., Z.: **Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements.** Celest. Mech. 49, 347, 1990
- Milani, A., Knežević, Z.: **Asteroid proper elements and the dynamical structure of the asteroid belt.** Icarus 107, 219–254, 1994
- Milani, A., Nobili, A. M., Knežević., Z.: **Stable chaos in the asteroid belt.** Icarus 125, 13–31, 1997
- Morbidelli, A., Gladman, B.: **Orbital and temporal distributions of meteorites originating in the asteroid belt.** Meteorit. Planet. Sci. 33, 999–1016, 1998

- Morbidelli, A., Nesvorný, D.: **Numerous weak resonances drive asteroids towards terrestrial planets orbits.** Icarus, in press, 1999
- Morbidelli, A. *et al.*: **Delivery of meteorites through the ν_6 secular resonance.** Astron. Astrophys. 282, 955–979, 1994
- Murray, N., Holman, M., Potter, M.: **On the origin of chaos in the asteroid belt.** Astron. J. 116, 2983–2589, 1998
- Nesvorný, D.: **Resonance 4/1 v pásu asteroid.** Diploma thesis, Institute of Astronomy, Charles University, 1992
- Nesvorný, D., Ferraz-Mello, S.: **Chaotic diffusion in the 2/1 asteoidali resonance.** Astron. Astrophys. 320, 672–680, 1997
- Nesvorný, D., Morbidelli, A.: **Three-body mean motion resonances and the chaotic structure of the asteroid belt.** Astron. J. 116, 3029–3037, 1998
- Öpik, E. J.: **Collision probabilities with the planets and the distribution of interplanetary matter.** Proc. Roy. Irish Acad. 54, 165, 1951
- Peterson, Ch.: **A source mechanism for meteorites controlled by the Yarkovsky effect.** Icarus 29, 91–111, 1976
- Petit, J. M., Farinella, P.: **Modelling the outcomes of high-velocity impacts between small solar system bodies.** Celest. Mech. 57, 1–28, 1993
- Quinn, T. R., Tremaine, S., Duncan, M.: **Integration of Earth's orbit.** Astron. J. 101, 2287, 1991
- Rabinowitz, D. L.: **The size distribution of the Earth-approaching asteroids.** Astrophys. J. 407, 412–427, 1993
- Rabinowitz, D. L.: **The size and shape of the near-Earth asteroid belt.** Icarus 111, 364-377, 1994
- Radzievskii, V. V.: **A mechanism for the disintegration of asteroids and meteorites.** Astron. Zh. 29, 162, 1952
- Rubincam, D. P.: **LAGEOS orbit decay due to infrared radiation from Earth.** J. Geophys. Res. 92, 1287–1294, 1987
- Rubincam, D. P.: **Asteroid orbit evolution due to thermal drag.** J. Geophys. Res. 100, 1585–1594, 1995
- Rubincam, D. P.: **Yarkovsky thermal drag on small asteroids and Mars-Earth delivery.** J. Geophys. Res. 103, 1725–1732, 1998
- Saha, P., Tremaine, S.: **Symplectic integrators for solar system dynamics.** Astron. J. 104, 1633-1640, 1992
- Sitarski, G.: **On the relativistic motion of (1566) Icarus.** Astron. J. 104, 1226–1229, 1992
- Šidlichovský, M., Nesvorný, D.: **Temporary capture of grains in exterior resonances with the Earth: Planar circular restricted three-body problem with Poynting–Robertson drag.** Astron. Astrophys. 289, 972–982, 1994
- Vokrouhlický, D.: **Diurnal Yarkovsky effect for meter-sized asteroidal fragments mobility. I. Linear theory.** Astron. Astrophys. 335, 1093–1100, 1998a
- Vokrouhlický, D.: **Diurnal Yarkovsky effect as a source of mobility of meter-sized asteroidal fragments. II. Non-sphericity effects.** Astron. Astrophys., 338, 353–, 1998b
- Vokrouhlický, D.: **A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments.** Astron. Astrophys. 344, 362–366, 1999
- Vokrouhlický, D.: **Yarkovsky effect ressurected: a new light on the old problems.** in Interrelations entre la Physique et al dynamique des Systemes gravitationnels, eds. D. Benest and C. Froeschle, (Editions Frontieres, Gif-sur-Yvette), submitted, 1999b
- Vokrouhlický, D., Brož, M.: **An improved model of the seasonal Yarkovsky force for the regolith-covered asteroid fragments.** Astron. Astrophys., submitted, 1999
- Vokrouhlický, D., Farinella, P.: **Orbital evolution of asteroidal fragments into the ν_6 resonance via Yarkovsky effects.** Astron. Astrophys. 335, 351–362, 1998a
- Vokrouhlický, D., Farinella, P.: **The Yarkovsky seasonal effect on asteroidal fragments: A non-linearized theory for the plane-parallel case.** Astron. J., 116, 2032–, 1998b
- Vokrouhlický, D., Farinella, P.: **A non-linear model of the seasonal Yarkovsky effect on spheres.** Astron. J., submitted, 1999b

- Welten, K. *et al.*: **Cosmic-ray exposure ages of diogenites and the recent collisional history of the howardite, eucrite and diogenite parent body/bodies.** Meteorit. Planet. Sci. 32, 891–902, 1997
- Wisdom, J.: **Chaotic Dynamics in the Solar System.** Icarus 72, 241–275, 1987
- Wisdom, J.: **The Origin of the Kirkwood Gaps, a Mapping for Asteroidal Motion Near the 3/1 Commensurability.** Astron. J. 87, 577–593, 1982
- Wisdom, J., Holman, M.: **Symplectic maps for the n-body problem.** Astron. J. 102, 1528, 1991
- Zappalà, V. *et al.*: **Asteroid families: Search of a 12,487-asteroid sample using two different clustering techniques.** Icarus 116, 291–314, 1995
- Zappalá, V. *et al.*: **Maria's family: physical structure and possible implications for the origin of giant NEAs.** Icarus 129, 1–20, 1997

Další literatura (není citována v textu)

- Andrle, P.: **Základy nebeské mechaniky.** Academia, Praha, 1971
- Dubyago, A. D.: **The Determination od Orbits.** Macmillan Company, New York, 1961
- Hrach, R.: **Numerické metody ve fyzikalní elektronice.** SPN, Praha, 1981
- Odell, A. W., Gooding, R. H.: **Procedures for solving Kepler's equation.** Tech. Memo Space 356, January 1986
- Příhoda, P.: **Astronomické algoritmy pro kalkulátory.** Praha, 1988
- Taff, L. G., Brennan, T. A.: **On solving Kepler's equation.** STSCI preprint series No. 371, September 1989
- Vokrouhlický, D.: **Nebeská mechanika.** přednáška, Astronomický ústav MFF UK
- Wolf, M. *et al.*: **Astronomická příručka.** Academia, Praha, 1992

Internetové adresy

`ftp://ftp.dm.unipi.it/pub/propel/`— databáze vlastních elementů asteroidů, integrátor ORBITV8
`ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/`— databáze orbitální elementů asteroidů na Lowell observatory
`ftp://gort.space.swri.edu/pub/swift.tar.Z`— balík SWIFT
`ftp://navigator.jpl.nasa.gov/ephem/export/`— efemerida DE405 z JPL
`http://astro.caltech.edu/~tjp/pgplot/`— grafická knihovna PGPLOT
`http://astro.mff.cuni.cz/davok/davok.htm`— David Vokrouhlický homepage
`http://astrosun.tn.cornell.edu/staff/bottke/`— William Bottke homepage
`http://astrosun.tn.cornell.edu/Icarus/Icarus.html`— časopis Icarus
`http://cfatab.harvard.edu/nr/bookf.html`— Numerical Recipes in Fortran
`http://cfa-www.harvard.edu/cfa/ps/mpc.html`— Minor Planet Center
`http://pentium.pe.ba.dlr.de`— EARN (European Asteroid Research Node)
`http://tycho.dm.unipi.it/~paolof/homefarinella.html`— Paolo Farinella homepage
`http://sd-www.jhuapl.edu/NEAR/`— kosmická sonda NEAR
`http://sunkl.asu.cas.cz/~ppravec/`— Ondrejov NEO Photometric Program
`http://www.ifa.hawaii.edu/~jewitt/kb.html`— Kuiper Belt Home Page, autor David Jewitt
`http://www.ipex.cz/klet/`— Kleť Observatory

`http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/mp/`— stránka této diplomové práce

A. Digitální filtr. Dlouhodobé variace orbitálních elementů

Variace oskulačních orbitálních elementů se objevují na dvou časových škálách: (1) rychlé variace, které jsou asociované s těmi členy poruchové funkce, které zahrnují střední délky planet v dráze (a jejich periody jsou tedy srovnatelné s orbitálními periodami); zatímco (2) pomalé variace jsou spojeny s členy poruchové funkce, jež obsahují jen délky uzlů a perihelů (periody potom překračují 10^4 yr).

Chceme-li studovat dlouhodobý vývoj sluneční soustavy, je vhodné aplikovat nízkofrekvenční filtr, abychom izolovali pomalé změny orbitálních elementů a potlačili ty spektrální rysy, které jsou asociované s rychle probíhajícími změnami. Metoda, kterou používáme, je popsána v Quinn *et al.* (1991).

Nechť $w(t)$ je jeden z orbitálních elementů, které jsou počítány ze souřadnic v pravidelných časových intervalech.

$$w_k \equiv w(t_0 + k\Delta t)\,, \quad k = 0, \dots, N-1\,,$$

kde N je počet dat. Diskrétní Fourierova transformace (FT) $w(t)$ je

$$W_n = \sum_{k=0}^{N-1} w_k \mathrm{e}^{2\pi i k n/N}\,, \quad w_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} W_n \mathrm{e}^{-2\pi i k n/N}\,.$$

Vzorkovací frekvence je definována jako

$$f_{\mathrm{s}} = 1/\Delta t\,.$$

Diskrétní FT obsahuje příspěvky od frekvencí, které se liší od $f_{\mathrm{s}} n/N$ celočíselným násobkem f_{s} (tato vlastnost se nazývá „aliasing“). Vzorkovací frekvence f_{s} tedy musí být zvolena tak, aby se žádné rychlé rychlé variace nepřekryly do frekvenčního rozsahu pomalých variací $|f| \le f_{\mathrm{l}} \equiv 1/2000\,\mathrm{yr}$.

Není možné uchovávat výstup celé numerické integrace s vysokou vzorkovací frekvencí f_{s}. Místo toho použijeme lineární filtr, který odstraní vysoké frekvence, poté ponecháme jen každý K-tý člen a tento proces opakujeme, dokud není vzorkovací interval dostatečně dlouhý, aby bylo možné uložit výstup numerické integrace.

Cílem filtrovacího procesu je tedy (1) zvýšit vzorkovací interval na řádově 500 yr (což představuje nárok na uložení 100 MB dat pro integraci desítek těles po dobu 100 Myr); (2) potlačit rychlé variace (tj. s periodami nižšími než několik set let); (3) zabránit aliasingu do oblasti pomalých variací; (4) zabránit zkreslení jakýchkoli pomalých variací.

Výstup vyfiltrujeme tak, že w_k nahradíme

$$\tilde{w}_k = \sum_{m=-M}^{M} d_m w_{k-m}\,.$$

Když bude platit $N \gg M$, můžeme s dobrou přesností napsat

$$\tilde{W}_n = D_n W_n\,,$$

kde $\tilde{W}_n$ a D_n jsou diskrétní FT $\tilde{w}_m$ a d_m. Filtry d_m jsou (tzv. Kaiserovo okno)

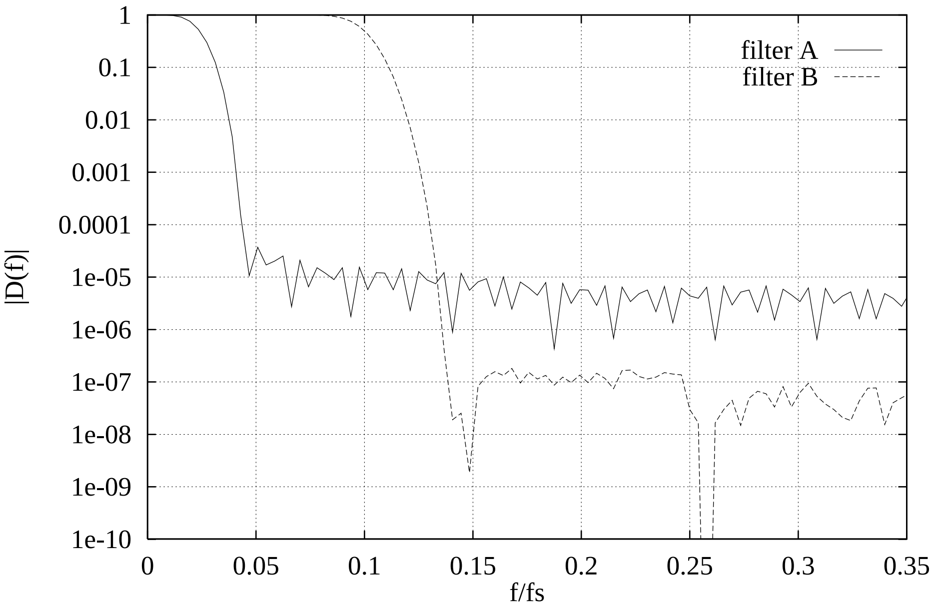
$$d_m = C\,\frac{\sin 2\pi m x_0}{\pi m}\, I_0\left(\beta\sqrt{1 - m^2/M^2}\right)\,, \tag{30}$$

kde I_0 je modifikovaná Besselova funkce a C je normalizační konstanta, kterou bereme tak, aby platilo $\sum_{m=-M}^{M} d_m = 1$. Filtr má tři parametry: β, x_0 a M.

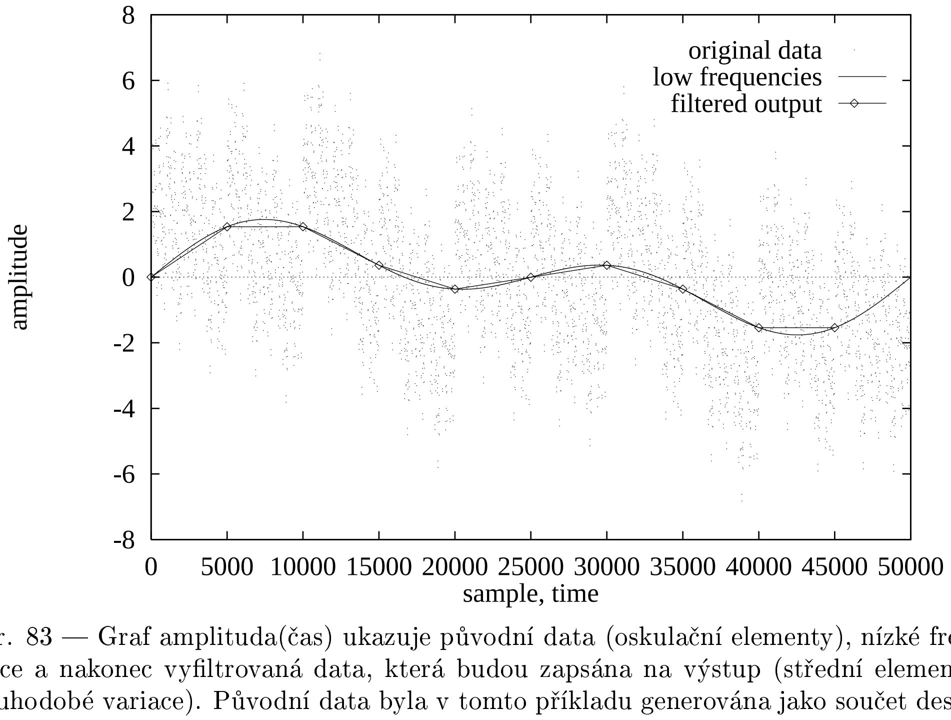
Filtr A má $M = 80$, $x_0 = 0.024$, $\beta = 10$, propouští frekvence f/f_{s} nižší než $x_{\mathrm{p,A}} = 0.005$ („passband“), $D_{\mathrm{A}}(f)$ se pro tuto oblast liší od jedničky $r_{\mathrm{A}} = 3.5\cdot 10^{-5}$ („ripple“), pro frekvence vyšší než $x_{\mathrm{stop,A}} = 0.05$ („stop band“) je útlum $s_{\mathrm{A}} = 1\cdot 10^{-5}$ („suppression“). **Filtr B** má podobně $M = 80$, $x_0 = 0.024$, $\beta = 20$, a ripple $r_{\mathrm{B}} = 1\cdot 10^{-9}$, suppression $s_{\mathrm{B}} = 1\cdot 10^{-9}$ passband $x_{\mathrm{p,B}} = 0.05$, stop band $x_{\mathrm{stop,B}} = 0.15$. Diskrétní Fourierova transformace $D(f)$ těchto filtrů je na obr. 82.

Nejprve je možno použít filtr A, poté nechat pouze každý $K = 10$ prvek. Postup opakujeme dvakrát s filtrem A a faktorem $K = 10$ a nakonec použijeme filtrování přes B a faktor $K = 5$. Původní vzorkování každých 36 dní se prodlouží na 492.8 yr.

Nesvorný & Ferraz-Mello (1997) používají jednou filtr A s faktorem $K = 6$ a dvakrát filtr B se stejným K. Původní vzorkovací interval 2 yr je pak zvětšen na 432 yr. My jsme se rozhodli používat tuto druhou variantu.



Obr. 82 — Absolutní hodnoty diskrétních Fourierových transformací filtrů A, B. Viz (30).



Obr. 83 — Graf amplituda(čas) ukazuje původní data (oskulační elementy), nízké frekvence a nakonec vyfiltrovaná data, která budou zapsána na výstup (střední elementy, dlouhodobé variace). Původní data byla v tomto příkladu generována jako součet deseti sinusoid se stejnými amplitudami a frekvencemi klesajícími od 1/50 do 1/50000. Filtry byly použity v pořadí AAAB s faktorem K 10, 10, 10 a 5. Frekvence 1/50000 a 1/20000 nebyly ovlivněny filtrovacím procesem.

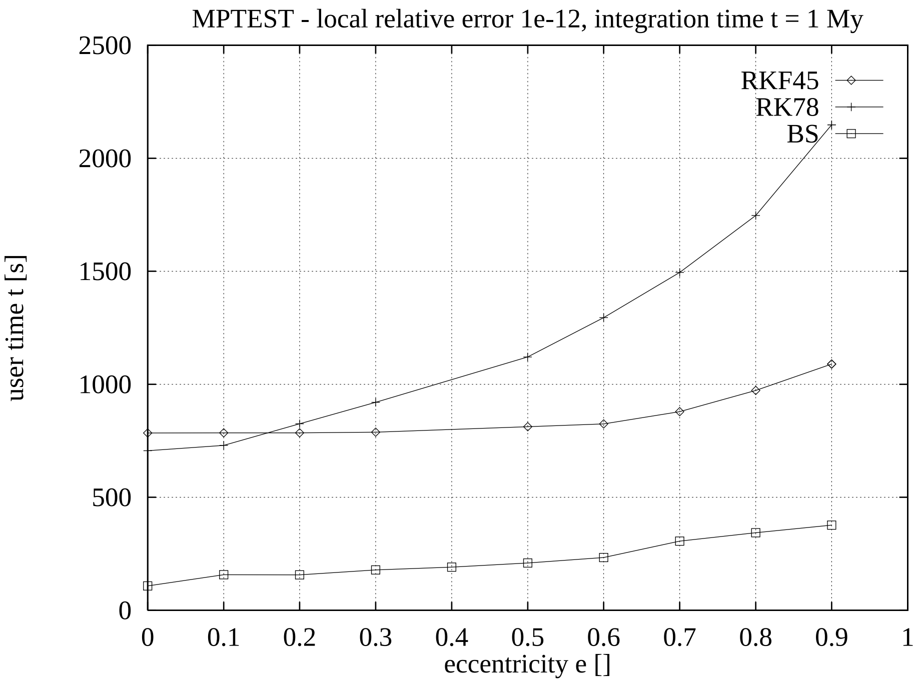
B. Testy numerických metod

Předtím než jsme započali numerické integrace jsme museli vybrat vhodnou numerickou metodu. Jako kritérium jsme vzali očekávané změny velké poloosy v řádu 0.001 AU · Myr^{-1} díky Yarkovského efektům. Numerické chyby metody totiž musí být dostatečně menší, abychom takovéto změny velké poloosy odhalili. Pro testovací účely jsme vyvinuli program `mptest.f`, který testuje několik metod integrováním systému dvou těles. Změny orbitálních elementů pak budou způsobeny jen kumulováním lokálních numerických chyb.

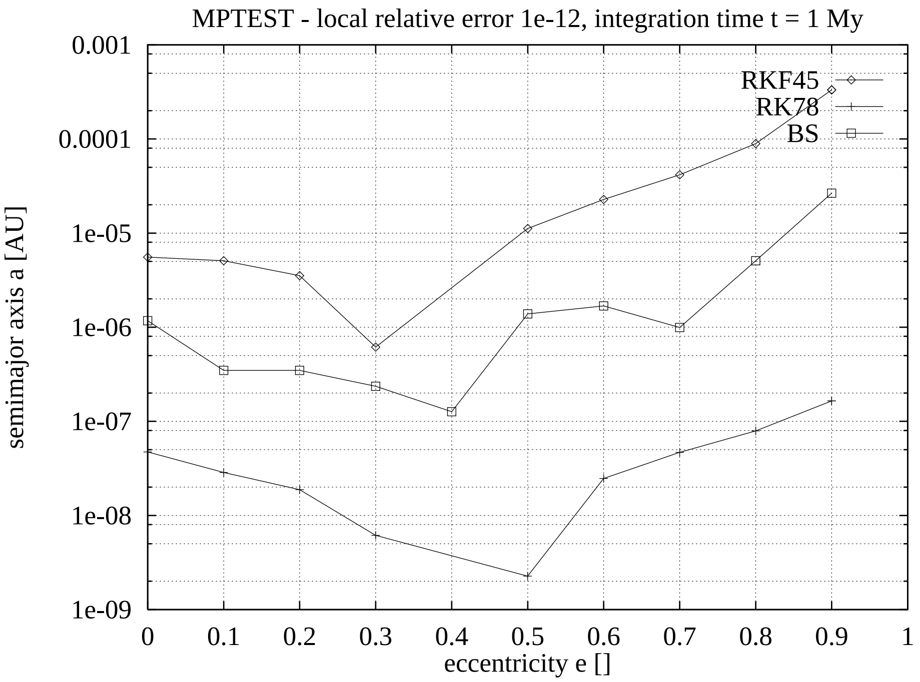
Z našich testů jsme vyřadili metody, které automaticky nemění časový krok nebo nestanoví maximální lokální relativní chybu (Runge–Kutta 4. řádu, Hammingovu metodu typu prediktor-korektor, Adams–Moultonovu metodu). Důvodem byla silná závislost lokální relativní chyby na excentricitě dráhy, která se může během vývoje výrazně měnit.

V následujících grafech porovnáváme tyto tři metody:

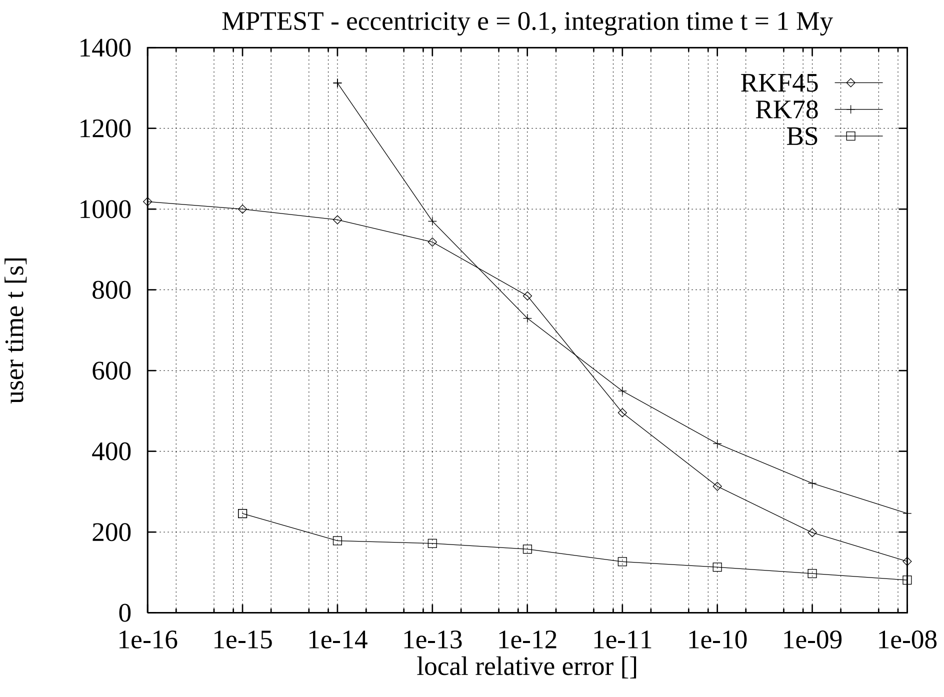
- Runge–Kutta–Fehlberg 4 – 5. řádu (*RKF45*)
- Runge–Kutta 7 – 8. řádu (*RK78*)
- Burlisch–Stoer (*BS*)



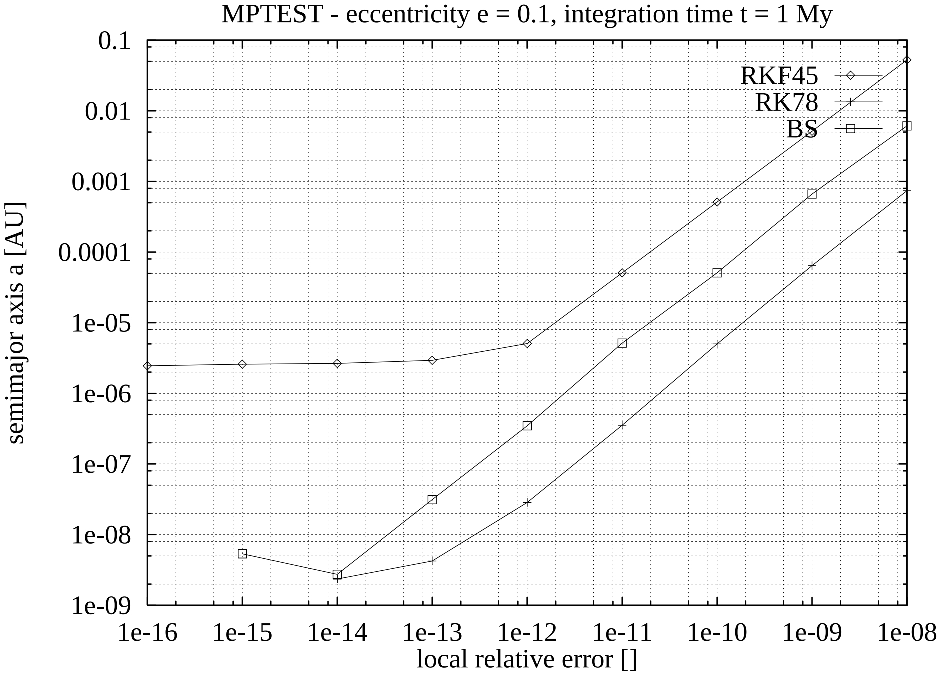
Obr. 84 — Závislost výpočetního času na excentricitě dráhy. Pro metodu RK78 je vidět výrazná závislot, metoda BS je několikrát rychlejší, ale její akumulovaná globální chyba je větší. Řešením může být snížení lokální relativní chyby až na 10^{-14}, (viz níže).



Obr. 85 — Závislost globální chyby reprezentované změnou velké poloosy na excentricitě. Všechny tři metody se chovají podobně, jen globální chyba se liší podle toho, jaký má metoda řád. S podivem zjišťujeme, že globální chyba není nejmenší pro kruhové dráhy, ale pro ty, které mají excentricitu mezi 0.3 a 0.5.



Obr. 86 — Na tomto grafu – výpočetní čas vs. lokální relativní chyba – je vidět významná výhoda BS metody – snížení lokální relativní chyby vede jen k mírnému nárůstu výpočetního času. Toto neplatí pro metodu RKF45 kvůli saturaci globální chyby (viz níže).



Obr. 87 — Závislost globální chyba vs. lokální chyba ukazuje zřetelně saturaci metody RKF45 – není možné snížit globální chybu, nejspíše kvůli nízkému řádu metody. Pro lokální relativní chybu 10^{-14} bude metoda BS ekvivalentní RK78.

Výsledkem těchto testů – obr. 84 až 87 – bylo zjištění, že nejoptimálnější je pro přesné integrace *metoda BS* s lokální relativní chybou 10^{-14}.

Až po provedení těchto testů jsme získali balík SWIFT, který zahrnuje symplektické integrátory MVS, RMVS, RMVS3. Podrobněji o tomto balíku programů pojednává dodatek C. Výše uvedené testy nemají pro tyto integrátory velký smysl, neboť eliptické dráhy jsou řešeny přesně.

Přesto, jak jsme poznamenali v kapitole 6.2 a 6.3, má smysl některé výsledky ověřit jiným než symplektickým integrátorem. V těchto případech jsme tedy volili integrátor BS.

C. Software, program swift_rmvsy, dokumentace

Vyvinuli jsme program swift_rmvsy a několik dalších programů, jejichž stručnou dokumentaci přinášíme v tomto dodatku. Většinou se jedná o kód napsaný v jazyce *FORTRAN 77* a je tedy poměrně snadné přeložit tento software pro různé operační systémy a platformy (počítačové architektury). Tab. 16 obsahuje výpis výpočetní techniky, kterou jsme používali pro numerické integrace, analýzu a zpracování výsledků.

operační systém	architektura	kompilátor	počítač
Linux 2.0 (RH 5.1)	Intel Pentium	GNU f2c/gcc or g77	PII/266, PPro/200, P/100
Irix 6.2	SGI 12×R10000	f77 (64 bit optimalizace)	HAL hal.ruk.cuni.cz
Windows 95/98/NT	Intel Pentium	Microsoft PowerStation 1.0, 4.0	PII/333

Tab. 16 — Výpis operačních systémů, platforem, kompilátorů a počítačů, které jsme používali pro naše výpočty. Více detailů o počítači SGI Power Challenge je k dispozici na http://www.cuni.cz/supercomp/.

Náš nejdůležitější program, který používáme pro numerické integrace, jsme nazvali swift_rmvsy. Je založen na balíku programů **SWIFT** od M. Duncana a H. Levisona, který obsahuje několik metod vhodných pro integrování systémů vzájemně gravitačně interagujících těles a testovacích částic. Software je public domain a je možné jej stáhnout na ftp://gort.space.swri.edu/pub/swift.tar.Z.

Jedním z integrátorů SWIFTu je symplektický integrátor MVS (Mixed Variable Symplectic). V práci Wisdom & Holman (1991), kde uvedeno detailní odvození této metody. Teorie symplektických integrátorů je dobře rozebrána v Saha & Tremaine (1992), numerické experimenty diskutuje např. Michel & Valsecchi (1997). V dalším jsme použili metodu RMVS (Regularized Mixed Variable Symplectic) verze 3 (tj. integrátor swift_rmvs3), která ošetřuje blízká setkání mezi planetami a testovacími částicemi.

Naším cílem bylo implementovat Yarkovského efekty do „čistě gravitačního kódu“ a také výstupní digitální filtr (detaily a reference viz předchozí dodatek A). Museli jsme tudíž modifikovat několik podprogramů původně zahrnutých do SWIFTu a také přidat několik nových.

Modifikované soubory.

getacch_tp.f — Výpočet zrychlení pro testovací částice v heliocentrické soustavě, přidáno volání podprogramu getacc_yarko

rmvs.inc — Include soubor pro podprogramy počítající blízká setkání. Tento soubor nebyl modifikován, je však nutný pro kompilaci.

rmvs3_chk.f — Tento podprogram kontroluje, zda nedochází k přiblížení testovací částice ke hmotnému tělesu. My jsme jen zvětšili Hillovu sféru pro Mars, protože časový krok (obvykle 30 dní) je tak veliký, že by asteroid mohl „přeskočit“ Mars bez těsného průletu (Farinella, osobní sdělení). Ve sluneční soustavě jsou přitom setkání v vnitřními planetami důležitým mechanismem.

rmvs3_step.f — Podprogram dělá jeden časový krok v heliocentrických souřadnicích pro hmotné i testovací částice. Byl přidán common block /times/, který slouží pro předání aktuálního času do podprogramu getacc_yarko.

rmvs3_step_out.f — Velmi podobná změna jako v předchozím souboru.

step_kdk_tp.f — Velmi podobná změna jako v předchozím případě.

swift.inc — Hlavní include soubor pro SWIFT. Tento soubor nebyl modifikován, je však nutný pro kompilaci.

Přidané soubory.

filter.in — Příklad souboru vstupních parametrů digitálního filtru.

filter.inc — Include soubor pro filtrovací podprogramy.

getacc_yarko.f — Výpočet a přičtení tepelného zrychlení pro testovací částice v heliocentrických souřadnicích. Zahrnuty jsou obě varianty – denní i roční Yarkovského efekt. Tepelné parametry jsou předávány přes common block /yarko/. Pro vyčíslení nelokální roční Yarkovského síly potřebujeme předat nezávislou proměnnou (čas) pomocí common bloku /times/.

io_init_filter.f — Čtení parametrů filtrů z daného souboru (viz filter.in), výpočet filtrů.

io_init_th.f — Čtení tepelných dat asteroidů, předpočítání parametrů pro podprogram getacc_yarko.

io_write_filter.f — Shromažďování oskulačních elementů pro testovací částice i planety v zásobníku, filtrování, zápis středních elementů do real*4 binárního souboru.

reorient.f — Podprogram reorient mění rotační osy asteroidů a rozhoduje o jejich rozpadu. Podprogramy reorient_write a disrupt_write zapisují log soubory reorient.out a disrupt.out.

rmvsy.in — Příklad standardního vstupu programu swift_rmvsy.

th.in — Příklad souboru tepelných parametrů pro swift_rmvsy.

swift_rmvsy.f — Prostě hlavní soubor. Je založen na swift_rmvs3 s následujícími změnami: přidáno volání filtrovacích podprogramů, reorientace rotační osy a zápis log souborů (viz reorient.f).

yarko_seasonal.f — Výpočet těch parametrů pro getacc_yarko, jež závisí na orbitálních elementech. Tyto elementy dráhy jsou počítány každé dva roky kvůli filtrovacímu procesu a podprogram je tedy volána právě v těchto časech. Jediný rychlý element (tj. střední anomálie) je interpolován (pro tyto účely slouží common block /times/).

Další programy.

baryc.f — Aplikace barycentrické korekce nepřímého vlivu vnitřních planet na počáteční podmínky vnějších planet a asteroidů, jak jsou vypisovány programem makein.)

makein.f — Tento program vypisuje polohy a rychlosti planet (efemerida DE405) v daném čase a totéž počítá pro testovací tělesa s danými orbitálními elementy. Výstup může být rozdělen do dvou vstupních souborů pro SWIFT: tp.in a pl.in. Pro kompilaci a běh tohoto programu je potřeba ještě několik dalších souborů: a.f (knihovna astronomických funkcí a procedur), pleph.f, selcon.f, JPLEPH (soubory z efemeridy DE405 počítané v JPL).

bincat.f — Spojí či zkrátí výstupní binární soubory SWIFTu. Program může sloužit při přerušení výpočtu (např. z důvodu výpadku elektrického proudu nebo zaplnění hard disku) uvnitř podprogramů, které zapisují výstup.

bin2unix.f — Konvertuje binární soubory vytvořené programem přeloženým Microsoft PowerStation Fortran do formátu, který vytvářejí Unixové kompilátory.[4]

follow.awk — AWK skript transformující výstup z follow.filter tak, aby mohl být vykreslen Gnuplotem nebo přečten skriptem rates.awk.

follow.filter.f — Program velmi podobný follow.f, zahrnutém v balíku SWIFT, který konvertuje binární soubor do textového (ASCII), vypisovány jsou všechny planety i testovací částice. Výstupem jsou dva soubory: follow.out (oskulační elementy) a follow.filter.out (střední elementy).

genvel.f — Přidá izotropické rozdělení rychlostí typu $v^{-\alpha}$ k rychlostem v souboru tp.in. Viz Farinella *et al.* (1993)

i.f — Program zobrazuje střední (nebo oskulační) orbitální elementy z binárních souborů SWIFTu v mnoha různých grafech, např. $a(t)$, $e(t)$, (a, e), kritické úhly rezonancí středního pohybu i sekulárních, atp. V programu je použita grafická knihovna *PGPLOT* verze 5.2, která může vytvářet výstup na několik zařízení, např. Xwindow, obrázek GIF, PostScriptový soubor. Relevantní dokumentaci lze nalézt na http://astro.caltech.edu/~tjp/pgplot/.

rates.awk — Výpočet lineárních driftů $\mathrm{d}a/\mathrm{d}t$, $\mathrm{d}e/\mathrm{d}t$, $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$ z výstupu follow.awk.

reor.awk — Skript užitečný pro restart programu swift_rmvsy — opravuje orientace rotačních os v th.in podle souboru reorient.out.

th.awk — Přidá náhodné orientace rotačních os v souboru th.in.

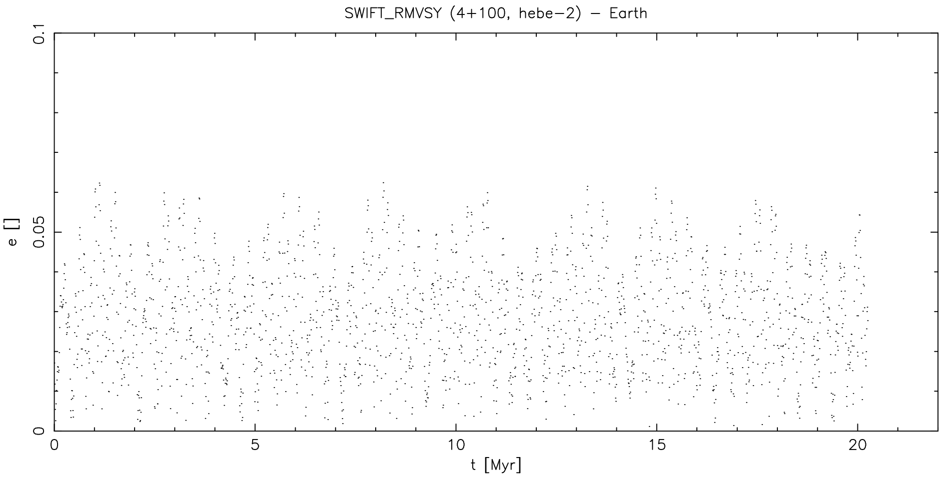
Download. Zdrojové texty programu swift_rmvsy a všechny zmíněné podpůrné programy lze najít na Internetu http://astro.mff.cuni.cz/broz/mp/swift_rmvsy.tar.gz.

[4] Rozdíl mezi těmito dvěma formáty spočívá v tom, že každý soubor vytvořený pod Windows začíná bytem hex 4B a končí hex 82. Každý neformátovaný výstup N bytů předchází 1 byte s hodnotou N a následuje 1 byte, který obsahuje počet úspěšně zapsaných bytů (zřejmě by si měly být rovny). Unixové soubory nemají žádný počáteční ani ukončovací byte a délka položky N je celé 4 byty.

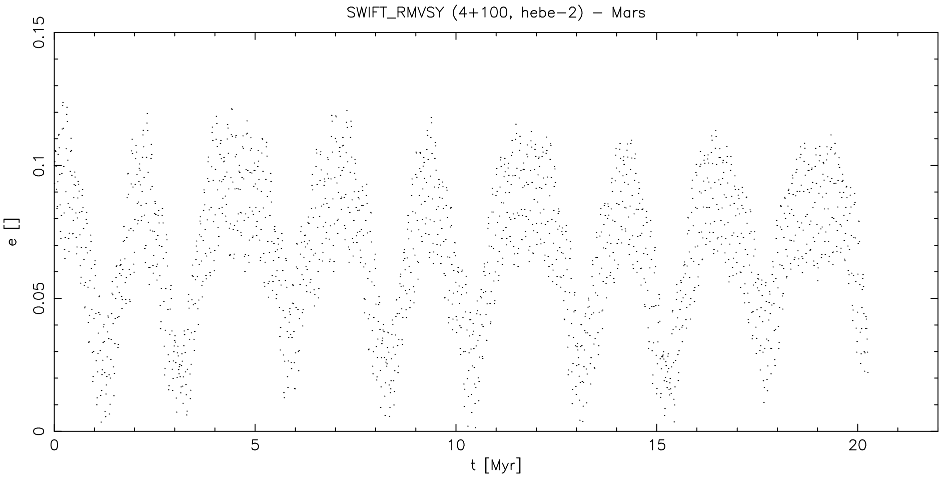
D. Ukázky vývoje planetárních drah

Tento dodatek přináší několik ukázek vývoje planetárních drah. Orbitální elementy drah planet jsou pro nás vedlejším produktem integrací drah asteroidů a asteroidálních fragmentů, ve kterých potřebujeme zahrnout planetární perturbace.

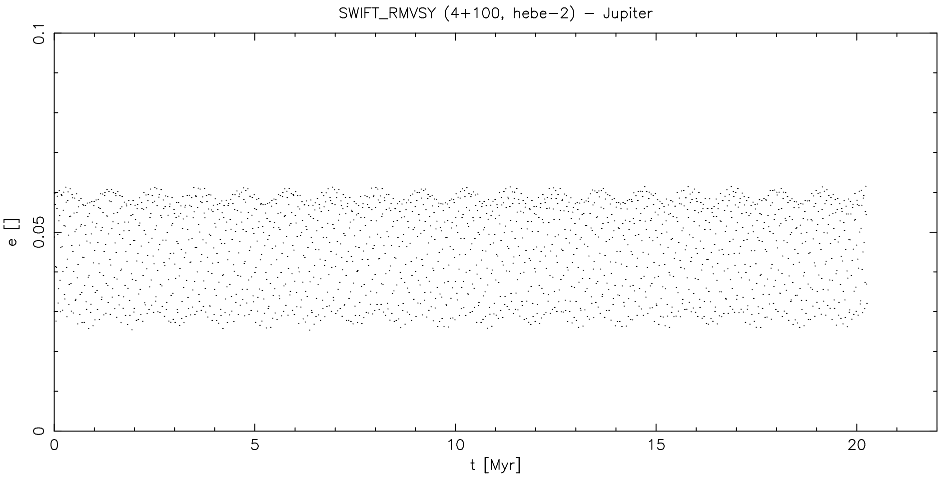
Tyto výsledky mohou být použity jako kontrola správnosti numerických integrací, srovnáme-li je s dříve publikovanými články, které se zabývají dlouhodobým vývojem sluneční soustavy. Na obr. 88 – 90 jsou zobrazeny grafy $e(t)$ (0 – 20 Myr) pro Zemi, Mars a Jupiter, které jsme porovnávali s prací Laskar (1988). Jemné rozdíly mezi závislostmi jsou patrné, ale hlavní trendy, periody a amplitudy oscilací se shodují. Můžeme tedy říci, že náš numerický integrátor `swift_rmvsy` dobře modeluje planetární perturbace.



Obr. 88 — Závislost oskulační excentricity dráhy Země na čase.

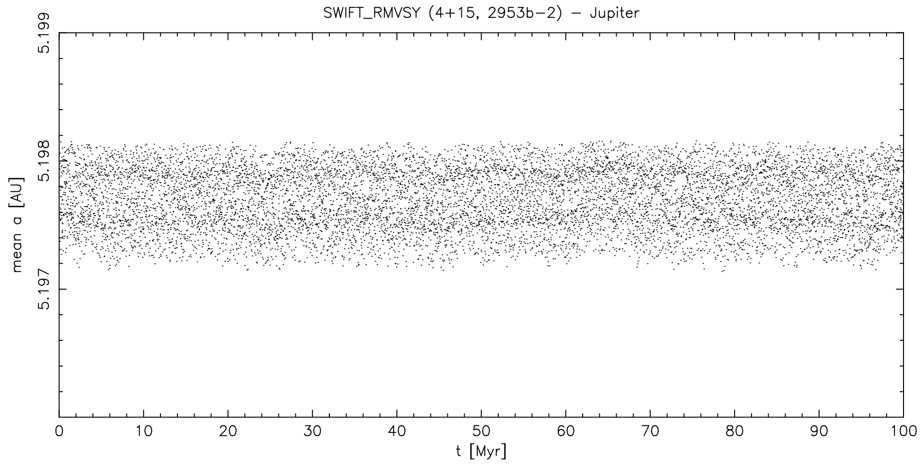


Obr. 89 — Závislost oskulační excentricity dráhy Marsu na čase.

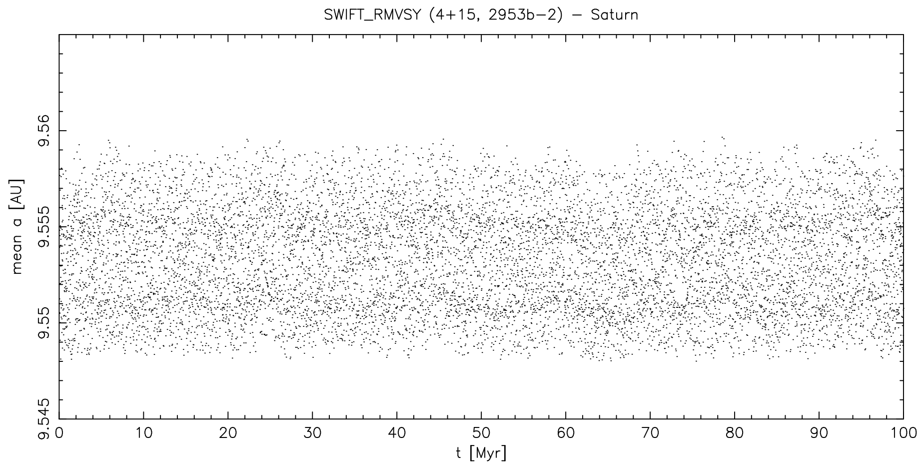


Obr. 90 — Závislost oskulační excentricity dráhy Jupiteru na čase.

Druhou možností, jak jsme využili orbitální elementy planet, bylo určení polohy rezonancí středního pohybu a rezonancí tří těles Jupiter-Saturn-asteroid. Tuto polohu jsme zjišťovali ze středních velkých poloos planet — na obr. 91 a 92 jsou zobrazeny právě závislosti střední velké poloosy Jupiteru a Saturnu na čase. Vidíme, že jsou na časové škále 100 Myr velmi stabilní (viz malý rozsah na osách grafu).



Obr. 91 — Závislost střední velké poloosy dráhy Jupiteru na čase, integrace bez vnitřních planet.



Obr. 92 — Závislost střední velké poloosy dráhy Saturnu na čase, integrace bez vnitřních planet.