# 0.1 Jarkovského/YORP jev

#### 0.1.1 První odhad teploty na povrchu planetky

Abychom vůbec mohli spočítat Jarkovského/YORP jev, tedy zbytkovou sílu a moment působící na planetku emitující tepelné (infračervené) záření, potřebujeme nejprve znát rozložení teploty na povrchu.

Hrubý odhad střední, rovnovážné teploty  $T_{eq}$  získáme snadno, předpokládámeli, že planetka je koule v termodynamické rovnováze (sama se sebou a se zářením okolo, tzn. má všude stejnou teplotu  $T_{eq}$ ). Použijeme zákon zachování energie, čili rovnítko mezi výkonem absorbovaným od Slunce a vyzařovaným dle Stefanova– Boltzmannova zákona:

$$\pi R^{2} (1-A) \frac{L_{\odot}}{4\pi r^{2}} = 4 \pi R^{2} \epsilon \sigma T_{\rm eq}^{4} , \qquad (1)$$

kde A označuje Bondovo albedo,  $L_{\odot}$  zářivý výkon Slunce, r vzdálenost od Slunce,  $\epsilon$  infračervenou emisivitu a  $\sigma$  Stefanovu-Boltzmannovu konstantu. Čtyřka je tam proto, že absorpce záření je průřezem, kdežto emise povrchem. Poloměr planetky R není podstatný, protože se zkrátí:

$$T_{\rm eq} = \left[\frac{(1-A)L_{\odot}}{16\pi\epsilon\sigma r^2}\right]^{\frac{1}{4}} \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \,.$$

Když vynecháme čtyřku v rovnici (1), zjistíme subsolární teplotu  $T_{\star} = \sqrt{2} T_{\text{eq}}$ "v poledne pod Sluncem". Pro Ceres, s  $a \doteq 2,77 \text{ AU} \simeq r$ , A = 0,12, vychází:

$$T_{\rm eq} = \left[\frac{(1-0.12)\cdot 3.85\cdot 10^{26}}{16\cdot 3.14\cdot 0.9\cdot 5.67\cdot 10^{-8}\cdot (2.77\cdot 149.6\cdot 10^9)^2}\right]^{0.25} \,\mathrm{K} \doteq 170 \,\mathrm{K}$$

Mimochodem, na Zemi s A = 0.367 je  $T_{eq} = 255 \text{ K} = -18 \,^{\circ}\text{C}$ , ale tady je to navíc komplikované *skleníkovým jevem*.

Jaký vliv na teplotu má přítomnost atmosféry? Musíme uvážit tři věci: i) atmosféra absorbuje menší část viditelného záření od Slunce ( $T_{eq}$  Země klesá); ii) atmosféra je vlastně druhý zdroj záření s teplotou  $T_{atm}$  ( $T_{eq}$  roste); iii) tepelné záření s povrchu Země je účinně absorbováno atmosférou ( $T_{atm}$  roste). Zákon (1) zachování energie pro Zemi tedy musíme změnit takto:

$$(1-A)k_{\rm trans}S + (1-A_{\rm IR})4\epsilon_{\rm atm}\sigma T_{\rm atm}^4 = 4\epsilon\sigma T_{\rm eq}^4$$
<sup>(2)</sup>

a přibude nám ještě zákon zachování energie pro atmosféru:

$$k_{\rm abs}S + k_{\rm absIR} 4\epsilon \sigma T_{\rm eq}^4 = 8\epsilon_{\rm atm}\sigma T_{\rm atm}^4 \,, \tag{3}$$

kde  $S = \frac{L_{\odot}}{4\pi(1 \,\mathrm{AU})^2} \doteq 1360 \,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^2$ označuje solární koeficient. "Záhadná osmička" ve druhé rovnici vyjadřuje skutečnost, že atmosféra má vlastně dva povrchy, přičemž polovinu IR záření vysílá do vesmíru (ta nás dále nezajímá) a polovinu směrem k Zemi. Zadáme-li následující parametry:

1

absorpční koeficient atmosféry ve viditelném oboru  $k_{\rm abs} = 0.2$ , transmisní koeficient  $k_{\rm trans} = 1 - k_{\rm abs}$ , v IR oboru  $k_{\rm absIR} = 0.8$ , IR albedo Země  $A_{\rm IR} = 0.1$ , IR emisivity  $\epsilon = \epsilon_{\rm atm} = 0.9$ , můžeme soustavu rovnic (2), (3) vyřešit vzhledem k  $T_{\rm eq}$  a  $T_{\rm atm}$ :

$$\begin{split} T_{\rm eq} &= \left[\frac{S}{4\epsilon\sigma}\frac{2(1-A)k_{\rm trans}+(1-A_{\rm IR})k_{\rm abs}}{2-(1-A_{\rm IR})k_{\rm absIR}}\right]^{\frac{1}{4}} \doteq 281\,{\rm K} \doteq 8^{\circ}{\rm C}\,,\\ T_{\rm atm} &= \left[\frac{S}{2\epsilon_{\rm atm}\sigma}\frac{k_{\rm abs}+(1-A)k_{\rm trans}k_{\rm absIR}}{4-2(1-A_{\rm IR})k_{\rm absIR}}\right]^{\frac{1}{4}} \doteq 237\,{\rm K} \doteq -36^{\circ}{\rm C}\,. \end{split}$$

Vidíme, že absorpce v atmosféře sama o sobě sice snižuje množství záření od Slunce, ale to je více než vyváženo tepelným zářením od atmosféry, takže povrchová teplota Země vychází vyšší než bez atmosféry. Říká se tomu "skleníkový jev" (přestože zahradnický skleník funguje trochu jinak — sklo hlavně zabraňuje promíchávání vzduchu). Ve skutečnosti se teploty Země a atmosféry liší od našich výsledků, protože ani Země ani atmosféra nejsou v termodynamické rovnováze, atmosféra není homogenní, uplatňují se i jiné způsoby přenosu energie než pouze zářením... Důležitá věc na závěr: i když se zářivý výkon Slunce vůbec nemění (na krátké časové škále), změny na Zeměkouli (jejího albeda, transmisního nebo absorpčního koeficientu atmosféry) vedou k podstatným změnám povrchové teploty! To je podstata *globálního oteplování*.



Obrázek 1: Zeměkoule s tenkou atmosférou.

Ve skutečnosti je problém složitější — abychom nalezli teplotu  $T(\mathbf{r}, t)$ , jako funkci souřadnic  $\mathbf{r}$  a času t, musíme vyřešit parciální diferenciální *rovnici vedení tepla* v objemu tělesa:

$$\nabla \cdot (K\nabla T) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} , \qquad (4)$$

s hraniční podmínkou na povrchu:

$$\left(K\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{\text{na povrchu}} + \epsilon \sigma T^4 = (1 - A) \,\mathcal{E}(t) \cdot \mathbf{n}_{\perp}(\mathbf{r}) \,, \tag{5}$$

kde K > 0 označuje tepelnou vodivost,  $\rho$  hustotu, C měrnou tepelnou kapacitu materiálu planetky a  $\mathcal{E}(t)$  časově závislý tok záření (vzhledem k místní normále  $\mathbf{n}$ ;  $\mathcal{E}(t)$  se liší od 0 pouze tehdy, když je skalární součin  $\mathcal{E} \cdot \mathbf{n}$  kladný).

Z integrálního tvaru rovnice vedení tepla a Gaussovy věty snadno nahlédneme její význam:

$$\int_{V} \nabla \cdot (K \nabla T) \, \mathrm{d}V = \oint_{S} K \nabla T \, \mathrm{d}S = \int_{V} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \, \mathrm{d}V \,,$$

tedy kolik energie přes povrch S přiteče, o tolik se musí zvýšit tepelná energie v objemu V. (Musí tam být samozřejmě nějaký gradient  $\nabla T$  teploty T, jinak žádné teplo nikam nepoteče.)

#### 0.1.2 1-rozměrná lineární teorie Jarkovského/YORP jevu

Aby byl problém co nejprůhlednější, budeme zkoumat jednorozměrný příklad: poloprostor  $x \ge 0$  z homogenního materiálu, ozářený harmonicky periodickým tokem  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 e^{i2\pi ft}$ , tedy čímsi, co připomíná střídání dne a noci. (Samozřejmě pouze reálná část  $\operatorname{Re}\{\mathcal{E}\} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 \cos 2\pi ft$  je fyzikálně významná.) Můžeme si představit, že se jedná o jeden tenký 'sloupeček' velké planetky, jehož povrch je ozářen Sluncem, které mění svou polohu na obloze (obr. 2). Frekvence f může charakterizovat buď denní, nebo roční pohyb. Rovnice vedení tepla (4) a hraniční podmínka (5) pak mají tvar [2]:

$$\chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \,, \tag{6}$$

$$-K\frac{\partial T}{\partial x} + \epsilon \sigma T^4 = (1-A)\mathcal{E}(t), \qquad (7)$$

kde $\chi=\frac{K}{\rho C}$ označuje tepelnou difuzivitu materiálu. Chceme najít teplotu T(x,t)jako funkci hloubky a času.



Obrázek 2: "Jednorozměrný" sloupeček ve velkém asteroidu, jehož povrch ozařuje Slunce.

Protože  $\mathcal{E}(t)$  je harmonická funkce, 'hádáme', že odezva T v ustáleném stavu bude obdobná. Proto se pokusíme najít partikulární řešení ve tvaru  $T(x,t) = T_0 + T_1(x) e^{i2\pi ft}$ . (Funkce  $T_1(x)$  může být komplexní, což by znamenalo fázový posun teploty vzhledem k dopadajícímu záření.) Rovnice (6) se potom redukuje na obyčejnou diferenciální rovnici pro  $T_1(x)$ , neboť faktor  $e^{i2\pi ft}$  zkrátíme:

$$\frac{\mathrm{d}^2 T_1}{\mathrm{d}x^2}(x) = \frac{\mathrm{i}2\pi f}{\chi} T_1(x) \,,$$

jejíž nedivergující řešení najdeme snadno:

$$T_1(x) = T_1(0) e^{-\sqrt{i2\pi f/\chi} x} = T_1(0) e^{-(1+i)\sqrt{\pi f/\chi} x} .$$
(8)

Vidíme, že změny teploty klesají s hloubkou jako  $e^{-\frac{x}{\delta}}$  a hloubka proniku tepelné vlny je řádu  $\delta = \sqrt{\chi/(\pi f)}$ . (A navíc je tam nějaký fázový posun.)

Stále neznáme povrchovou teplotu T(0,t). Zde však využijeme hraniční podmínku (7), kam dosadíme známou derivaci:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x,t) = -(1+i)\sqrt{\pi f/\chi} T_1(x) e^{i2\pi ft},$$

takže:

$$K(1+i)\sqrt{\pi f/\chi} T_1(0) e^{i2\pi ft} + \epsilon \sigma (T_0 + T_1(0) e^{i2\pi ft})^4 = (1-A)(\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 e^{i2\pi ft}).$$
(9)

Výpočet čtvrté mocniny, a zejména řešení, by mohlo být "strastiplné", nicméně předpokládejme, že  $T_1(0) \ll T_0$  (tzn. že změny teploty jsou malé v porovnání se střední teplotou) a *linearizujme* rovnici (9) jako  $(T_0 + T_1)^4 = T_0^4 + 4T_0^3T_1 + \mathcal{O}(T_1^2)$ . Odečteme členy s  $T_0$  a  $\mathcal{E}_0$  (protože přesně odpovídají rovnovážné teplotě  $T_{eq}$  v (1)) a zůstane nám lineární rovnice pro  $T_1(0)$ :

$$(1+i)\sqrt{\pi f K C \rho} T_1(0) + 4\epsilon \sigma T_{eq}^3 T_1(0) = (1-A)\mathcal{E}_1.$$

Povrchovou teplotu vyjádříme jako:

$$T(0,t) = T_{\rm eq} + \frac{(1-A)\mathcal{E}_1 \,\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi f t}}{(1+\mathrm{i})\sqrt{\pi f K C \rho} + 4\epsilon \sigma T_{\rm eq}^3} \,.$$

Jmenovatel je komplexní číslo (což znamená fázový posun pro teplotní vlny postupující materiálem planetky); po rozšíření komplexně sdruženým číslem uvidíme, že:

$$T(0,t) = T_{\rm eq} + \frac{(1-A)\mathcal{E}_1}{4\epsilon\sigma T_{\rm eq}^3} \frac{1}{\sqrt{1+2\Theta+2\Theta^2}} \,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\pi ft+\phi_{\rm th})}\,,\tag{10}$$

kde tepelný parametr $\Theta$ a tepelné zpoždění  $\phi_{\rm th}$  jsou:

$$\Theta = \frac{\sqrt{\pi f K C \rho}}{4\pi \epsilon \sigma T_{\rm eq}^3}, \quad \operatorname{tg} \phi_{\rm th} = -\frac{\Theta}{1+\Theta}.$$
(11)

Pro úplnost můžeme napsat teplotu v hloubce (i když pro nás není zásadní, protože dynamické účinky záření jsou určované pouze T(0,t)):

$$T(x,t) = T_{\rm eq} + \frac{(1-A)\mathcal{E}_1}{4\epsilon\sigma T_{\rm eq}^3} \frac{1}{\sqrt{1+2\Theta+2\Theta^2}} e^{i(2\pi ft + \phi_{\rm th} - \sqrt{\pi f/\chi} x)} e^{-\sqrt{\pi f/\chi} x} .$$
(12)

Vizualizace ustáleného řešení (12) jednorozměrné rovnice (6) pro vedení tepla je na obr. 3. Tepelné vlastnosti materiálů, ze kterých jsou planetky pravděpodobně tvořené, jsou vypsány v tab. 1. Souhrn hodnot tepelného zpoždění  $\phi_{\rm th}$  (11) a amplitudy teploty  $T_1(0)$  (10) pro typické denní a roční frekvence poskytuje tab. 2. (Mimochodem z nich můžeme vyčíst, že vinný sklípek na planetce je radno budovat v hloubce alespoň několika metrů.) Podíl  $T_1(0)/T_{\rm eq}$ , který dosahuje řádu  $\simeq 0.1$ 



Obrázek 3: Třírozměrný nákres závislosti hloubky x, času t a teploty T, jak vyplynula z jednorozměrného modelu (12). Vlastnosti materiálu odpovídají bazaltické hornině (viz tab. 1), s tepelnou vodivostí  $K = 1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . Amplituda  $\mathcal{E}_1$  zářivého toku je polovinou rovnovážného toku  $\mathcal{E}_0$  na 2,5 AU od Slunce; frekvence f toku  $\mathcal{E}(t)$  odpovídá orbitální periodě P = 4 y. Tok je kreslen jako tenká linka v rovině (t, T) a je škálovaný stejně jako amplituda  $T_1(0)$  povrchové teploty. Tepelné zpoždění mezi dopadajícím tokem  $\mathcal{E}(t)$  a povrchovou teplotou T(0, t) je zřetelné ( $\phi_{\text{th}} \doteq -4^{\circ}$ ).

v některých případech, nám říká, že se přibližujeme limitům lineární teorie a že teploty v plně nelineární teorii se mohou lišit, pravděpodobně o  $\simeq 10\%$  hodnoty  $T_1$ .

materiál	$\varrho_{\mathrm{bulk}}$	$\rho_{\rm surf}$	K	C	А
	$kg \cdot m^{-3}$	$kg \cdot m^{-3}$	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	
obnažený bazalt (typ S)	3500		0,5-2,5	680	0,1-0,16
pokrytý regolitem	3500	1500	0,001-0,01	680	
kov (typ M)	8000		$\sim 40$	500	$0,\!09\!-\!0,\!11$
primitivní (typ C)	1000		$_{0,1-1}$	1500	0,03-0,08

Tabulka 1: Předpokládané typické hodnoty tepelných parametrů, které používáme pro modelování Jarkovského/YORP jevu, přičemž  $\varrho_{\text{bulk}}$  označuje objemovou hustotu,  $\varrho_{\text{surf}}$  hustotu povrchových vrstev, K tepelnou vodivost, C měrnou tepelnou kapacitu a A albedo. U materiálu uvádíme v závorce i odpovídající taxonomický typ planetek.

materiál	P	δ	Θ	$\phi_{\rm th}$	$T_1(0)$
		m		0	K
bazalt	$6\mathrm{h}$	0,05	6	-40	1
	$4  \mathrm{y}$	4	0,08	-4	82
regolit	$6\mathrm{h}$	0,008	$^{0,4}$	-15	47
	$4\mathrm{y}$	$^{0,6}$	0,005	-0.3	94

Tabulka 2: Hloubka  $\delta$  proniku tepelné vlny (8), tepelný parametr  $\Theta$ , tepelné zpoždění  $\phi_{th}$  (11) a amplituda  $T_1(0)$  povrchové teploty (10) podle výsledků 1-rozměrného modelu. Amplituda zá-

řivého toku  $\mathcal{E}_1$  je polovinou rovnovážného toku  $\mathcal{E}_0$  na 2,5 AU od Slunce ( $T_{eq} \doteq 170$  K). Hodnoty byly vypočteny pro dva typy materiálů (z tab. 1) a dvě různé periody P = 1/f toku  $\mathcal{E}(t)$  — typickou denní (6 hodin) a roční (4 roky).

Znajíce povrchovou teplotu T (na tělese libovolného tvaru), můžeme spočítat elementární radiační sílu vyvolanou emisí fotonů, které odnášejí hybnost z jednoho povrchového elementu dS, jako:

$$\mathrm{d}\mathbf{F}_{\mathrm{Y}} = -\frac{2}{3} \frac{\epsilon \sigma T^4}{c} \,\mathrm{d}S \,\mathbf{n}_{\perp} \,. \tag{13}$$

Faktor  $\frac{2}{3}$  odpovídá Lambertovu zákonu rozp<br/>tylu,  $\boldsymbol{n}_{\perp}$  označuje jednotkový vektor kolmý k povrchu a směřující ven.



Obrázek 4: Lambertův zákon rozptylu, znázorněný jako rozptylový diagram pro energii ve tvaru koule přiléhající k povrchu.

Lambertův zákon říká, že intenzita I záření je izotropní (nezávislá na směru). Dle definice intenzity je energie dE vyzařovaná z plošky dS v daném směru  $\vartheta$  (měřeném od kolmice) do prostorového úhlu d $\Omega$  za jednotku času dt rovna

#### $\mathrm{d}E = I\mathrm{d}S\cos\vartheta\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}t\,.$

Zde je zřetelná úměra  $\cos \vartheta$  (viz obr. 4). Tok F bychom obecně získali jako integrál výrazu  $I \cos \vartheta$ přes prostorový úhel  $\Omega$ . Nás však zajímají pouze kolmé složky toku, čili budeme navíc násobit  $\sin \vartheta$ , a integrovat pouze přes poloprostor:

$$\begin{split} F_{\perp} &= \int_{\Omega} I \cos \vartheta \sin \vartheta \mathrm{d}\Omega = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} I \cos \vartheta \sin \vartheta \sin \vartheta \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\phi = 2\pi I \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2} \vartheta \cos \vartheta \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\phi \\ &= 2\pi I \left[ \frac{\sin^{3} \vartheta}{3} \right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}\pi I \,. \end{split}$$

Pro fotony je E = pc a velikost síl<br/>y $|\mathbf{F}| = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{c}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{P}{c} = \frac{F_{\perp}\mathrm{d}S}{c}$ . Absolutně šedé těleso má intenzitu  $I \equiv B(T) = \frac{1}{\pi}\epsilon\sigma T^4$  (Harmanec a Brož 2011).

Jarkovského zrychlení homogenního tělesa s celkovou hmotností m je pak dáno integrací přes celý povrch:

$$\boldsymbol{a}_{\rm Y} = -\frac{2}{3} \frac{\epsilon \sigma}{mc} \int_{S} T^4 \mathrm{d}S \, \boldsymbol{n}_{\perp} \simeq -\frac{8}{3} \frac{\epsilon \sigma}{mc} T_{\rm eq}^3 \int_{S} T_1 \mathrm{d}S \, \boldsymbol{n}_{\perp} \,, \tag{14}$$

kde opět můžeme použít linearizaci  $T^4$ .

Obdobně vyjadřujeme celkový moment síly (YORP), ovlivňující rotaci tělesa:

$$\mathbf{T}_{\mathrm{Y}} = \int_{S} \mathbf{r} \times \mathrm{d}\mathbf{F}_{\mathrm{Y}} = -\frac{2}{3} \frac{\epsilon \sigma}{c} \int_{S} T^{4} \mathbf{r} \times \mathbf{n}_{\perp} \mathrm{d}S.$$
(15)

Nejdůležitější perturbací dráhy působenou  $\boldsymbol{a}_{Y}$  je drift velké poloosy. Podle první Gaussovy rovnice platí:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = \frac{2\mathcal{T}}{n} + \mathcal{O}(e)\,,\tag{16}$$

kde  $\mathcal{T}$  označuje transverzální složku  $a_{\rm Y}$  (tj. složka kolmá na radiusvektor, ležící v rovině dráhy). Jak můžeme vidět z rovnice (14), výsledné celkové transverzální zrychlení  $\mathcal{T}$ , a tudíž rychlost da/dt změny velké poloosy, je: i) úměrné odchylkám teploty od rovnováhy, ii) sinu úhlu  $\phi_{\rm th}$  teplného zpoždění (viz obr. 5), a iii) nepřímo úměrné velikosti, protože  $F_{\rm Y}$  je úměrné ploše S povrchu a  $a_{\rm Y} = \frac{F}{m}$ .

Typická velikost radiační síly na 1 m<sup>2</sup> může být d $F_{\rm Y} \doteq \frac{2}{3} \frac{0.9 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 160^4 \cdot 1}{3 \cdot 10^8}$  N  $\doteq 10^{-7}$  N. Pro 1 km asteroid máme zhruba (viz parametry pro regolitový materiál a denní frekvenci v tab. 2):  $a_{\rm Y} \doteq \frac{8}{3} \frac{0.9 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 160^3}{(4/3) \cdot 3.14 \cdot 1000^3 \cdot 3500 \cdot 3 \cdot 10^8} 4 \cdot 3.14 \cdot 1000^2 \cdot 47 \,{\rm m} \cdot {\rm s}^{-2} \doteq 10^{-13} \,{\rm m} \cdot {\rm s}^{-2}$  (porovnejme to s gravitačním zrychlením  $a_{\rm G} = \frac{GM_{\odot}}{r^2} \doteq 10^{-3} \,{\rm m} \cdot {\rm s}^{-2}$ ); transverzální složka  $\mathcal{T} \doteq 10^{-13} \cdot \sin 15^{\circ} \,{\rm m} \cdot {\rm s}^{-2} \doteq 10^{-14} \,{\rm m} \cdot {\rm s}^{-2}$ , střední pohyb  $n = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a^3}} \doteq 0.004 \,\frac{{\rm rad}}{{\rm den}}$  a výsledná rychlost změny velké poloosy  $\frac{da}{dt} \doteq \frac{2 \cdot 10^{-14} \cdot (86400^2/150 \cdot 10^9)}{0.004} \cdot 365.25 \cdot 10^6 \,\frac{{\rm AU}}{{\rm Myr}} \doteq 10^{-4} \,\frac{{\rm AU}}{{\rm Myr}}$ . Tyto řádové odhady souhlasí s dokonalejším modelováním ve třech rozměrech (viz obr. 6).

Moment síly  $\mathbf{T}_{Y}$  mění moment hybnosti L tělesa:  $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{T}_{Y}$ . V případě, že se těleso otáčí okolo osy odpovídající nejkratší ose tenzoru momentu setrvačnosti, je  $\mathbf{L} = C\omega \mathbf{e}$ , kde C označuje (konstatní) moment setrvačnosti,  $\omega$  velikost úhlové rychlosti,  $\mathbf{e}$  jednotkový vektor směřující podél osy rotace. Rychlost změny  $\mathbf{L}$  se obvykle vyjadřuje ve třech úhlových proměnných:

$$\begin{split} \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}}{C} \,, \\ \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{\perp 1}}{C\omega} \,, \qquad \mathbf{e}_{\perp 1} = \frac{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{e}) \, \mathbf{e} - \mathbf{N}}{\sin \gamma} \,, \\ \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{\perp 2}}{C\omega} \,, \qquad \mathbf{e}_{\perp 2} = \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{N}}{\sin \gamma} \,, \end{split}$$

kde  $\gamma$  je šikmost (neboli obliquita, úhel mezi rotační osou a kolmicí k dráze),  $\psi$  délková souřadnice,  $\mathbf{T}$  celkový moment síly (kromě YORPu bývají přítomné gravitační momenty sil a inerciální členy kvůli pohybu soustavy souřadnic), jednotkový vektor  $\mathbf{N}$  je kolmý k orbitální rovině. Rychlost změny úhlové frekvence  $\frac{d\omega}{dt}$  závisí na rozměru jako  $\frac{1}{R^2}$ , protože  $T_{\rm Y} \propto R^3$  a  $C \propto R^5$ .

Velmi hrubý odhad YORPu působícího na 1 km asteroid nepravidelného tvaru může být:  $T_{\rm Y} = |\int_{S} \boldsymbol{r} \times \mathrm{d}\boldsymbol{F}_{\rm Y}| \doteq 1000 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 1000^2 \, \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \doteq 10^1 \, \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}.$  (Zde jsme naivně přepokládali, že



Obrázek 5: Časové zpoždění mezi absorpcí slunečního záření a tepelnou emisí, které vzniká na rotujícím sférickém tělese. Dopadající tok F(t) má maximum v subsolárním bodě, ale maximální emise nastává o něco později a kvůli rotaci je posunutá. Proto má radiační síla nenulovou transverzální složku, která je úměrná sinu úhlu tepelného zpoždění sin  $\phi_{\rm th}$  (měřeného mezi žlutou a červenou půlkružnicí na kouli).



Obrázek 6: Suma absolutních hodnot |da/dt| denního a ročního driftu velké poloosy v závislosti na velikosti, vypočtená pro kulová tělesa, střední hodnotu šikmosti  $\gamma = 135^{\circ}$  a dva různé materiály z tab. 1: bazalt a regolit, tzn. materiál s vysokou a nízkou tepelnou vodivostí. Neočekáváme, že by existovala příliš malá tělesa pokrytá regolitem, proto změny velké poloosy větší než  $10^{-2}$  AU/Myr zřejmě nejsou realistické. Drift způsobený Poyntingovým–Robertsonovým jevem je také zakreslen; převažuje pro velikosti menší než 10 cm. Pro porovnání, střední doba mezi kolizními rozpady tělesa v hlavním pásu je zhruba 50 Myr pro 10 m kamenný meteoroid a 500 Myr pro 1 km asteroid. Tyto doby určují celkovou změnu velké poloosy, kterou může objekt prodělat působením Jarkovského

1% celého povrchu vyzařuje v jednom směru tečném k povrchu.) Moment setrvačnosti je přibližně  $C = \frac{8}{15} \pi R^5 \rho \doteq 5 \cdot 10^{18} \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \text{ Tudíž } \frac{d\omega}{dt} \doteq \frac{10^1}{5 \cdot 10^{18}} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 2 \cdot 10^{-18} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}. \text{ Za jak dlouho se rotace tělesa}$ úplně zastaví? Začneme-li s $\omega_0 = 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \doteq 5 \frac{\text{ot.}}{\text{den}}, \text{ pak } \tau_\omega \doteq \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-18}} \text{ s} = 1.5 \cdot 10^{14} \text{ s} \doteq 10^7 \text{ y}.$ (Typická doba pro roztočení je stejného řádu, protože horní limit je  $\omega_{\text{crit}} \doteq 11 \frac{\text{ot.}}{\text{den}}; \text{ když je}$ rotace rychlejší, gravitačně vázané těleso se nejspíš rozpadne.) Obdobně  $\frac{d\gamma}{dt} \doteq \frac{10^1}{5 \cdot 10^{18} \cdot 3 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \doteq 10^{-14} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ a změnu sklonu o } \frac{\pi}{2}$  můžeme očekávat po  $\tau_\gamma \doteq \frac{1.57}{10^{-14}} \text{ s} \doteq 10^7 \text{ y}.$ 

Dva důležité aspekty jsme v 1-rozměrném modelu nemohli započítat: i) konečnou velikost tělesa a ii) závislost na šikmosti. Když je velikost řádu  $\delta$  nebo menší, vedení tepla skrz těleso účinně vyrovnává povrchové teploty, sféricky symetrická tělesa pak již nejsou urychlována.

Obliquita  $\gamma$  je také důležitým parametrem. Představme si kouli obíhající Slunce (obr. 7) a rozlišme tři speciální případy:

- 1. Prográdní denní rotace ( $\gamma = 0^{\circ}$ ) a nevyhnutelné tepelné zpoždění dávají vzniknout nenulové transverzální složce  $\mathcal{T}_{Y}$  Jarkovského zrychlení, která nutí těleso spirálovat pryč od Slunce (velká poloosa stále roste, v souhladu s Gaussovou rovnicí  $\frac{da}{dt} \doteq \frac{2\mathcal{T}}{n}$ ).
- 2. Naproti tomu retrográdní rotace ( $\gamma = 180^{\circ}$ ) vede k zmenšování velké poloosy.
- 3. Rotační osa skloněná do orbitální roviny ( $\gamma = 90^{\circ}$ ) znamená, že se objeví velké roční výkyvy teploty a odpovídající tepelné zpoždění (vypočítané pro orbitální frekvenci) vede ke stálému zmenšování velké poloosy (bez ohledu na smysl denní rotace).

Obě závislosti, na velikosti i na šikmosti, lze přirozeně vypočítat ve třírozměrných modelech.



Obrázek 7: Denní a roční varianta Jarkovského jevu a závislost na šikmosti  $\gamma$ . Šedivé šipky označují zbytkovou sílu, která působí na těleso. (a) Denní Jarkovského jev, když se těleso otáčí kolem osy kolmé k oběžné dráze. V tomto případě prográdní rotace vyvolává síla zvětšování velké poloosy a. Obecně je změna  $\Delta a \propto \cos \gamma$ . (b) Roční Jarkovského jev, s rotační osou ležící v orbitální rovině. Ohřívání přivrácené polokoule, zejména v bodech A a C, a opožděná emise tepelného záření, zvláště v bodě B a D, způsobují zbytkovou sílu, jejíž velikost se mění podél orbity, ale jejíž transverzální

složka vždy směřuje proti vektoru rychlosti, tudíž způsobuje zmenšování velké poloosy ( $\Delta a \propto -\sin^2 \gamma$ ). Převzato z [2].

### 0.1.3 Jarkovského jev na třírozměrných tělesech

Analytické řešení rovnice vedení tepla s linearizovanou okrajovou podmínkou je možné pro kouli (Vokrouhlický 1999). Při výpočtu se používají rozvoje toku záření a povrchové teploty do sférických funkcí, přičemž pro výpočet Jarkovského zrychlení a odpovídající změny velké poloosy mají význam jen tři dipólové členy.

Existují i jednorozměrné nelineární numerické metody, ve kterých se nepravidelný povrch asteroidu rozdělí do trojúhelníkové sítě (s typicky 10<sup>3</sup> površkami) a rovnice vedení tepla se řeší individuálně pro jednotlivé 'sloupečky' (Čapek a Vokrouhlický 2004). Tato metoda byla použita například pro výpočet driftu velké poloosy planetky (6489) Golevka. Drift se posléze podařilo potvrdit radarovým měřením (Chesley aj. 2003).

#### 0.1.4 YORP jev na tělesech nepravidelného tvaru

V případě YORP jevu jsou kromě numerických metod rozvinuté analytické teorie pro výpočet na tělesech sféroidálního tvaru; využívají rozvojů povrchového tvaru do sférických harmonických funkcí (Nesvorný a Vokrouhlický 2007).

Existují i přímá měření zrychlování nebo zpomalování rotace planetek, která lze vysvětlit právě působením YORP jevu. Například pro (1862) Apollo vychází změna periody 4 ms/rok z měření světelných křivek ve třech odlehlých opozicích (Kaasalainen aj. 2007; obr. 8).



Obrázek 8: Pozorovaná světelná křivka asteroidu (1862) Apollo při opozici v roce 1998. Je v rozporu s křivkou vypočtenou na základě konstantní periody z opozic 1980 a 2005, ale souhlasí s křivkou vypočtenou pro proměnnou periodu. Nepatrná změna periody o 4 ms/rok se projevuje jako výrazná odchylka 30° ve fázi. Převzato z Kaasalainen aj. (2007).

# Literatura

## Učebnice

- BEATTY, J. K., PETERSEN, C. C., CHAIKIN, A.: The New Solar System. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0521369657.
- BERTOTTI, B., FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D.: Physics of the Solar System. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1402014287.
- [3] BOTTKE, W. F., CELLINO, A., PAOLICCHI, P., BINZEL, R. P. (editoři): Asteroids III. Tuscon: The University of Arizona Press, 2002. ISBN 0816522812.
- [4] CANUP, R. M., RIGHTER, K. (editoři): Origin of the Earth and Moon. Tuscon: The University of Arizona Press, 2000. ISBN 0816520739.
- [5] FERNÁNDEZ, J. A.: Comets. Nature, dynamics, origin and their cosmogonical relevance. Dordrecht: Springer, 2005. ISBN 1402034903.
- [6] FESTOU, M. C., KELLER, H. U., WEAVER, H. A. (*editoři*): Comets II. Tuscon: The University of Arizona Press, 2004. ISBN 0816524505.
- [7] MURRAY, C. D., DERMOTT, S. F.: Solar System Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0521575974.
- [8] DE PATER, I., LISSAUER, J. J.: *Planetary Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. ISBN 0521853710.
- [9] SEIDELMAN, P. K. (editor): Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac. Washington: U. S. Naval Observatory, 2005. ISBN 1891389459.

#### Reference

- [10] ALVAREZ, L. W., ALVAREZ, W., ASARO, F., MICHEL, H. V.: Extraterrestrial cause for the Cretaceous Tertiary extinction. Science, 208, s. 1095, 1980.
- [11] ARTEMIEVA, N., PIERAZZO, E., STÖEFFLER, D.: Numerical modeling of tektite origin in oblique impacts: Impications to Ries-Moldavites strewn filed. Bull. of the Czech Geological Survey, 77, 4, s. 303–311, 2002.
- [12] ASAY, J. R., SHAHINPOOR, M. (editoři): High-pressure shock compression of solids. Berlin: Springer-Verlag, 1993.
- [13] BARUCCI, M. A., BOEHNHARDT, H., CRUIKSHANK, D. P., MORBIDELLI, A. (editoři): The Solar System beyond Neptune. Tuscon: The University of Arizona Press, 2008. ISBN 978-0816527557.
- [14] BEAULIEU, J.-P. aj.: Discovery of a cool planet of 5.5 Earth masses through gravitational microlensing. Nature, 439, 437, 2006.
- [15] BERNARD, J. H., ROST, R. aj.: Encyklopedický přehled minerálů. Praha: Academia, 1992.
- [16] BOČEK, M.: Petrologické složení povrchu a kůry Měsíce. Povětroň, 14, S1, 3, 2006.
- [17] BOTTKE, W. F., LEVISON, H. F., NESVORNÝ, D., DONES, L.: Can planetesimals left over from terrestrial planet formation produce the lunar Late Heavy Bombardment?. Icarus, 190, s. 203, 2007.
- [18] BOTTKE, W. F., RUBINCAM, D. P., BURNS, J. A.: Dynamical evolution of main belt meteoroids: Numerical simulations incorporating planetary perturbations and Yarkovsky thermal forces. Icarus, 145, s. 301–331, 2000.
- [19] BOTTKE, W. F., VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D.: An asteroid breakup 160 Myr ago as the probable source of the K/T impactor. Nature, 449, 7158, s. 48–53.

- [20] BOTTKE, W. F. aj.: Debiased orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects. Icarus, 156, 2, s. 399–433, 2002.
- [21] BOTTKE, W. F. aj.: The E-Belt: A possible missing link in the Late Heavy Bombardment. LPI Cont., 41, s. 1269, 2010.
- [22] BOWELL, T.: AstOrb [online]. [cit. 2008-09-30]. (ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html).
- [23] BOWELL, E. aj.: Application of photometric models to asteroids. in Asteroids II, R. Binzel, T. Gehlers, M. S. Matthews (eds), Tuscon: University of Arizona Press, 1989, s. 524–556.
- [24] BRASSER, R., MORBIDELLI, A., GOMES, R., TSIGANIS, K., LEVISON, H. F.: Constructing the secular architecture of the solar system II: the terrestrial planets. Astron. Astrophys., 507, s. 1053–1065, 2010.
- [25] BROŽ, M.: Yarkovsky Effect and the Dynamics of the Solar System. Dizertační práce, Karlova univerzita, Praha, 2006.
- [26] BROŽ, M.: Yarko-site [online]. [cit. 2008-09-30]. (http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/mp/).
- [27] BROŽ, M. aj.: Planetární stezka v Hradci Králové [online]. [cit. 2008-12-10]. (http://www.astrohk.cz/planetarni\_stezka/).
- [28] BROŽ, M., NOSEK, M., TREBICHAVSKÝ, J., PECINOVÁ, D. (editoři): Sluneční hodiny na pevných stanovištích. Čechy, Morava, Slezsko a Slovensko. Praha: Academia, 2004. ISBN 8020012044.
- [29] BROŽ, M., VOKROUHLICKÝ, D.: Asteroid families in the first-order resonances with Jupiter. Mon. Not. R. Astron. Soc., 390, s. 715, 2008.
- [30] BRUNS, H., Acta Math., 11, s. 25, 1887.
- [31] BURBINE, T. H. aj.: Meteoritic parent bodies: their number and identification. in Asteroids III, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, a R. P. Binzel (eds), Tuscon: University of Arizona Press, 2002, s. 653–667.
- [32] BURNS, J. A., LAMY, P. L., SOTER, S.: Radiation forces on small particles in the Solar System. Icarus, 40, s. 1–48, 1979.
- [33] BURNS, J. A., SAFRONOV, V. S.: Asteroid nutation angles. Mon. Not. R. Astr. Soc., 165, 403, 1973.
- [34] CALLIGAN, D. P., BAGGALEY, W. J.: The radiant distribution of AMOR radar meteors. Mon. Not. R. Astron. Soc., 359, s. 551–560, 2005.
- [35] CANUP, R. M.: Origin of Saturn's rings and inner moons by mass removal from a lost Titan-sized satellite. Nature, 468, s. 943, 2010.
- [36] CAPITAINE, N. aj.: Proceedings of the IERS Workshop on the Implementation of the New IAU Resolutions. IERS Technical Note No. 29. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2002.
- [37] CARROL, S. M.: Lecture Notes on General Relativity [online]. [cit. 2010-03-08]. (http://preposterousuniverse.com/grnotes/).
- [38] CELLINO, A. aj.: Polarimetric observations of small asteroids: Preliminary results. Icarus, 138, s. 129–140, 1999.
- [39] CEPLECHA, Z.: Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks. Bull. Astron. Inst. Czechosl., 38, s. 222–234, 1987.
- [40] CEPLECHA, Z. aj.: Meteor phenomena and bolides. Space Science Reviews, 84, s. 327–471, 1998.
- [41] Cryovolcanism and Geologic Analogies [online]. [cit. 2009-04-30].
   (http://mivo-sys.tripod.com/cryo.html).
- [42] ČAPEK, D., VOKROUHLICKÝ, D.: The YORP effect with finite thermal conductivity. Icarus, 172, s. 526–536, 2004.
- [43] DELBÒ, M.: The nature of near-Earth asteroids from the study of their thermal infrared emission. Ph.D. thesis, Freie Univ. Berlin, 2004.

- [44] DONES, L., WEISSMAN, P. R., LEVISON, H. F., DUNCAN, M. J.: Oort cloud formation and dynamics. in Comets II, M. C. Festou, H. U. Keller, H. A. Weaver (eds.), University of Arizona Press, Tucson, s. 153–174. 2004.
- [45] Earthquakes [online]. [cit. 2010-03-01]. (http://pubs.usgs.gov/gip/earthq1/plate.html).
- [46] Encyclopedia Britannica. Hadley cell [online]. [cit. 2010-02-24]. (http://www.britannica.com/EBchecked/topic/251175/Hadley-cell).
- [47] Encyclopedia Britannica. Navigation [online]. [cit. 2011-05-29]. (http://www.britannica.com/EBchecked/topic/407011/navigation).
- [48] ESPOSITO, L. W.: Planetary rings. Reports on Progress in Physics, 65, s. 1741–1783, 2002.
- [49] FAIRBAIRN, M. B.: Principles of planetary photometry [online]. [cit. 2012-06-05]. (http://orca.phys.uvic.ca/~tatum/plphot.html), 2004.
- [50] FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D., HARTMANN, W. K.: Meteorite delivery via Yarkovsky orbital drift. Icarus, 132, s. 378–387, 1998.
- [51] FOUCHARD, M. aj.: The key role of massive stars in Oort cloud comets dynamics. Icarus, 214, s. 334–347, 2011.
- [52] FOUKAL, P. V.: Solar Astrophysics. Weinheim: Wiley-VCH, 2004. ISBN 3527403744.
- [53] FRANKEL, C.: Volcanoes of the Solar System. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1996. ISBN 0521477700.
- [54] GABZDYL, P.: Prohlídka Měsíce [online]. [cit. 2009-02-05]. (http://www.moon.astronomy.cz/).
- [55] Geologischer Wanderweg im Steinheimer Becken [online]. [cit. 2003-1-1]. (http://www.pg.aa.bw.schule.de/aktiv/geoproj/sbecken/wanderfr.htm).
- [56] GOMES, R., LEVISON, H. F., TSIGANIS, K., MORBIDELLI, A.: Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. Nature, 435, s. 466, 2005.
- [57] GPS SPS Signal Specification [online]. [cit. 2011-05-25]. (http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/sigspec/gpssps1.pdf).
- [58] GRADY, M. M.: Catalogue of meteorites. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521663032.
- [59] Gravity Probe B [online]. [cit. 2010-04-01]. (http://einstein.stanford.edu/).
- [60] GROSCHOPF, P., REIFF, W.: Der geologische Wanderweg im Steinheimer Becken. Steinheim am Albuch, 1993.
- [61] GÜDEL, M.: The Sun in time: activity and environment [online]. [cit. 2010-01-26]. Living Rev. Solar Phys., 4, 2007.
- [62] HACAR, B.: Mechanika sluneční soustavy. Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1948.
- [63] HAGIHARA, Y.: Celestial Mechanics I. Cambridge: MIT Press, 1970.
- [64] HALODA, J.: Meteority a jejich význam pro studium procesů vzniku a vývoje těles sluneční soustavy [online]. [cit. 2009-01-29]. (http://astro.mff.cuni.cz/vyuka/AST021/index.html).
- [65] HAMILTON, A.: Falling into a black hole [online]. [cit. 2010-03-17]. (http://casa.colorado.edu/ ajsh/schw.shtml).
- [66] HAPKE, B.: Bidirectional reflectance spectroscopy. 5. The coherent backscatter opposition effect and anisotropic scattering. Icarus, 157, s. 523–534, 2002.
- [67] HARMANEC, P., BROŽ, M.: Stavba a vývoj hvězd. Praha: Matfyzpress, 2011. ISBN 9788073781651.
- [68] HARTOGH, P. aj.: Ocean-like water in the Jupiter-family comet 103P/Hartley 2. Nature, 478, s. 218–220, 2011.
- [69] HIRAYAMA, K: Groups of asteroids probably of common origin. Astron. J., 31, 743, s. 185– 188, 1918.
- [70] HOLMES, N.: 'Shocking' gas-gun experiments [online]. [cit. 2008-11-13]. (https://www.llnl.gov/str/Holmes.html).

- [71] HOLSAPPLE, K. aj.: Asteroid spin data: no evidence of rubble-pile structures. 36th Lunar and Planetary Science Conference, League City, Texas, 2005.
- [72] HORSKÝ, J., NOVOTNÝ, J., ŠTEFANÍK, M.: Mechanika ve fyzice. Praha: Academia, 2001. ISBN 8020002081.
- [73] HOWE, R.: Solar internal rotation and its variation [online]. [cit. 2010-01-26]. Living Rev. Solar Phys., 6, 2009.
- [74] HUTCHISON, R.: Meteorites: A Petrologic, Chemical and Isotopic Synthesis. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521035392.
- [75] CHAMBERS, J. E.: Planetary Migration: What Does It Mean for Planet Formation?. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., 37, s. 321–344, 2009.
- [76] CHANDRASEKHAR, S.: The Mathematical Theory of Black Holes. New York: Oxford University Press, 1998. ISBN 0198503709.
- [77] CHARBONNEAU, D. aj.: Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star. Astrophys. J. Let., 529, 1, s. L45–L48, 2000.
- [78] CHARBONNEAU, P.: Dynamo models of the solar cycle [online]. [cit. 2010-01-26]. Living Rev. Solar Phys., 2, 2005.
- [79] CHARNOZ, S., MORBIDELLI, A., DONES, L., SALMON, J.: Did Saturn's rings form during the Late Heavy Bombardment?. Icarus, 199, s. 413, 2009.
- [80] CHESLEY, S. R., aj.: Direct detection of the Yarkovsky effect by radar ranging to asteroid 6489 Golevka. Science, 302, s. 1739–1742, 2003.
- [81] CHLUPÁČ, I. aj.: Geologická minulost České republiky. Praha: Academia, 2002.
- [82] CHRISTENSEN-DALSGAARD, J.: Stellar Oscilations [online]. [cit. 2010-01-26]. (http://www.eneas.info/). 2003.
- [83] IAU Standards of Fundamental Astronomy [online]. [cit. 2011-05-25]. (http://www.iausofa.org/).
- [84] International Earth Rotation and Reference Systems Service [online]. [cit. 2008-11-13]. (http://www.iers.org/).
- [85] IERS Rapid Service [online]. [cit. 2011-05-25]. (http://maia.usno.navy.mil/).
- [86] IVEZIĆ, Ž. aj.: Solar System objects observed in the Sloan Digital Sky Survey commissioning data. Astron. J., 122, 5, s. 2749–2784, 2001.
- [87] JENNISKENS, P.: Meteor showers and their parent comets. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521853491.
- [88] JOHANSENN, A. aj.: Rapid planetesimal formation in turbulent circumstellar disks. Nature, 448, 7157, s. 1022–1025, 2007.
- [89] JOHNSON, C.: Precession of a gyroscope and precession of the Earth's axis [online]. [cit. 2008-09-10]. (http://www.mb-soft.com/public/precess.html).
- [90] JPL Horizons system [online]. [cit. 2008-09-30]. (http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons).
- [91] JPL planetary and lunar ephemerides, DE405 [online]. [cit. 2008-09-30]. (ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/).
- [92] KAASALAINEN, M., LAMBERG, L., LUMME, K., BOWELL, E.: Interpretation of lightcurves of atmosphereless bodies. I. General theory and new inversion schemes. Astron. Astrophys., 259, s. 318–332, 1992.
- [93] KAASALAINEN, M. aj.: Acceleration of the rotation of asteroid 1862 Apollo by radiation torques. Nature, 446, 7134, s. 420–422, 2007.
- [94] KALAS, P. aj.: Optical Images of an Exosolar Planet 25 Light-Years from Earth. Science, 322, 5906, 1345, 2008.
- [95] KAVASCH, J.: The Ries Meteorite Crater. A geological guide. Donauwörth: Ludwig Auer GmbH, 1985.
- [96] KELLEY, M. S.: Comet dust trails [online]. [cit. 2009-01-31]. (http://www.physics.ucf.edu/~msk/projects/trails/).

- [97] KENKMAN, T. aj.: Structure and formation of a central uplift: A case study at the Upheaval Dome impact crater, Utah. in Large Meteorite Impacts III, s. 85, 2003. ISBN 0813723841.
- [98] KERR, R. P.: Gravitational Field of a Spinning Mass as an Example of Algebraically Special Metrics. Phys. Rev. Lett., 11, s. 237–238, 1963.
- [99] KNUTSON, H. aj.: A map of the day-night contrast of the extrasolar planet HD 189733b. Nature, 447, 7141, s. 183–186, 2007.
- [100] KOKUBO, E., IDA, S.: Formation of protoplanets from planetesimals in the solar nebula. Icarus, 143, s. 15–27, 2000.
- [101] KOKUBO, E., IDA, S., MAKINO, J.: Evolution of a circumterrestrial disk and formation of a single Moon. Icarus, 148, 2, s. 419–436, 2000.
- [102] KOZAI, Y.: Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity. Astron. J., 67, 9, 591, 1962.
- [103] KRING, D. A., BAILEY, J.: Terrestrial impact craters [online]. [cit. 2008-11-13]. (http://www.lpi.usra.edu/science/kring/epo\_web/impact\_cratering/World\_Craters\_web/intromap.html).
- [104] KRONK, G.: Cometography [online]. [cit. 2009-01-20]. (http://cometography.com/).
- [105] LANDI DEGL'INNOCENTI, E., LANDOLFI, M.: Polarization in spectral lines. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. ISBN 1402024142.
- [106] LAURETTA, D. S., MCSWEEN, H. Y. (editoři): Meteorites and the early Solar System II. Tuscon: The University of Arizona Press, 2006. ISBN 0816525625.
- [107] LEBOFSKY, L. A., SPENCER, J. R.: Radiometry and thermal modeling of asteroids. in Asteroids II, R. Binzel, T. Gehlers, M. S. Matthews (eds), Tuscon: University of Arizona Press, 1989, s. 128–147.
- [108] LEINHARDT, Z. M., MARCUS, R. A., STEWART, S. T.: The Formation of the Collisional Family Around the Dwarf Planet Haumea. Astrophys. J., 714, s. 1789, 2010.
- [109] LESTER, T. P., MCCALL, M. L., TATUM, J. B.: Theory of planetary photometry. J. Royal Astron. Soc. Canada, 73, 5, s. 233–257, 1979.
- [110] LEVISON, H. F.: Hal's talks [online]. [cit. 2011-05-03]. (http://www.boulder.swri.edu/~hal/talks.html), 2006.
- [111] LEVISON, H. F., DUNCAN, M.: Swift [online]. [cit. 2008-09-30]. (http://www.boulder.swri.edu/ hal/swift.html).
- [112] LEVISON, H. F., MORBIDELLI, A., VANLAERHOVEN, C., GOMES, R., TSIGANIS, K.: Origin of the structure of the Kuiper belt during a dynamical instability in the orbits of Uranus and Neptune. Icarus, 196, s. 258, 2008.
- [113] LUMME, K., BOWELL, E.: Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. I. Theory. Astron. J., 86, 11, s. 1695–1704, 1981.
- [114] LYOT, B.: Etude des Surfaces Planetaires par la Polarisation. L'Astronomie, 38, s. 102– 104, 1924.
- [115] MALHOTRA, R.: The origin of Pluto's orbit: implications for the Solar System beyond Neptune. Astron. J., 110, s. 420–429, 1995.
- [116] MANNINGS, V., BOSS, A. P., RUSSELL, S. S. (editoři): Protostars and planets IV. Tuscon: The University of Arizona Press, 2000. ISBN 0816520593.
- [117] MARCAN, S.: Phase diagram explanation [online]. [cit. 2009-01-20]. (http://bhs.smuhsd.org/science-dept/marcan/).
- [118] MARCY, G. aj.: Observed Properties of Exoplanets. Progress on Theoretical Physics Supplement, 158, s. 24–42, 2005.
- [119] MAROIS, C. aj.: Direct Imaging of Multiple Planets Orbiting the Star HR 8799. Science, 322, 5906, 1348, 2008.
- [120] MAYOR, M., QUELOZ, D.: A Jupiter-mass companion to a solar-type star. Nature, 378, 6555, s. 355–359, 1995.

- [121] MCARTHUR, B. E. aj.: New Observational Constraints on the v Andromedae System with Data from the Hubble Space Telescope and Hobby–Eberly Telescope. Astrophys. J., 715, 2, s. 1203, 2010.
- [122] MCFADDEN, L.-A., WEISSMAN, P. R., JOHNSON, T. V. (editoři): Encyclopedia of the Solar System. San Diego: Academic Press, 2007. ISBN 012088589.
- [123] MCSWEEN, H. Y.: Meteorites and their parent planets. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [124] MELOSH, H. J.: Impact cratering. A geologic process. New York: Oxford University Press, 1989.
- [125] MELOSH, H. J., BEYER, R. A.: Crater [online]. [cit. 2012-02-15]. (http://www.lpl.arizona.edu/tekton/crater.html).
- [126] MIAC. Antarctic meteorites [online]. [cit. 2009-01-28]. (http://miac.uqac.ca/MIAC/antarc.htm).
- [127] MILANI, A., KNEŽEVIĆ, Z.: Asteroid proper elements and the dynamical structure of the asteroid main belt. Icarus, 107, 2, s. 219–254, 1994.
- [128] Minor planet & comet ephemeris service [online]. [cit. 2008-09-30] (http://www.cfa.harvard.edu/iau/MPEph/MPEph.html).
- [129] MISNER, C. W., THORNE, K. S., WHEELER, J. A: Gravitation. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1973. ISBN 0716703440.
- [130] MORBIDELLI, A., BRASSER, R., GOMES, R., LEVISON, H. F., TSIGANIS, K.: Evidence from the asteroid belt for a violent past evolution of Jupiter's orbit. Astron. J., 149, s. 1391–1401, 2010.
- [131] MORBIDELLI, A., BRASSER, R., TSIGANIS, K., GOMES, R., LEVISON, H. F.: Constructing the secular architecture of the solar system I. The giant planets. Astron. Astrophys., 507, s. 1041–1052, 2009.
- [132] MORBIDELLI, A., CRIDA, A.: The dynamics of Jupiter and Saturn in the gaseous protoplanetary disk. Icarus, 191, s. 158–171, 2007.
- [133] MORBIDELLI, A., CRIDA, A., MASSET, F., NELSON, R. P.: Building giant-planet cores at a planet trap. Astron. Astrophys., 478, s. 929–937, 2008.
- [134] MORBIDELLI, A., LEVISON, H. F.: Scenarios for the origin of the orbits of the trans-neptunian objects 2000 CR<sub>105</sub> and 2003 VB<sub>12</sub> (Sedna). Astron. J., **128**, 2564, 2004.
- [135] MORBIDELLI, A., LEVISON, H. F., TSIGANIS, K., GOMES, R.: The chaotic capture of Jovian Trojan asteroids during the early dynamical evolution of the Solar System. Nature, 435, s. 462, 2005.
- [136] MORBIDELLI, A., TSIGANIS, K., CRIDA, A., LEVISON, H. F., GOMES, R.: Dynamics of the giant planets of the Solar System in the gaseous protoplanetary disk and their relationship to the current orbital architecture. Astron. J., 134, s. 1790–1798, 2007.
- [137] MORBIDELLI, A. aj.: Source regions and timescales for the delivery of water to Earth. Meteoritics & Planetary Science, 35, 6, s. 1309–1320, 2000.
- [138] NAMOUNI, F., PORCO, C.: The confinement of Neptune's ring arcs by the moon Galatea. Nature, 417, 6884, s. 45, 2002.
- [139] National Space Science Data Center [online]. [cit. 2009-02-17]. (http://nssdc.gsfc.nasa.gov/).
- [140] NESVORNÝ, D., MORBIDELLI, A.: Three-body mean motion resonances and the chaotic structure of the asteroid belt. Astron. J., 116, 3029, 1998.
- [141] NESVORNÝ, D., VOKROUHLICKÝ, D.: Analytic theory of the YORP effect for near-spherical objects. Astron. J., 134, 5, s. 1750–1768, 2007.
- [142] NESVORNÝ, D., VOKROUHLICKÝ, D., BOTTKE, W. F.: The breakup of a Main-Belt asteroid 450 thousand years ago. Science, 312, s. 1490, 2006.
- [143] NESVORNÝ, D., VOKROUHLICKÝ, D., MORBIDELLI, A.: Capture of Irregular Satellites during Planetary Encounters. Astron. J., 133, s. 1962, 2007.

- [144] NESVORNÝ, D. aj.: Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey. Icarus, 173, 1, s. 132–152, 2005.
- [145] NESVORNÝ, D. aj.: Dynamical model for the zodiacal cloud and sporadic meteors. Astron. J., 743, s. 129–145, 2011.
- [146] NESVORNÝ, D. aj.: Dynamics of dust particles released from Oort cloud comets and their contribution to radar meteors. Astron. J., 743, s. 37–49, 2011.
- [147] NEUKUM, G., IVANONV, B. A., HARTMANN, W. K.: Cratering records in the inner Solar System in relation to the lunar reference system. Space Sci. Rev., 96, s. 55–86, 2001.
- [148] NORTON, O. R.: The Cambridge Encyclopedia of Meteorites. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521621437.
- [149] O'BRIEN, D. P., MORBIDELLI, A., BOTTKE, W. F.: The primordial excitation and clearing of the asteroid belt — Revisited. Icarus, 191, s. 434, 2007.
- [150] OPIK, E. J.: Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter. Proc. R. Irish Acad., 54, s. 165–199, 1951.
- [151] OSTRO, S.J. aj.: Radar imaging of binary near-Earth asteroid (66391) 1999 KW<sub>4</sub>. Science, 314, 5803, s. 1276–1280, 2006.
- [152] PECINA, P., CEPLECHA, Z.: New aspects of in single-body meteor physics. Bull. Astron. Inst. Czechosl., 34, 102, 1983.
- [153] PECINA, P., NOVÁKOVÁ, D.: Meteorický radar v Ondřejově. Povětroň, 10, 6, s. 4, 2002.
- [154] PECHALA, F., BEDNÁŘ, J.: Příručka dynamické meteorologie. Praha: Academia, 1991. ISBN 8020001980.
- [155] PETERSON, C.: A source mechanism for meteorites controlled by the Yarkovsky effect. Icarus, 29, s. 91–111, 1976.
- [156] POLLACK, J. B. aj.: Formation of the giant planets by concurrent accretion of solids and gas. Icarus, 124, 1, s. 62–85, 1996.
- [157] POKORNÝ, Z.: Astronomické algoritmy pro kalkulátory. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 1988.
- [158] PÖSGES, G., SCHIEBER, M.: The Ries Crater Museum Nördlingen. München: Dr. Friedrich Pfeil, 1997.
- [159] PRAVEC, P. aj.: Two-period lightcurves of 1996 FG3, 1998 PG, and (5407) 1992 AX: One probable and two possible binary asteroids. Icarus, 146, 1, s. 190–203, 2000.
- [160] PRAVEC, P. aj.: Ondrejov Asteroid Photometry Project [online]. [cit. 2008-09-09]. (http://www.asu.cas.cz/~ppravec/).
- [161] PRESS, W. R., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W., FLANNERY, B.P.: Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [162] PŘÍHODA, P. aj.: Hvězdářská ročenka 2008. Praha: Hvězdárna a planetárium hl. m. Prahy, 2007. ISBN 9788086017471.
- [163] QUINN, T. R., TREMAINE, S., DUNCAN, M.: A three million year integration of the earth's orbit. Astron. J., 101, s. 2287–2305, 1991.
- [164] Reduce [online]. [cit. 2010-03-08]. (http://www.reduce-algebra.com/).
- [165] Rieskrater-Museum Nördlingen [online]. [cit. 2001-1-1]. (http://www.iaag.geo.uni-muenchen.de/sammlung/Rieskrater/RieskraterMuseum.html).
- [166] RIVERA, E. J. aj.: The Lick-Carnegie Exoplanet Survey: a Uranus-Mass Fourth Planet for GJ 876 in an Extrasolar Laplace Configuration. Astrophys. J., 719, s. 890, 2010.
- [167] ROBERTSON, H. P.: Dynamical effects of radiation in the Solar System. Mon. Not. R. Astr. Soc., 97, 423, 1937.
- [168] ROSENBLATT, P.: The origin of the Martian moons revisited. Astron. Astrphys. Rev., 19, s. 44, 2011.
- [169] RUBIN, A. E.: Mineralogy of meteorite groups. Meteoritics and Planetary Science, 32, 231, 1997.
- [170] RUBINCAM, D. P.: Polar wander on Triton and Pluto due to volatile migration. Icarus, 163, 2, s 63–71, 2002.

- [171] RUSSEL, C. T. aj.: Dawn mission and operations. Asteroids, Comets, Meteors 2005, editoři Lazzaro, D., Ferraz-Mello, S., Fernandez, J. A., Cambridge: Cambridge University Press, 2006, s. 97–119.
- [172] SACKMANN, I. J., BOOTHROYD, A. I., KRAEMER, K. E.: Our Sun. III. Present and future. Astrophys. J., 418, s. 457–468, 1993.
- [173] SEPKOSKI, J. J.: Ten years in the library: New data confirm paleontological patterns. Paleobiology, 19, s. 43–51, 1993.
- [174] SCHNEIDER, J. aj.: The Extrasolar Planets Encyclopaedia [online]. [cit. 2011-06-01]. (http://exoplanet.eu/).
- [175] SIMPSON, E. K. aj.: The spin-orbit angles of the transiting exoplanets WASP-1b, WASP-24b, WASP-38b and HAT-P-8b from Rossiter-McLaughlin observations. Mon. Not. R. Astron. Soc., 414, 4, s. 3023–3035, 2011.
- [176] SKÁLA, L.: Úvod do kvantové mechaniky. Praha: Academia, 2005. ISBN 8020013164.
- [177] SKÁLA, R.: Impact process: An important geological phenomenon. Acta Mus. Nat- Pragae, Ser. B., Hist. Nat., 52, s. 111–156, 1996.
- [178] SLIVAN, S. M. aj.: Spin vectors in the Koronis family: comprehensive results from two independent analyses of 213 rotation lightcurves. Icarus, 162, s. 285, 2003.
- [179] SPJUTH, S.: Disk-resolved photometry of small bodies. Ph.D. thesis, Carolo–Wilhelmina Univ., 2009.
- [180] SPURNÝ, P.: Fotografické sledování bolidů ve střední Evropě. Corona Pragensis, 2, 2001, (http://praha.astro.cz/crp/0101a.phtml).
- [181] Stardust, JPL, NASA [online]. [cit. 2006-06-01]. (http://stardust.jpl.nasa.gov).
- [182] STAUDACHER, T. aj.: <sup>40</sup>Ar/<sup>39</sup>Ar ages of rocks and glasses from the Noerdlinger Ries crater and the temperature history of impact breccias. J. of Geophysics, 51, 1, s. 1–11, 1982.
- [183] STIX, M.: The Sun. An Introduction. Berlin: Springer-Verlag, 2002. ISBN 3540537961.
- [184] STUART, J. S.: A Near-Earth asteroid population estimate from the LINEAR Survey. Science, 294, 5547, s. 1691–1693, 2001.
- [185] SUNDMAN, K. E.: Memoire sur le problème de trois corps. Acta Math., 36, s. 105–179, 1912.
- [186] ŠEDIVÝ, P.: Kapitoly ze speciální teorie relativity. Hradec Králové: MAFY, 2003. ISBN 8086148653.
- [187] ŠIDLICHOVSKÝ, M., NESVORNÝ, D.: Frequency modified Fourier transform and its applications to asteroids. Cel. Mech. Dyn. Astron., 65, 1–2, s. 137–148, 1996.
- [188] TILLOTSON, J. H.: Metallic equations of state for hypervelocity impact. General Atomic Report GA-3216, 1962.
- [189] The NIST Reference on Constants, Units, and Uncertainty [online]. [cit. 2011-05-31]. (http://physics.nist.gov/constants).
- [190] The Ries/Steinheim impact crater field trip [online]. [cit. 2001-1-1]. (http://www.-earthsciences.ucl.ac.uk/research/planetaryweb/field/knodle.htm).
- [191] The STScI Digitized Sky Survey [online]. [cit. 2010-02-15]. (http://archive.stsci.edu/cgi-bin/dss\_form).
- [192] TSIGANIS, K., GOMES, R., MORBIDELLI, A., LEVISON, H. F.: Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. Nature, 435, s. 459, 2005.
- [193] TUČEK, K.: Meteority a jejich výskyty v Československu. Praha: Academia, 1981.
- [194] UDRY S., SANTOS, N. C.: Statistical Properties of Exoplanets. Annu. Rev. Astron. Astrophys., 45, s. 397–439, 2007.
- [195] VERNAZZA, J. E., AVRETT, E. H., LOESER, R.: Structure of the solar chromosphere. III Models of the EUV brightness components of the quiet-sun. Astrophys. J. Suppl., 45, s. 635, 1981.
- [196] VOKROUHLICKÝ, D.: A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments. Astron. Astrophys., 344, s. 362–366, 1999.
- [197] VOKROUHLICKÝ, D., FARINELLA, P.: Efficient delivery of meteorites to the Earth from a wide range of asteroid parent bodies. Nature, 407, 6804, s. 606–608, 2000.

#### Literatura

- [198] VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D.: Pairs of asteroids probably of a common origin. Astron. J., 136, 1, s. 280–290, 2008.
- [199] VOKROUHLICKÝ, D., NESVORNÝ, D., BOTTKE, W. F.: The vector alignments of asteroid spins by thermal torques. Nature, 425, s. 147, 2003.
- [200] VOKROUHLICKÝ, D., aj.: Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families. Icarus, 182, 1, s. 118–142, 2006.
- [201] WALSH, K., MORBIDELLI, A., RAYMOND, S. N., O'BRIEN, D. P., MANDELL, A. M.: The Low Mass of Mars: First Evidence of Early Gas-Driven Migration by Jupiter. American Geophysical Union Meeting, abstrakt V53A-2233, 2010.
- [202] WANG, Z., CHAKRABARTY, D., KAPLAN, D. L.: A debris disk around an isolated young neutron star. Nature, 440, s. 772, 2006.
- [203] WEIDENSCHILLING, S. J.: Formation of Planetesimals and Accretion of the Terrestrial Planets. Space Science Reviews, 92, 1/2, s. 295–310, 2000.
- [204] Wikipedia. Chondrite [online]. [cit. 2012-05-25]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Chondrite).
- [205] Wikipedia. Mass spectrometry [online]. [cit. 2012-05-25]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Mass\_spectrometry).
- [206] Wikipedia. Pole star [online]. [cit. 2012-05-25]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Pole\_star).
- [207] Wikipedia. Radiometric dating [online]. [cit. 2012-05-25]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Radiometric\_dating).
- [208] Wikipedia. Rings of Uranus [online]. [cit. 2012-05-25]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Rings\_of\_Uranus).
- [209] Wikipedia. Stress-energy tensor [online]. [cit. 2012-05-25]. (http://en.wikipedia.org/wiki/Stress-energy\_tensor).
- [210] WHIPPLE, F.: A comet model. I. The acceleration of Comet Encke. Astrophys. J., 111, s. 375–394, 1950.
- [211] WOLF, M. aj.: Astronomická příručka. Praha: Academia, 1992. ISBN 802000467X.
- [212] WOLSZCZAN, A., FRAIL, D. A.: A planetary system around the millisecond pulsar PSR 1257+12. Nature, 355, 6356, s. 145–147, 1992.
- [213] WRIGHT, A. W.: On the polarization of the zodiacal light. Memorie della Societa Degli Spettroscopisti Italiani, 3, s. 54–55, 1874.
- [214] YODER, C. F.: Tidal rigidity of Phobos. Icarus, 49, s. 327-346, 1982.
- [215] ZANHLE, K., SCHENK, P., LEVISON H., DONES, L.: Cratering rates in the outer Solar System. Icarus, 163, s. 263–289, 2003.
- [216] ZELDOVITCH, Ya. B., Raizer, Yu. P.: Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena. Mineola: Dover Publications, 2002. ISBN 0486420027.
- [217] ZHONG, S., ZUBER, M. T.: Degree-1 mantle convection and the crustal dichotomy on Mars. Earth and Planetary Science Letters, 189, s. 75–84, 2001.