----

4. kapitola o efemeridách

orientace dráhy v prostoru - argument pericentra omega, sklon I, délka výstupného uzlu Omega

OBR z Murray a Dermott

"délky" <- vzhledem k fixnímu směru v prostoru (např. jarnímu bodu)
"argumenty" <- vzhledem k pericentru

některé úhly jsou lomené, střední anomálie M dokonce nemá vůbec žádnou geometrickou interpretaci! (pouze

série matic rotace: (x,y,z)_ekliptikalni = R_z(Omega) R_x(I) R_z(omega) (X,Y)_v_draze

pokusy s pneumatikou (~eliptickou trajektorií)

Různé DRUHY ELEMENTŮ, které můžeme "potkat":

Keplerovy: a, e, M, omega, I, Omega
  -> geometricky velmi názorné (kromě M -> f pro určité ekvinokcium)

nesingulární: a, L, k = e cos(varpi), h = e sin(varpi), q = sin(I/2) cos(Omega), p = sin(I/2) sin(Omega)
  -> dobře se v nich počítají rozvoje

x, y, z, vx, vy, vz
  -> jako počáteční podmínky numerické integrace

Delaunyho (kanonické):
  souřadnice "q":

  l = M ,
  g = omega ,
  h = Omega ;

  kanonicky sdružené hybnosti "p":

  L = mu^* sqrt(mu a) ,
  G = mu^* sqrt(mu a (1-e^2)) ,
  H = mu^2 sqrt(mu a (1-e^2)) cos(I) ,

  kde mu = G(m_1+m_2), mu^* = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)
  -> lze je užít v HAMILTONOVÝCH ROVNICÍCH:

  dq_i/dt = \partial H/\partial p_i ,
  dp_i/dt = -\partial H/\partial q_i ,

  kde H je Hamiltonián systému (~ celková energie);
  např. hned vidím, že když H nezávisí na určitém q_i, pak p_i = konst.
...

oskulační (vztahující se k určitému ekvinokciu)
střední   (fourierovsky filtrované krátkoperiodické oscilace s ~ orbitání periodou)
vlastní   (středované přes ~10 My, bez kmitů NUCENÝCH planetami)
rezonanční (např. průsečíky trajektorie s vhodně definovanou plochou:
            kritický úhel pri rezonanci J2/1: sigma = 2 lambda_J - lambda - varpi;

            plocha: sigma = 0, dsigma/dt > 0, omega-omega_J = 0, Omega-Omega_J = 0)
...

Pro problém N těles NEZNÁME obecné analytické řešení!

6N proměnných (souřadnic a~rychlostí), ale jen 10 klasických algebraických integrálů pohybu:

- 3 pro těžiště
- 1 pro energii
- 3 pro hybnost
- 3 pro moment hybnosti

Brunsův teorém (Bruns 1887, Poincaré 1889, viz Hagihara 1970, s. 556-583):

Jedinými lineárně nezávislými integrály problému N těles, které jsou
algebraické vzhledem k q, p a t, je oněch 10 zmiňovaných výše.

(Bruns podal důkaz, že libovolný jiný integrál f(q_i,p_i,t) JE lineární kombinací.)

=> redukce na 6N-10 proměnných (pro N=2 vycházejí jen 2 proměnné závislé na čase)

```
POZOR! NEznamená to, že neexistuje žádné řešení a že všechny rozvoje divergují!
       (POUZE neexistují další integrály.)
                  |
                  V
       V problému 2 těles také nemáme 12 integrálů, to by tělesa "stála na místě"
       nebo se pohybovala rovnoměrně přímočaře, ale jen oněch 10;
       zbývající 2~stupně volnosti jsme ale úspěšně vyřešili a máme pro ně předpis
       závislosti na čase (i když je transcendentní).
```

Sundman (1912) například našel řešení pro N=3 ve formě POOOMAAALUUU konvergujících
mocninných řad v proměnné čas t^(1/3). Bohužel, toto řešení neříká nic o stabilitě
nebo dovolených oblastech pohybu (jako RTBP). Pro velkou přesnost by vyžadovalo
10^(8*10^6) členů (!).

(Musel vzít počáteční moment hybnosti L<>0, aby nedocházelo k trojnými kolizím
- singularitám v řešení. Počáteční podmínky vedoucí ke kolizím sice mají Lebesgueovu míru = 0,
ale není známo nějaké kritérium pro ně, které by všem budoucím kolizím jistě zabránilo.)

ANALYTICKÁ TEORIE VSOP82 (Astronomická příručka, příklad rozvoje pro Zemi):
----

rozvoj poruchové funkce nebo numericky spočtených elementů
do konečných Fourierových řad v l => x(T),y,z,vx,vy,vz jako fce T

Juliánská století T = (JD - 2454545)/36525

```
        |---- střední délky planet 1. 1. 2000
        V
l_1 = 4,4026 rad + 2608,7903 T  (pro Merkur)
l_2 = 3,1761     + 1021,3286 T
l_3 = 1,7535     +  628,3076 T  <-- tj. přibližně 200 pi (~ oběžné doby)
l_4 = 6,2035     +  334,0612 T
l_5 = 0,5995     +   52,9691 T  (pro Jupiter)
```

```
...

STŘEDNÍ hodnoty pro těžiště Země-Měsíc:

a_0 =  1,0000010 AU
L_0 =  1,7534703 + 628,3075849 T - 0,0000001 T^2  (tj. jen přesnější verze l_3)
k_0 = -0,0037408 -   0,0000823 T + 0,0000003 T^2
h_0 =  0,0162845 -   0,0000620 T - 0.0000003 T^2
q_0 = -0,0001135 T + 0,0000001 T^2
p_0 =  0,0000102 T + 0,0000005 T^2

největší PERTURBACE:                         vyšší harmonické ---|
                                                                 V
a = a_0 + 1e-7 AU * (112*cos(2*(l_3-l_5)) + 76*cos(l_3-l_3) - 41*cos(2*(l_2-l_3)) - 25*cos(3*(l_2-l_3))
                    + 15*sin(2*l_2-3*l_3) + 11*cos(l_3-l_5) ...)

L = L_0 + 1e-7 * (322*cos(4*l_3-8*l_4+3*l_5) - 206*sin(2*(l_3-l_5)) + 166*sin(l_2-l_3) ...)

k = k_0 + 1e-7 * (-199*cos(2*l_2-3*l_3) + 186*cos(l_3-2*l_5) - 150*cos(l_5) ...)

h = h_0 + 1e-7 * (+199*sin(...téhož...) - 186*sin(...)       - 151*sin(...) ...)

-> všechno jsou to fce T!
-> často tam vystupuje l_3 (to je logické, když jde o perturbace ostatních planet NA Zemi)

+ výpočet Keplerových elementů:

e = sqrt(k^2+h^2)
varpi = atan2(h,k)
I = 2 arcsin(sqrt(q^2+p^2))
Omega = atan2(p,q)
M = L-varpi

+ výpočet excentrické anomálie E řešením transcendentní Keplerovy rce E = M + e sin(E) iterační metodou

E_0 = M + e sin(M)
E_(i+1) = M + e sin(E_i) dokud abs(E_(i+1) - E) > eps

+ výpočet pravé anomálie f: tg(f/2) = sqrt((1+e)/(1-e)) tg(E/2)

X =           (z geometrie elipsy)
Y =
Z = 0

(to jsme již dělali v problému 2 těles) && matice rotace (omega, I, Omega)...

------------------------------------------------------------------------

+ východy a západy těles: z = 90 deg + refrakce R + úhlový poloměr rho;

                                   cos z - sin phi sin delta
  hvězdný čas ST = alpha +- arccos -------------------------
                                       cos phi cos delta

  (z kosinové věty v nautickém sférickém trojůhelníku)

  ST -> UT1 -> TT (viz kapitola 1)
  iterace kvůli alpha(TT), delta(TT)
```

```
+ fáze (poměr osvětlené plochy) f = 1/2 (1 + cos i), kde:

                   r^2 + Delta^2 - R^2
  fázový úhel  i = -------------------
                        2 r Delta

  (z kosinové věty v rovinném trojúhelníku)

+ hvězdná velikost: m = g(f) + 5 log r R (z Pogsonovy rce)

                        R^2 + Delta^2 - r^2
+ elongance: E = arccos ------------------- => extrémy fce E(T)
                            2 R Delta
```

----

efemerida JPL DE405 <- výsledek numerické integrace s interpolací Čebyševovými polynomy

JPL Horizons, WWW rozhraní http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi

----

ANGLICKÝ SLOVNÍČEK TERMÍNŮ: (pro Horizons)
----

orbital elements - elementy dráhy

observatory code - číselné označení astrometrické observatoře (048 pro Hradec Králové)

geocentric coordinates - geocentrické souřadnice

astrometric coordinates (corrected for light-time) - astrometrické souřadnice
  (souřadnice v okamžiku, kdy k pozorovateli dorazilo světlo; ve skutečnosti
  je objekt už pravděpodobně jinde)

apparent coordinates (including refraction) - zdánlivé souřadnice (včetně opravy o refrakci)

longitude - zeměpisná délka

latitude - šířka

altitude (above the reference ellipsoid WGS-84, or approx. sea level) - výška
  (nad referenčním elipsoidem WGS-84, nebo přibližně nadmořská)

right ascension - rektascenze

declination - deklinace

azimuth - azimut

elevation - výška nad obzorem

rates RA, DEC, AZ, EL - změny souřadnic s časem

visual magnitude - vizuální hvězdná velikost

surface brightness - plošná jasnost

local apparent sidereal time - místní zdánlivý hvězdný čas airmass - vzdušná hmota

angular diameter - úhlový průměr

heliocentric ecliptic longitude and latitude - heliocentrická ekliptikální délka a šířka

observer range and range rate - vzdálenost pozorovatele od objektu a změna této vzdálenosti s časem

Sun-Observer-Target angle (elongation) - elongace

Sun-Target-Observer angle (phase angle) - fázový úhel

constellation - souhvězdí

north pole RA, DEC - poloha severního pólu objektu

RA, DEC uncertainity (3 sigma) - statistická krajní chyba souřadnic RA, DEC

Úloha: pozorovatelnost planetky (4) Vesta dnes večer, kdy bude následující opozice?
