

Fyzika malých těles sluneční soustavy

Astronomický ústav MFF UK, zimní semestr 2005, část o asteroidech
(http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/fyzika_malych_teles/)

Miroslav Brož

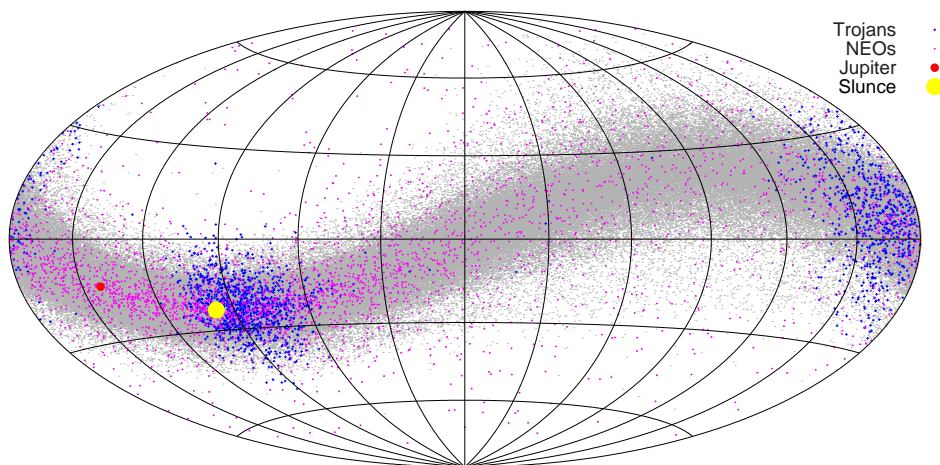
telefon: +420 723 600 683

e-mail: miroslav.broz@email.cz

Toto je částečně sylabus a částečně záznam přednášky, který budu postupně doplňovat a upřesňovat. Obrázky většinou nejsou zařazeny přímo zde, ale vystaveny na webu výše. Kapitoly s * jsme na přednášce explicitně neprobírali (ale byla by škoda o nich nevědět, že). Verze 31. 1. 2006.

Jak vlastně vypadají planety na obloze? Jako malé „hvězdičky“, které se vzhledem ke vzdáleným hvězdám poměrně rychle pohybují, typicky o jednu úhlovou minutu za hodinu od východu k západu a okolo opozice o půl ' zpětně.

A kde jsou na obloze? Vlastně všude, ale většina se soustředí podél ekliptiky (obr. 1).¹²



Obr. 1 — Hammerova stejnoplochá projekce oblohy v rovníkových souřadnicích s polohami asteroidů v okamžiku 15. 12. 2005 0 h UT; zvláště jsou vyznačena blízkozemní tělesa a Trojané (skupina obíhající před Jupiterem se někdy nazývá Řekové).

¹ Uvědomme si orientaci světových stran a polohu ekliptiky právě teď (v prosinci). Večer září vysoko nad jihem Pegasův čtverec a pod ním podzimní ekliptikální souhvězdí Ryb, asi 40° nad obzorem. Na jihozápadě mizí letní Střelec a na severovýchodě se objevuje Býk s Plejádami, poblíž kterých ekliptika prochází.

² Pro zobrazení oblohy můžeme použít Hammerovu stejnoplochou projekci definovanou jako:

$$x = \frac{2R\sqrt{2} \cos \varphi \sin \frac{\lambda}{2}}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos \frac{\lambda}{2}}}, \quad y = \frac{R\sqrt{2} \sin \varphi}{\sqrt{1 + \cos \varphi \cos \frac{\lambda}{2}}}.$$

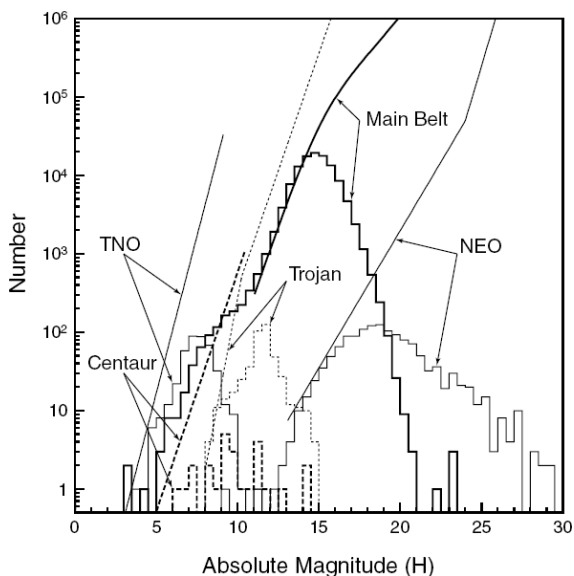
Asteroidy jsou nejpočetnější skupinou těles ve sluneční soustavě, počet pozorovaných je asi $3 \cdot 10^5$, z toho očíslovaných (majících přesné orbity) je 10^5 .

Co o nich *většinou* víme? Ne mnoho: dráhu a absolutní hvězdnou velikost. Ostatní parametry už je obtížnější zjistit. U 10^3 asteroidů známe světelné křivky (a tedy periody otáčení a amplitudy světelných změn), z toho asi u 10^2 bylo možné odvodit polohy rotačních os případně modely tvaru. Spektra byla pořízena pro 10^3 těles, pro 10^5 těles máme alespoň fotometrii v širokopásmových filtrech. 5 asteroidů (Gaspru, Idu, Mathildu, Eros a Itokawu) navštívily kosmické sondy, takže známe jejich detailní topografii, rozložení kráterů na povrchu apod.

95 % katalogizovaných asteroidů se nachází v *hlavním pásu* mezi 2,1 a 3,3 AU; někdy se populárně říká „mezi Marsem a Jupiterem“, ale za Marsem a před Jupiterem je ještě pěkná mezera. 5 000 těles se pohybuje po dráhách křížících dráhu planet a 1 600 patří mezi blízkozemní asteroidy, které kříží dráhu Země nebo se k ní alespoň přibližují a mohou se v budoucnu stát potenciálně nebezpečnými.

Mezi zbývajících 5 % jsou *Trojané*, skupiny asteroidů obíhajících po podobné dráze jako Jupiter, v okolí Lagrangeových bodů L_4 a L_5 , tzn. asi 60° před a za Jupiterem. *Kentaurů*, obíhající v oblasti mezi Jupiterem a Neptunem, známe asi 10^2 , a *transneptunických objektů* (TNO) 10^3 . Nebudeme se na ně soustředit, nás zajímá hlavní pás.

Skutečný počet všech asteroidů hlavního pásu větších než 1 km (včetně dosud nepozorovaných) je 10^6 . Trojanů je kupodivu více, 10^7 , pozorujeme jich méně jen proto, že jsou vzdálenější a poněkud tmavší než asteroidy hlavního pásu. Kentaurů a TNO je mimochodem ještě víc (viz obr. 2).



Obr. 2 — Diferenciální rozdělení četnosti absolutních hvězdných velikostí různých populací asteroidů, včetně odhadu observační nedostatečnosti.

Jak vypadají excentricity a sklony drah? Většinou díky působení Jupitera a Saturna dost oscilují, $\Delta e \simeq 0,1$ až $0,3$, $\Delta i \simeq 5^\circ$ až 10° , s periodami řádu 10^1 až 10^5 y.

planetka	a	e	I	D	P	LV
(1) Ceres	2,767 AU	0,116	$9,66^\circ$	960 km	9,1 h	0,04

Tab. 1 — Oskulační elementy dráhy, průměr, rotační perioda a amplituda světelné křivky pro planetku (1) Ceres.

- „rozmazání“ struktur \Rightarrow zavádíme *vlastní elementy* stabilní po ~ 10 My, počítané analyticky, numericky (viz Milani a Knežević (1994)); my používáme vícestupňový konvoluční filtr (Kaiserova okna) dle Quinn aj. (1991) \Rightarrow střední elementy, na ně aplikujeme zpřesněnou Fourierovu transformaci (Nesvorný a Šidlichovský (1997)), zahodíme planetární frekvence a jejich kombinace (protože jejich amplitudy jsou úměrné e , I_{planety} a nejsou vlastní planetce) \Rightarrow vlastní element je amplituda největšího ze zbývajících členů; při filtrování se užívají nesingulární elementy a , $h = e \cos \varpi$, $k = e \sin \varpi$, $p = \sin \frac{I}{2} \cos \Omega$, $q = \sin \frac{I}{2} \sin \Omega$.
- obr. (a_p, e_p) , $(a_p, \sin I_p)$: málo asteroidů v rezonancích, shluky \equiv rodiny, hranice hlavního pásu, e , I jsou velké \Leftarrow proč to tak vypadá?

- hranice křížení drah planet $q = a(1 - e)$, $Q = a(1 + e)$, když $q = Q_{\text{Marsu}} \doteq 1,66 \text{ AU}$ nebo $Q = q_{\text{Jupitera}} \doteq 4,61 \text{ AU} \Rightarrow$ hyperboly na grafu $e(I)$
- rychlosti: orbitální³ $\simeq 20 \text{ km/s}$, relativní $\simeq 5 \text{ km/s}$ (kvůli nenulovým e , I), únikové⁴ $< 0,5 \text{ km/s} \Rightarrow$ při kolizích dochází k rozpadům
- celková hmotnost $5 \cdot 10^{-4} M_{\oplus} \doteq 1,5 \cdot 10^{-9} M_{\odot}$, $> 99\%$ úbytek hmotnosti v protoplanetárním disku na obr. $\sigma(r)$ („rozprostření“ hmoty planet a „doplnění“ o těkavé plyny) \Rightarrow zřejmě divoká historie, dynamické „zahřátí“

Kde získat orbitální data a absolutní hvězdné velikosti? (Tato slova dejte hledat Googlovi.) MPC (Minor Planet Center) — i efemeridy; AstOrb Lowell; JPL Horizons — i efemeridy; NeoDyS AstDyS — vlastní elementy; Sloan Digital Sky Survey Moving Object Catalogue.

Kde získat světelné křivky? MPC (Minor Planet Center); NASA ADS — jednotlivé asteroidy; Petr Pravec NEO.

Kde získat spektra (barvy)? SMASS; S3OS2; SDSS MOC.

Mezery a hranice \Leftrightarrow rezonance.

- Kirkwoodovy mezery (Kirkwood, 1850) odpovídají rezonancím středního pohybu s Jupiterem $3/1$, $5/2$, $2/1$, \dots ; naopak ve $3/2$ je shluk
- sekulární rezonance $\nu_6 \equiv (g - g_6 \doteq 0)$ (precese ϖ probíhá stejně rychle jako u Saturnu)

Koincidence mezi strukturami hlavního pásu a spočtenými hranicemi rezonancí byla zřejmá, ale dlouho se nevědělo, *proč* tam jsou mezery nebo dokonce shluky; dnes víme, že když se rezonance *překrývají*, vede to k chaosu a velkoškálové difuzi e , I . (To ale samo o sobě nestačí na vysvětlení mezer, protože „nahore“ žádné asteroidy nejsou.)

Mezery vznikají až kvůli křížení s dráhami planet, při náhodném blízkém přiblížení se totiž mění takřikajíc skokem velká poloosa, tudíž i střední pohyb a asteroid se dostává mimo rezonanci. (Pozoruhodné je, že křížičů pozorujeme v současnosti v okolí Země docela dost; na blízkozemních dráhách mohou ale vydržet jen asi 10 My, takže zřejmě musí být odněkud doplňováni.)

Doplňuje je Jarkovského/YORP negravitační síla, jež pomalu mění velké poloosy asteroidů a posouvá je do rezonancí. Sice nestačí zaplnit mezery, ale udržuje populaci blízkozemních asteroidů po miliardy roků v ustáleném stavu, což odpovídá počtu a stáří měsíčních kráterů, kde máme kolize zaznamenány.

³ Kruhovou keplerovskou rychlost si spočtu snadno: $m \frac{v_{\text{kepl}}^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$, $v_{\text{kepl}} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \doteq \sqrt{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}} \text{ m/s} \doteq 20 \text{ km/s}$.

⁴ Úniková rychlost $v_{\text{esc}}: v \infty$ je $E_K = E_P = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m_{\text{moje}} v_{\text{esc}}^2 - \frac{GM_{\text{planetky}} m_{\text{moje}}}{R} = 0 \Rightarrow v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3} \pi G \rho} \cdot R \propto R$. Pro Ceres: $R \doteq 500 \text{ km}$, $M = 10^{21} \text{ kg} \doteq 5 \cdot 10^{-10} M_{\oplus} \Rightarrow v_{\text{esc}} \doteq 500 \text{ m/s}$; pro malé planetky vycházejí $\sim 1 \text{ m/s}$.

- míru chaosu lze popsat LCE
- oscilace elementů v rezonancích vysvětlují Lagrangeovy rovnice
obr. $a(t)$, $e(t)$, $i(t)$ mimo a uvnitř rezonance
obr. počet vs. stáří měsíčních kráterů
- názvy některých populací: J2/1 Zhongguo a Griqua (Brož aj., 2005), J3/2 Hilda, J4/3 Thule.
- rezonance $\frac{p+q}{q}$, řád rezonance je p (tomuto číslu bývají úměrné perturbace)
- kritický úhel $\sigma = \frac{p+q}{q}\lambda_J - \frac{p}{q}\lambda - \varpi$, cirkulace, librace
- Jak zjistit přibližnou polohu rezonance středního pohybu? 3. KZ: $\frac{a_J^3}{T_J^2} = \frac{a^3}{T^2}$
- Když chci zjistit polohu sekulární rezonance: numericky spočtu frekvence g a s v celém hlavním pásu a podívám se, kde jsou rovny frekvencím planet $g_5, g_6, \dots, s_6, \dots$ a jejich kombinacím \Rightarrow izoplochy v prostoru (a_p, e_p, I_p)

g_5	4,26''/yr
g_6	28,25
g_7	3,09
g_8	0,67
s_5	neexistuje
s_6	-26,34
s_7	-2,99
s_8	-0,69

Tab. 2 — Hodnoty základních frekvencí planetárního systému (takto precedují planety, protože působí na sebe navzájem; takto jsou rozestavěny). Frekvence s_5 neexistuje, protože Jupiterův uzel dráhy necirkuluje. Přepočten na periodu cirkulace v rocích je snadný: $360 \cdot 3600''/g_5$.

- někdy mohou být podstatné i rezonance tří těles (Jupiter–Saturn–planetka), „zběsilé“ kombinace (např. $s - s_4 - s_6 + g_6$), spin orbitální rezonance, ...

***Lyapunovův charakteristický exponent (LCE):** mějme dynamický systém $\dot{X} = F(X)$ s řešením $X(t)$; $V(t)$ je řešení *variační* rovnice $\dot{V} = \frac{\partial F}{\partial X}(X(t))V$ (tj. linearizované pohybové rovnice, popisující, jak roste *rozdíl* dvou trajektorií), přičemž X_0 je počáteční orbita a V_0 počáteční podmínka variační rovnice. LCE $\chi(X_0, V_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\gamma(t)}{t}$; $\gamma(t) = \ln \frac{|V(t)|}{|V_0|}$. Normálně numericky integruji variační rovnice, ukládám si hodnoty γ a t po nějaký dostatečně dlouhý čas, pak provedu lineární fit $\gamma = \chi t$ metodou nejmenších čtverců a sklon χ je (přibližně) LCE. Lyapunovův čas $T_L = \frac{1}{\chi}$. Pro vícerozměrné systémy nelze snadno vizuálně rozlišit regulární a chaotické trajektorie, takže LCE je užitečnou pomůckou.

- rozdíl mezi lokálním chaosem a velkoškálovou nestabilitou
obr. LCE(a)

***Lagrangeovy planetární rovnice,** aneb jak se mění elementy planetky působením *konzervativních* zrychlení $\mathbf{a} = -\nabla \mathcal{R}$, kde \mathcal{R} je potenciál nazývaný *poruchová funkce*? Proč je tento popis vhodnější pro vzájemné působení Slunce,

planet a planetky než Gaussovy rovnice? Jednak využijeme sílu hamiltonovského formalismu a jednak je $\mathcal{R} \propto \frac{1}{r}$ jednodušší funkcí než $|\mathbf{F}| \propto \frac{1}{r^2}$. Mým cílem je tedy popsat pohyb pomocí hamiltoniánu

$$H = H_0 + \mathcal{R} = \frac{1}{2}p^2 - \frac{Gm}{r} + \mathcal{R},$$

kde H_0 je keplerovská část hamiltoniánu, snadno integrovatelná (jak už víme z problému 2 těles). Napíšu rovnou jeden výsledek. Lagrangeova rovnice pro velkou poloosu a je:

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dt} = -\frac{2}{na^2} \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \sigma} \quad (1)$$

Podobně jako v rovnicích pro $\frac{de}{dt}$, $\frac{di}{dt}$ zde vystupují parciální derivace \mathcal{R} podle úhlových elementů dráhy $\varpi, \Omega, \sigma \propto \lambda$. (A opačně, v $\frac{d\Omega}{dt}$, $\frac{d\varpi}{dt}$, $\frac{d\sigma}{dt}$ jsou $\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial a}$, ...)

Jak ale vypadá to záhadné \mathcal{R} ? Spočtème si jej pro tři tělesa indexovaná 0, 1, 2 (\odot , planetu a nějakou planetku). Zrychlení \mathbf{a} známe dobře z Newtonova II. pohybového a gravitačního zákona. V těžišтовém systému, který je inerciální, můžeme pro všechna tělesa psát jednoduše II. pohybový a gravitační Newtonův zákon:

$$\mathbf{a}_i = \frac{d^2 \mathbf{R}_i}{dt^2} = \sum_{j \neq i} -GM_j \frac{\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|^3}$$

Ovšem kvůli našemu \mathcal{R} musíme přejít do heliocentrického $\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_0$. Tam už to nebude tak pěkné, protože je neinerciální a objeví se nám tak další (zdánlivé) síly, resp. zrychlení. Pro planetku č. 2 píší (a snažím se všude za $\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$ dosadit $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, dávajíc pozor na znaménka):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} &= \frac{d^2 \mathbf{R}_2}{dt^2} - \frac{d^2 \mathbf{R}_0}{dt^2} = \\ &= -GM_0 \frac{\mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2|^3} - GM_1 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} - \left(-GM_1 \frac{-\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|^3} - GM_2 \frac{-\mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2|^3} \right) = \\ &= -G(M_0 + M_2) \frac{\mathbf{r}_2}{r_2^3} + GM_1 \left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} - \frac{\mathbf{r}_1}{r_1^3} \right). \end{aligned}$$

První člen s $M_0 \mathbf{r}_2$ vyjadřuje přímé působení Sluníčka 0 na planetku 2. Druhý člen $M_2 \mathbf{r}_2$ je působení planetky 2 na Sluníčko 0 jež se v heliocentrickém systému jeví jako odstředivé zrychlení. (Dohromady by způsobily pohyb po elipse, obdobný problému dvou těles.) Třetí člen $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ vyjadřuje přímé působení planety 1 na planetku 2. Nesmíme zapomenout na čtvrtý člen, kde figuruje \mathbf{r}_1 . Co dělá poloha planety 1 (vzhledem ke \odot) v pohybové pro planetku 2? I planeta 1 totiž působí na Sluníčko, čímž se nám šine počátek souřadnicové soustavy a vzniká tak odstředivé

(„zdanlivé“) zrychlení na planetku 2. Členy s M_1 (tj. poruchy působené planetou 1 na planetku 2) jsem si logicky seskupil.

Čeho je to gradient? Když si vzpomenu⁵, že $\nabla \mathbf{r} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{c}$ a $\nabla \frac{1}{r} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3}$, je zřejmé, že onen gradient (vzhledem k \mathbf{r}_2 ; \mathbf{r}_1 je zde konstanta) vychází takto:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} = -\nabla_{\mathbf{r}_2} \left[-G(M_0 + M_2) \frac{1}{r_2} - GM_1 \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} - \mathbf{r}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}_1}{r_1^3} \right) \right]$$

a všechno, co souvisí s planetou 1, zahrnu do \mathcal{R} :

$$\mathcal{R}_{21} = -GM_1 \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} - \mathbf{r}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}_1}{r_1^3} \right)$$

To jsou tedy přímé plus nepřímé gravitační *poruchy* planety 1 na planetku 2 vyjádřené jako potenciál. Stačí je připočítat ke keplerovskému hamiltoniánu H_0 a Hamiltonovy rovnice $\frac{dq^i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$, $\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q^i}$ mi pak řeknou, jak se mění souřadnice s časem (vlastně řeknou jen jak vypadají časové derivace souřadnic q^i a hybností p_i , integraci podle času budu muset ještě provést). Samozřejmě bych byl schopen napsat i pohybovou rovnici $\frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2}$ pro planetu č. 1 a příslušnou \mathcal{R}_{12} ; ostatně jsou spolu úzce provázané, že. Také bychom mohli problém zobecnit třeba na N těles, ale to bychom místo jedničkových proměnných v \mathcal{R}_{21} museli psát $\sum_{i=1..N, i \neq 2}$ blabla...

Je hezké, že mám \mathcal{R} jako funkci \mathbf{r}_i , ale v Lagrangeových rovnicích (1) jsou partiální derivace podle elementů. Proto bych potřeboval \mathcal{R} jako funkci $(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \varpi_1, \lambda_1, a_2, \dots)$, abych mohl v klidu derivovat. Obvyklý postup: \mathcal{R} je periodickou funkcí úhlů, takže ji rozvinu do Fourierovy řady jako

$$\mathcal{R}_{21} = \sum_{i,j,k} C_{ijk} \cos(i_1 \lambda_1 + i_2 \lambda_2 + j_1 \varpi_1 + j_2 \varpi_2 + k_1 \Omega_1 + k_2 \Omega_2).$$

„Malý“ problém: určit C_{ijk} . (Většinou se používají mocnné rozvoje v e, i ; algebraické manipulátory jsou přitom schopné v paměti udržet mnoho miliónů členů.) Proč tam jsou jen kosíny? \mathcal{R}_{21} je přeci sudá funkce neměnicí znaménko při změně znamének všech úhlů (aneb „planety se nezačnou odpuzovat, ani když se

⁵ Kdo nevěří, ať si partiální derivace sám spočte: $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\frac{1}{r} = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$, $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$, $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = \dots$

na hlavu postavím“).⁶ Nakonec budu integrovat dle Lagrange. Přitom se jistě vyskytne situace „ $\int_t \frac{\partial \mathcal{R}_{21}}{\partial \text{elementu}} = \text{koef.} \frac{\cos \text{argumentu} \cdot t}{\text{argument}}$ “, což může být zajímavé, když argument $\rightarrow 0$, protože pak je $\frac{\text{koef.}}{\text{arg.}}$ veliké, vznikají tedy velké oscilace a , e nebo i , neboli dochází k *rezonanci*. Působení planety 1 rozkývá dráhu planety 2 obdobně jako v případě nucených kmitů tlumeného harmonického oscilátoru.

Shluky \Leftrightarrow kolize.

Shluky neboli Hirayamovy rodiny (Hirayama, 1918) — pozůstatky srážek, při nichž jsou vzájemné rychlosti $<$ orbitální (o srážkách spekuloval již Olbers (1802), hned po objevu 2. planety)

- známe asi 40 *rodin* (pojmenovány po asteroidu s nejnižším číslem)
- energie kolizi: od povrchového kráterování po katastrofické rozpady
- odhad střední doby mezi katastrofickými kolizemi v hlavním pásu (Farinella aj. . 1998): $\tau_{\text{disr}} = 16,8 \text{ My} \sqrt{[R]_m}$, pouhá reorientace rotační osy v průměru po $\tau_{\text{reor}} 15,0 \text{ My} \sqrt{[R]_m}$. (Jednoduchý Monte-Carlo model: Nastane v následujícím časovém kroku dt rozpad? Spočtu $p = 1 - \exp - \frac{dt}{\tau}$; vygeneruji náhodné číslo $x \in (0; 1)$; jestliže $x < p \Rightarrow$ rozpad, reorientace.)
- shluky (v_{rel}) jsou příliš veliké na to, aby vznikly „čistou“ kolizí (numerické modelování i škálované laboratorní experimenty nám říkají, že rodiny vznikají menší, než je dnes pozorujeme) \Leftrightarrow Jarkovského/YORP efekt, chaotická difuze
- viz HCM, tlak p_c , $v_{\text{impact}} > v_{\text{esc}}$, pevnost Q
- viz animace rodiny Eos (negravitační vývoj vs. rezonance J7/3, J9/4, $g - g_6 + s - s_6$)

Hierarchická klastrovací metoda (HCM) (Zappala aj., 1990):

- studium shluků asteroidů v prostoru vlastních elementů, které asteroidy spolu nějak souvisí?
- metrika $v = na_p \sqrt{C_a \left(\frac{\Delta a_p}{a_p} \right)^2 + C_e \Delta e_p^2 + C_i (\Delta \sin i_p)^2}$, volí se $C_a = \frac{5}{4}$, $C_e = 2$, $C_i = 2$, rozměr rychlosti AU/den \rightarrow m/s
- asteroid patří do rodiny, když má *alespoň k jednomu* asteroidu vzdálenost menší než v_{cutoff}

⁶ Jak tedy vypadá výsledná funkce? V případě, kdy je planetka 2 poblíž rezonance 3:1 s planetou 1, tzn. že kritický argument $\sigma = 3\lambda_2 - \lambda_1 - 2\omega_2$ se mění pomalu, všechny rychlé oscilace v \mathcal{R} se vystředují a nechám pouze podstatné členy s velkou amplitudou, pak:

$$\mathcal{R}_{21} = -\frac{GM_1}{a_2} \left[F_s(\alpha)e_2^2 + F_r(\alpha)e_2 \cos \sigma \right]$$

kde $\alpha = \frac{a_1}{a_2}$ a $F(\alpha)$ jsou pomalu se měnící funkce řádu 1. Kdybych to dosadil do Lagrangeových rovnic, získám pro σ rovnici typu harmonický oscilátor a zjistím také, že oscilace $a_2(t)$ a $e_2(t)$ jsou spolu spřažené.

– jak vypadá $N(v_{\text{cutoff}})$ pro rostoucí mezní rychlosti; spektrální podobnost rodnin (Ivezič aj., 2001)

Jaký je tlak p_c uvnitř planety? Gravitační síla je v rovnováze s elektromagnetickými silami, jež modelujeme jako *gradient* tlaku. Síla na objemový element je $dp dS + G \frac{m(r) dm}{r^2} = 0$, kde $m(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \varrho(r)$ je hmotnost koule uvnitř (gravitační působení kulové obálky vně je nulové) a $dm = dS dr \varrho(r)$. Potom

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{4}{3} \pi G r \varrho^2(r).$$

Problém je, že neznám stavovou rovnici materiálu $\varrho(p, T)$ (zahrnující třeba fázové přechody kamene při vysokých tlacích a podobné složitosti). Naštěstí při malých p_c mohou předpokládat primitivní stavovou rovnici $\varrho \doteq \text{konst.}$ (Ostatně, zkuste si zatlačit na kámen.) Diferenciální rovnici pak integruji snadno: $\int_0^{p_c} dp = -\frac{4}{3} \pi G \varrho^2 \int_R^0 r dr$, $[p]_0^{p_c} = -\frac{4}{3} \pi G \varrho^2 \left[\frac{r^2}{2} \right]_R^0$ a výsledek

$$p_c = \frac{2}{3} \pi G \varrho^2 R^2.$$

Pro Ceres s $R \doteq 500$ km, $M = 10^{21}$ kg vychází číselně $p_c \doteq 2 \cdot 10^8$ Pa, což bychom si teoreticky mohli přiblížit podmínkami v pozemském oceánu (kde $p = h \varrho g$) jako tlak v hloubce 20 km pod hladinou. (Pro Zeměkouli by nám z jednoduché teorie vyšel tlak $2 \cdot 10^{11}$ Pa.)

V reálném případě bude zřejmě $\varrho(p, T)$ nějak růst s tlakem, takže p_c potom vyjde ještě vyšší. Pro Zemi vyplývá ze seismických měření, jež jsou citlivá na profil hustoty, realističtější hodnota $3,6 \cdot 10^{12}$ Pa. To je mimochodem mnohem víc, než jsme schopni dosáhnout v laboratoři, takže si $\varrho(p, T)$ nemůžeme nějak snadno měřit.

Jaká je pevnost Q planety aneb „jak moc do ní musím praštit“, aby se kousky rozletěly do ∞ ? Nejprve se zabývejme gravitací. Potenciální energie objemového elementu je $dE_G = -G \frac{m(r) dm}{r}$, kde $m(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \varrho$; místo dm mohu vzít celou slupku $4\pi r^2 dr \varrho$. Vazebnou gravitační energii homogenní sféry pak spočtu integrací

$$E_V = \int_V -dE_G = \int_0^R \frac{16}{3} \pi^2 G \varrho^2 R^4 = \frac{16}{3} \pi^2 G \varrho^2 \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R = \frac{16}{15} \pi^2 G \varrho^2 R^5 = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}.$$

Tato energie na jednotku hmotnosti, neboli gravitační *pevnost*, vychází

$$Q = \frac{E_V}{\frac{4}{3} \pi R^3 \varrho} = \frac{4}{5} \pi G \varrho R^2 \propto R^2.$$

Pro tělesa menší než asi 200 m je naopak rozhodující pevnost materiálu (elektromagnetické síly) a $Q \propto \frac{1}{\sqrt{R}}$, protože ve větších kusech se nějak častěji vyskytují praskliny a lze je tak snadněji rozlomit. (Ostatně, zkuste si rozlomit malý kámenek a velký kámen.)

obr. pevnost vs. rozměr

obr. makroporozita⁷ vs. rozměr

Blízkozemní objekty (NEO, $q \leq 1,3 \text{ AU} \wedge Q \geq 0,983 \text{ AU}$):

- 3 skupiny: typ Apollo $a \geq 1 \text{ AU} \wedge q \leq 1,017 \text{ AU}$ (neboť $e_{\oplus} = 0,0167$), Aten $a < 1 \text{ AU} \wedge Q \geq 0,983 \text{ AU}$, Amor $1,017 \text{ AU} < q \leq 1,3 \text{ AU}$
- přehlídkové dalekohledy objevující asteroidy (nejen NEO): 1. LINEAR (10krát více než 2.), 2. Spacewatch, 3. NEAT, 4. LONEOS, 7. Catalina, ... PanSTARRS v roce 2006!
- důležité jsou nejen objevy, ale také *známé* observační nedostatečnosti (neznámé totiž ohrožují přesnost odhadu skutečné populace)
- modely populace NEO: Stuart (2001) — LINEAR, Bottke aj. (2002) — Spacewatch \Rightarrow asi 1000 objektů $> 1 \text{ km}$;
- Bottke aj. (2002): 5 zdrojů NEO: vnitřní, střední a vnější hlavní pás, komety Jupiterovy rodiny, transneptunický disk \rightarrow dynamika přenosu do blízkosti Země \rightarrow rozdělení na obloze \rightarrow observační nedostatečnosti teleskopu \rightarrow lineární kombinace \rightarrow porovnání se pozorovaným rozdělením NEO v prostoru orbitálních elementů \Rightarrow odhad skutečné populace NEO, pravděpodobnosti, že dané NEO pocházejí z určitého zdroje
- dynamická životní doba 10 My, ale ustálený stav (viz měsíční krátery) \Leftarrow zdroje: 1) hlavní pás, Jarkovského jev a rezonance J3/1, ν_6 ; 2) vnitřní MB, chaotická difuze ve slabých rezonancích (s Marsem), křížiči Marsu; Σ 80 až 90 %, vnější pás jen 8 %, zbytek komety
- potenciálně nebezpečné objekty (PHO): $H < 22 \text{ mag}$ ($\simeq 200 \text{ m}$), vzdálenost od dráhy $\oplus < 0,05 \text{ AU}$, známo asi 60 % objektů $> 1 \text{ km}$, do roku 2014 $> 90 \%$
- zpřesnění předpovědi impaktu na \oplus : 1) další pozorování (hlavně radarová), 2) virtuální impaktory (a negativní pozorování).

Rozdělení velikostí různých populací asteroidů.

obr. čtyři druhy histogramů: (diferenciální/kumulativní) (absolutní hvězdná velikost/průměr) a vztahy mezi nimi (rozdíl indexů „+1“ a násobení „-5“)

- fitování rozdělení $N(>D) \propto D^{\gamma}$ nebo $N(<H) \propto 10^{-0,2\gamma H}$ přímkami v grafech ($\log D, \log N$) nebo ($H, \log N$)
- počáteční kolize dvou velkých planetek produkují strmé rozdělení velikostí fragmentů ($\gamma \simeq -4$)

⁷ Hmotnosti asteroidů určujeme z průletů sond, poměry hmotností ze změn drah při náhodných přiblížení dvou asteroidů anebo z měření oběžných period dvojplanetek.

- další kolizní vývoj jej „zploštuje“ na $\gamma \simeq -2,5$ (Dohnanyi, 1969)
- observační nedostatečnost \Rightarrow zdánlivý úbytek malých těles
- sekundární kolize \Rightarrow „vlny“
- ovlivňují jej těž negravitační síly (malá tělesa unikají rychleji) \Rightarrow rozdíl „-1“

Vztah mezi absolutní hvězdnou velikostí H ,⁸ geometrickým albedem A a průměrem D v kilometrech:

$$\frac{2}{5}[H]_{\text{mag}} + 2 \log[D]_{\text{km}} + \log A = 6,259$$

(z Pogsonovy rovnice, energie záření $\propto D^2$, $\propto A$) Samozřejmě nefunguje obecně, zvláště ne pro šišaté planetky a velké fázové úhly, kdy dochází ke stínění. Pro Ceres je v astorbu $H = 3,34$ mag a $A = 0,12$, takže $D = 10^{0,5 \cdot (6,259 - 0,4 \cdot 3,34 - \log 0,12)}$ km \doteq 835 km. Rovníkový a polární průměr podle přímého zobrazení HST je 975 a 909 km (Russel aj., 2005).

Negravitační síly: obecně interakce elektromagnetického pole s planetkou; užitečné rozlišit několik způsobů, jak interakce probíhá: např. přímý tlak záření, Poyntingův-Robertsonův jev, denní a roční Jarkovského jev (model koule s obliquitou 0° a 90°), YORP efekt (model mlýnku).

obr. denního a ročního Jarkovského jevu

obr. teplota vs. čas na Golevce

- viz přehledový článek v angličtině

Jaká je zhruba teplota T_{eq} na povrchu? Předpokládám kouli v TD rovnováze vyzařující podle Planckova zákona; pak ZZE říká:

$$\pi R^2(1 - A) \frac{L_\odot}{4\pi r^2} = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eq}}^4. \quad (2)$$

Ta 4 je tam proto, že absorpce záření je průřezem a emise povrchem. R se ale zkrátí a zůstane nám pouze r , tedy vzdálenost od Sluníčka:

$$T_{\text{eq}} = \left[\frac{(1 - A)L_\odot}{16\pi\sigma r^2} \right]^{\frac{1}{4}} \propto \frac{1}{\sqrt{r}}.$$

Pro Ceres je $a \doteq 2,77$ AU $\simeq r$, $A = 0,12$ takže rovnovážná teplota vychází $T_{\text{eq}} = \left[\frac{(1-0,12) \cdot 3,83 \cdot 10^{26}}{16 \cdot 3,14 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2,77 \cdot 149,6 \cdot 10^9)^2} \right]^{0,25}$ K \doteq 160 K. Mimochodem, pro \oplus s $A = 0,3$ je $T = 254$ K. Když vynecháme 4, zjistíme *subsolární* teplotu $T_\star = \sqrt{2T}$ „v poledne pod Sluncem“. Ve skutečnosti je to o dost složitější a musím řešit...

⁸ Absolutní hvězdná velikost H pro planetku je když: $r = 1$ AU od \odot , $\Delta = 1$ AU od \oplus a fázový úhel $\alpha = 0^\circ$ ($\odot\text{P}\oplus$) \Rightarrow dívám se na planetku „ze středu \odot “.

Diferenciální rovnice vedení tepla pro výpočet Jarkovského jevu:

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \varrho C \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

s okrajovou podmínkou na povrchu:

$$\left(K \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{povrch}} + \varepsilon \sigma T^4 = (1 - A) \mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{n}_\perp. \quad (4)$$

Z integrace přes objem a Gaussovy věty vidím, že $\int_V \nabla \cdot (K \nabla T) = \oint_S K \nabla T dS = \int_V \varrho C \frac{\partial T}{\partial t} dV$, tedy tok energie přes povrch odpovídá změně teploty materiálu. (Musí tam být samozřejmě nějaký *gradient* teploty, jinak žádné teplo nikam nepoteče.) V kartézských souřadnicích, jednorozměrném případě a homogenním materiálu je to parabolická parciální diferenciální rovnice:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (5)$$

kde $k = \frac{K}{\varrho C}$ je difuzivita materiálu.

materiál	ϱ_{bulk} kg/m ³	ϱ_{surf} kg/m ³	K W/m/K	C J/kg/K	A
soudržný bazalt	3 500		0,5–2,5	680	0,1–0,16
bazalt pokrytý regolitem	3 500	1 500	0,001–0,01	680	
železitý	8 000		~ 40	500	0,09–0,11
typ C (kámen a led)	1 000		0,1–1	1 500	0,03–0,08

Tab. 3 — Příklady materiálových parametrů používaných pro výpočet tepelných sil. ϱ_{bulk} označuje průměrnou hustotu v objemu tělesa, ϱ_{surf} hustotu povrchové vrstvy, K tepelnou vodivost, C měrnou tepelnou kapacitu, A Bondovo albedo. IR emisivitu bereme $\varepsilon = 0,9$.

Numerický výpočet Jarkovského síly už je pak přímočarý: IR záření odnáší hybnost ze všech povrchových elementů \Rightarrow síla $\frac{2}{3} \frac{\varepsilon \sigma T^4 dS}{c}$ na opačnou stranu (při Lambertově vyzařovacím zákonu⁹) \Rightarrow celková síla a moment.

– Pro kouli lze Jarkovského sílu vypočítat analyticky, a to linearizací okrajové podmínky a řešením v podobě sférických funkcí; pro roční sílu je třeba rozvoju

⁹ Lambertův zákon říká, že tok záření vyzařovaného z roviny pod úhlem α je $dF \propto F \frac{dS}{S} \cos \alpha$. Jaký je celkový tok ve směru kolmém k rovině? Zřejmě musím středovat přes polokouli a vzít kolmé složky elementárních toků: $F_\perp = \int_0^\pi F \frac{r d\alpha \frac{2\pi r \cos \alpha}{2\pi r^2}}{2\pi r^2} \cos \alpha \sin \alpha = \int_0^\pi F \cos^2 \alpha \sin \alpha d\alpha = F [-\frac{\cos^3 \alpha}{3}]_0^\pi = \frac{2}{3} F$. Pro fotony je $E = pc$ a velikost síly $|\mathbf{F}| = \frac{dp}{dt} = \frac{dE}{cdt} = \frac{W}{c} = \frac{F_\perp dS}{c}$; absolutně šedé těleso přitom produkuje tok záření $F = \varepsilon \sigma T^4$.

v e (Vokrouhlický, 1999). Složitější situace, když znám model tvaru asteroidu, se řeší numericky.

- viz odhad teploty na povrchu
- nenulový úhel mezi \odot , planetkou a maximem teploty na povrchu \Rightarrow transverzální složka síly (její dynamický účinek — viz Gaussovy rovnice)

***Jak se počítá Jarkovského jev?** Zkusím rovnici vedení tepla vyřešit pro jednoduchoučkový jednorozměrný případ, kdy na kus planetky (poloprostor) dopadá periodický tok záření $F(t) = F_0 + F_1 e^{i2\pi ft}$, vyjadřující „něco jako“ střídání dne a noci. (Fyzikální význam má samozřejmě pouze reálná část $\text{Re}\{F\} = F_0 + F_1 \cos 2\pi ft$.) Obecně chci najít teplotu $T(x, t)$ jako funkci hloubky a času.

Protože $F(t)$ je harmonická funkce, hádám, že *ustáleném stavu* bude odezva T obdobná a zkusím tedy najít řešení ve tvaru $T(x, t) = T_0 + T_1(x) e^{i2\pi ft}$. ($T_1(x)$ může být komplexní funkce, což by znamenalo fázový posun teploty vůči dopadajícímu záření.) Pak se z diferenciální rovnice parciální (5) stane obyčejná pro $T_1(x)$:

$$\frac{d^2 T_1}{dx^2}(x) = \frac{i2\pi f}{\chi} T_1(x),$$

jejíž nedivergující řešení najdu snadno:

$$T_1(x) = T_1(0) e^{-\sqrt{i2\pi f/\chi} x} = T_1(0) e^{-(1+i)\sqrt{\pi f/\chi} x}.$$

Vidím tedy, že s hloubkou klesají *změny* teploty jako $e^{-\frac{x}{\delta}}$ a hloubka proniku tepelné vlny je řádu $\delta = \sqrt{\chi/(\pi f)}$. (A navíc vzniká nějaký ten fázový posun.)

Stále neznám teplotu $T(0, t)$ na povrchu! Zde využiji okrajovou podmínku (4), do níž mohu dosadit známou derivaci $\frac{\partial T}{\partial x}(x, t) = (1+i)\sqrt{\pi f/\chi} T_1(x) e^{i2\pi ft}$, takže

$$K(1+i)\sqrt{\pi f/\chi} T_1(0) e^{i2\pi ft} + \varepsilon\sigma(T_0 + T_1(0) e^{i2\pi ft})^4 = (1-A)(F_0 + F_1 e^{i2\pi ft}).$$

Mocnit na čtvrtou, neřkuli to řešit, by bylo dosti strastiplné, a proto budu doufat, že $T_1(0) \ll T_0$ (změny teploty jsou malé vůči střední teplotě), a provedu linearizaci dle vzoru:

$$(T_0 + T_1)^4 = T_0 + 4T_0^3 T_1 + \mathcal{O}(T_1^2).$$

Členy s T_0 a F_0 odečtu (přesně odpovídají rovnovážné teplotě T_{eq} dle (2)), $e^{i2\pi ft}$ vydělím a zbývá mi krásná lineární rovnice pro $T_1(0)$:

$$(1+i)\sqrt{\pi f K C \varrho} T_1(0) + \varepsilon\sigma T_{\text{eq}}^3 T_1(0) = (1-A)F_1.$$

Teplotu na povrchu pak vyjádřím snadno:

$$T(0, t) = T_{\text{eq}} + \frac{(1-A)F_1 e^{i2\pi ft}}{(1+i)\sqrt{\pi f K C \varrho} + 4\varepsilon\sigma T_{\text{eq}}^4}$$

Jmenovatelem je komplexní číslo (tzn. fázový posun); stačí rozšíření komplexně sdruženým a pár algebraických úprav, abych viděl, že:¹⁰

$$T(0, t) = T_{\text{eq}} + \frac{(1 - A)F_1}{4\varepsilon\sigma T_{\text{eq}}^3} \frac{1}{2\Theta^2 + 2\Theta + 1} e^{i(2\pi ft + \varphi_{\text{th}})},$$

kde tepelný parametr Θ a fázový posun φ_{th} jsou:

$$\Theta = \frac{\sqrt{\pi f K C \varrho}}{4\pi\varepsilon\sigma T_{\text{eq}}^3}, \quad \text{tg } \varphi_{\text{th}} = -\frac{\Theta}{1 + \Theta}.$$

- velikost radiační síly při vyzařování z plošky $dS = 1 \text{ m}^2$ při teplotě 160 K: $\frac{2}{3} \frac{\varepsilon\sigma T^4 dS}{c} \doteq \frac{2}{3} \frac{0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 160^4 \cdot 1}{3 \cdot 10^8} \text{ N} \doteq 10^{-7} \text{ N}$. (Samozřejmě, výsledná celková transverzální síla bude úměrná pouze *odchylkám* teplot od T_{eq} , tepelnému zpoždění $\sin \varphi_{\text{th}}$ a ploše celého asteroidu; zrychlení $a = \frac{F}{m} \propto \frac{1}{R}$.)
- viz grafy v Gnuplotu a animace v Matlabu

***Gaussovy rovnice**, aneb jak se mění orbitální elementy, když působí zrychlení (R, T, W) , užitečně rozložené na složky radiální, transverzální a normální?

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} [T + e(T \cos f + R \sin f)], \\ \frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} [R \sin f + T(\cos f + \cos u)], \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{W}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(\omega + f), \end{aligned}$$

atd. pro další elementy. n značí střední pohyb ($z \text{ KZ } n^2 a^3 = GM$), f excentrickou anomálii, $u = \frac{e + \cos f}{1 + e \cos f}$ pravou anomálii.

- hlavně *transverzální* složka mění velkou poloosu, neboť $\lim_{e \rightarrow 0} \frac{da}{dt} = \frac{2T}{n}$
- hodí se třeba pro negravitační síly (jsouce nekonzervativní), jako je tření o atmosféru, Jarkovského jev

¹⁰ Pro úplnost můžeme napsat i teplotu v hloubce (ne, že by na ní záleželo, protože dynamické účinky určuje pouze $T(0, t)$):

$$T(x, t) = T_{\text{eq}} + \frac{(1 - A)F_1}{4\varepsilon\sigma T_{\text{eq}}^3} \frac{1}{2\Theta^2 + 2\Theta + 1} e^{i(2\pi ft + \varphi_{\text{th}} - \sqrt{\pi f / \chi} x)} e^{-\sqrt{\pi f / \chi} x}.$$

- Co když se náhle změní rychlost o ($\Delta v_R, \Delta v_T, \Delta v_W$)? Neboť $\frac{n}{2} da = T dt = \frac{1}{m} \frac{d(mv_T)}{dt} dt = dv_T$, vidím, že místo časových derivací $\frac{da}{dt}$ a zrychlení T musím v Gaussových rovnicích prostě psát změny elementů Δa a změny rychlostí Δv_T

Světelné křivky a rotace:

obr. frekvence vs. rozměr pro asteroidy hlavního pásu a NEA.

- Mezní frekvenci otáčení rozumíme takovou, při níž obvodová rychlost překračuje únikovou:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \omega_{\text{crit}} R \Rightarrow \omega_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{8}{3} \pi G \rho} \propto \sqrt{\rho}.$$

Kupodivu to nezávisí na rozměru! Pro kámen s $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ vychází $\omega_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{8}{3} 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,5 \cdot 10^3} \doteq 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 11 \text{ rev/day}$.

- Holsapple (2005): rotující elipsoidy z elasto–plastického materiálu bez tření (nejen pouhá nestlačitelná kapalina, ale mohr–coulumbovský model) \Rightarrow ani když žádný velký asteroid nerotuje rychleji než $11 \frac{\text{rev}}{\text{day}}$, *neznamená* to, že většina je nesoudržnou hromadou sutí, protože ani tělesa s nenulovou pevností nemohou rotovat rychleji než tento limit.
- pomalé a rychlé rotátory — souvislost s YORP efektem

Odhad šišatosti planetky z amplitudy světelné křivky LV : odpovídá-li rotační osa ose c trojosého elipsoidu, vidím plochy elips πac a πbc , plocha \propto energii odraženého záření, z Pogsonovy rovnice je $LV = -2,5 \log \frac{a}{b}$. Typické amplitudy pozorovaných světelných křivek jsou 0,1 mag.

Analýza širokopásmových barev metodou hlavních komponent (PCA) (Ivezić aj., 2001): Katalog SDSS MOC obsahuje 10^5 asteroidů fotometrovaných v 5 filtrech u, g, r, i, z ; pro porovnávání asteroidů ale nejsou vhodné přímo tyto hodnoty hvězdných velikostí, protože barvy jsou na sobě závislé (zejména ty blízké). Používáme menší počet proměnných, které nejsou tak korelované, a říkáme jim hlavní komponenty. Pro sloanský katalog poskytla analýza PCA dvě:

$$PC_1 = 0,396(u - g) + 0,553(g - r) + 0,567(g - i) + 0,465(g - z),$$

$$PC_2 = -0,819(u - g) + 0,017(g - r) + 0,09(g - i) + 0,567(g - z).$$

obr. ($a, e, \sin i$) vs. $PC \Rightarrow$ asteroidální rodiny jsou si podobné i barevně

Spektra asteroidů: Sluníčko plus atmosféra plus samotný asteroid, porovnání s analogem \odot (např. 16 CygB) \Rightarrow relativní odrazivost asteroidu

- charakteristické znaky: sklon (zčervenání) a absorpční čáry (pásky) — nejvýraznější je na $1 \mu\text{m}$, způsobený přítomností silikátů (pyroxenu a olivínu)
- taxonomické typy: hlavní S, C, X, D, V, ... celkem 28

obr. taxonomická klasifikace a tvary spekter

obr. taxonomické typy vs. vzdálenost od \odot

Kosmické zvětrávání (Nesvorný aj., 2005):

- S-typy jsou podobné obyčejným chondritům, ale povrchy asteroidů jsou červenější a mají mělčí silikátový absorpční pás na $1\ \mu\text{m}$
- změny barev na (243) Ida, (951) Gaspra a (433) Eros, kde byly ze sond vidět detaily kráterů a sesuvů odkrývajících mladší povrch, zhruba odpovídá časovým změnám měsíčního povrchu, kde máme absolutní radiometrické datování
- ostatní typy (V- a C-) vykazují jen malé změny
- stáří asteroidálních rodin (určené z dynamiky) koreluje s taxonomickými typy \Rightarrow spektra červenají a absorpční pásy se zeslabují

Náměty pro úlohy, aneb co byste si mohli sami zkusit:

- Bude Vesta zítra večer dobře pozorovatelná?
- Které asteroidy jsou blízko 2:1 rezonance s Jupiterem?
- Kolik malých těles známe k dnešnímu datu a kolik jich má přesné orbity?
- Obíhají Trojané před Řeky nebo opačně?
- Jak se liší oskulační a vlastní elementy a , e , i pro Eos?
- Jaká je absolutní hvězdná velikost pro 10 nejjasnějších asteroidů?
- Kdy nastane další příznivá opozice Golevky a jak velký teleskop potřebuji pro její fotometrii?
- Která Kirkwoodova mezera je hodně obsazena? (Konstrukce histogramu rozdělení četnosti velkých poloos.)
- Které asteroidy tvoří shluk Karin? (Použití programu `hcluster`.)
- Jak vypadá spektrum pro (221) Eos a jaká je jeho taxonomická klasifikace?
- Souhlasí 5 barev pro planetku Eos z katalogu SDSS MOC s detailním spektrem SMASII?
- Jaká je asi velikost Golevky (soudě podle A a H z astorbu)?
- Jaká je životní doba Golevky vzhledem ke kolíznímu rozpadu?

Literatura:

- [1] BERTOTTI, B., FARINELLA, P., VOKROUHLICKÝ, D. *Physics of the Solar System*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1402014287.
- [2] BOTTKE, W. F., CELLINO, A., PAOLICCHI, P., BINZEL, R. P. (editoři) *Asteroids III*. Tuscon: The University of Arizona Press, 2002. ISBN 0816522812.
- [3] DE PATER, I., LISSAUER, J. J. *Planetary Sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521482194.

Poznámka o programu Gnuplot a `awk`. Gnuplot pro Linux i pro Windows si můžete stáhnout z adresy <http://www.gnuplot.info>. Mimo jiné umí podle krátkých prográmků kreslit grafy a zobrazovat data z textových souborů (viz dokumentaci nebo příklady na domovské stránce kurzu). Princip je přímočarý: do souboru `soubor.plt` napište:


```
plot "soubor.dat" using 2:3
```

```
pause -1
```

a spusťte `gnuplot soubor.plt`. V Linuxu navíc funguje užitečná kombinace s `awk`, programem pro řádkové zpracování textu. Ve skriptech se proň píší příkazy jako (podmínka pro řádek textu){ co se má udělat }. Podmínkou může být regulární výraz (např. vynechání komentářů zajistíme `!/^#/ { print; }`). Celý řádek textu máme uložen v proměnné `$0` a jednotlivé sloupce (oddělené mezerami) v `$1`, `$2`, atd. Z katalogu `astorb.dat` vykreslíme 3-D graf ($a, e, \sin i$) takto:

```
set angles degrees
```

```
splot "<awk '{ a=substr($0,171,10); e=substr($0,158,10); i=substr($0,147,10);
```

```
print a,e,i; }'" using 1:2:(sin($3))
```

```
pause -1
```